MATHEMATIQUES

Section : 3eme Mathematiques

DEVOIR DE SYNTHESE N°1

Durée : 2heures Date : 06-11-2010

Professeur : Missaoui Taoufik

Exercice 1 (4points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
L'élève doit indiquer sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) La limite de $\frac{1+2x+x^2}{|1+x|}$ quand x tend vers (-1) est égale à

