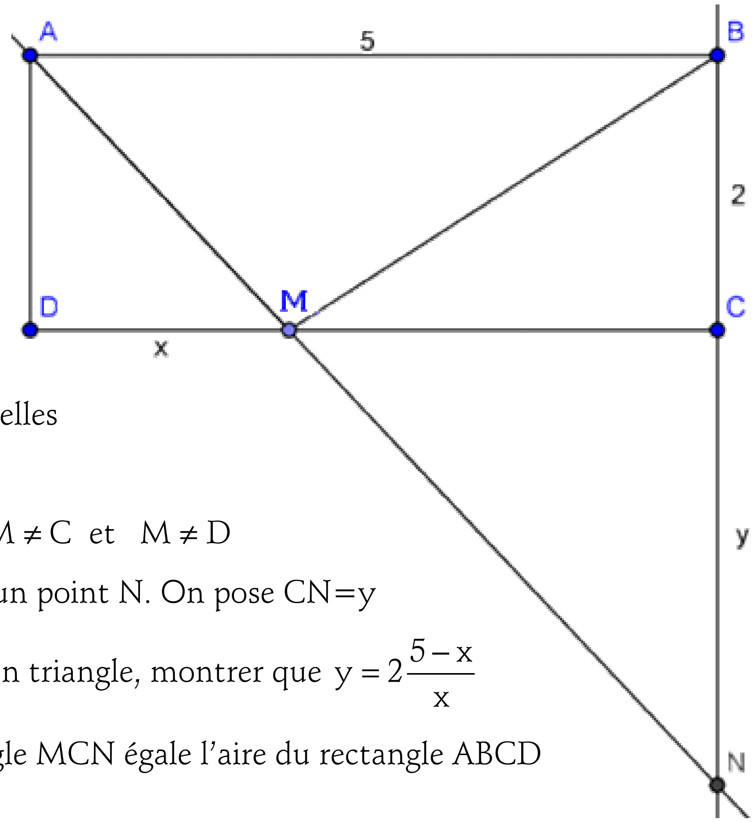
Devoir de controle n°2 **Classe : 2-ième sciences 3**
Durée de l'épreuve: 1 heure **Professeur : Dhaouadi Nejib**

Exercice n°1



Soit ABCD un rectangle tel que

$AB = 5$ et $BC = 2$

M un point variable du segment $[CD]$.

On pose $DM = x$

1°) Calculer chacune des distances BM et AM en fonction de x

2°) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles le triangle AMB est rectangle en M

3°) On suppose dans catte question que $M \neq C$ et $M \neq D$

La droite (AM) coupe la droite (BC) en un point N. On pose CN=y

a) A l'aide du théorème de Thalès dans un triangle, montrer que $y = 2\dfrac{5-x}{x}$

b) Déterminer x pour que l'aire du triangle MCN égale l'aire du rectangle ABCD

Exercice n°2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes

a) $x^2 + 5x + 4 \leq 0$

b) $\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2} > 0$

Exercice n°3

Soient ABCD quatre points du plan.

Soit I le barycentre des points pondérés (A,2) et (B,-5) et soit J le barycentre des points pondérés (C,-3) et (D,1)

1°) Construire les points I et J

2°) Soit K le point du plan tel que $4\overrightarrow{KA} - 10\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KC} - \overrightarrow{KD} = \vec{0}$

Montrer que les points I, J et K sont alignés

Corrigé du devoir

Exercice n°1

1°) Le triangle ADM est rectangle en D donc $AM^2 = AD^2 + DM^2$

Ce qui donne $AM = \sqrt{4+x^2}$

De même le triangle BCM est rectangle en C donc $BM^2 = BC^2 + CM^2$

Ce qui donne $BM = \sqrt{4+(5-x)^2} = \sqrt{x^2-10x+29}$

2°) Le triangle AMB est rectangle en M ssi $AB^2 = AM^2 + MB^2$

$AB^2 = AM^2 + MB^2 \Leftrightarrow 25 = 4 + x^2 + x^2 - 10x + 29 \Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$

on remarque que $a+b+c = 1-5+4 = 0$ donc les solutions sont : $x' = 1$ et $x'' = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} = 4$

conclusion : le triangle AMB est rectangle en M ssi x=1 ou x=4

3°) a) Dans le triangle ABN les droites (AB) et (CM) sont parallèles donc d'après le théorème de Thalès $\frac{NC}{NB} = \frac{MC}{AB}$

$\frac{NC}{NB} = \frac{MC}{AB} \Leftrightarrow \frac{y}{y+2} = \frac{5-x}{5} \Leftrightarrow 5y = (5-x)(y+2) \Leftrightarrow 5y = 5y + 10 - xy - 2x \Leftrightarrow xy = 2(5-x)$

Ce qui donne $y = 2\frac{5-x}{x}$

WWW.SIGMATHS.TK

b) Pour que x soit une solution il faut que $x \in]0,5[$

L'aire du triangle NCM= $\frac{1}{2}(5-x)\frac{2(5-x)}{x} = \frac{(5-x)^2}{x}$

L'aire du rectangle ABCD =10

$\frac{(5-x)^2}{x} = 10 \Leftrightarrow (5-x)^2 = 10x \Leftrightarrow x^2 - 20x + 25 = 0$

$\Delta = 400 - 100 = 300 = (10\sqrt{3})^2$ donc les solutions sont :

$x' = \frac{20-10\sqrt{3}}{2} = 10 - 5\sqrt{3} \in]0,5[$

$x'' = \frac{20+10\sqrt{3}}{2} = 10 + 5\sqrt{3} \notin]0,5[$

Alors une seule valeur qui répond à la question : $\mathbf{x = 10 - 5\sqrt{3}}$

Exercice n°2

a) $x^2+5x+4\leq 0$

Cherchons les racines de ce trinôme

On a $a-b+c=1-5+4=0$ donc les solutions sont $x'=-1$ et $x''=-\frac{c}{a}=-\frac{4}{1}=-4$

x	$-\infty$		-4		-1		$+\infty$
x^2+5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$	

L'ensemble des solutions de l'inéquation est : $[-4,-1]$

b) $\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}>0$

$x^2-1=0\Leftrightarrow(x-1)(x+1)=0\Leftrightarrow x=-1$ ou $x=1$

$x^2+3x+2=0\Leftrightarrow x=-1$ ou $x=-2$ $\quad(a-b+c=1-3+2=0)$

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
x^2-1		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
x^2+3x+2		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$		$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

L'ensemble des solutions de l'inéquation est : $]-\infty,-2[\cup]1,+\infty[$

Exercice n°3

2°)

I est le barycentre des points pondérés $(A,2)$ et $(B,-5)$ donc pour tout point M du plan

$2\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{MB}=(2-5)\overrightarrow{MI}=-3\overrightarrow{MI}$ en particulier $2\overrightarrow{KA}-5\overrightarrow{KB}=-3\overrightarrow{KI}$

J est le barycentre des points pondérés $(C,-3)$ et $(D,1)$ donc pour tout point M du plan

$-3\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=(-3+1)\overrightarrow{MJ}=-2\overrightarrow{MJ}$ en particulier $-3\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{KD}=-2\overrightarrow{KJ}$

$$4\overrightarrow{KA}-10\overrightarrow{KB}+3\overrightarrow{KC}-\overrightarrow{KD}=\vec{0}\Leftrightarrow 2(2\overrightarrow{KA}-5\overrightarrow{KB})-(-3\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{KD})=\vec{0}$$
$$\Leftrightarrow 2(-3\overrightarrow{KI})-(-2\overrightarrow{KJ})=\vec{0}$$
$$\Leftrightarrow -6\overrightarrow{KI}+2\overrightarrow{KJ}=\vec{0}$$

Donc le point K est le barycentre des points pondérés $(I,-6)$ et $(J,2)$ et par suite les points I,J et K sont alignés

WWW.SIGMATHS.TK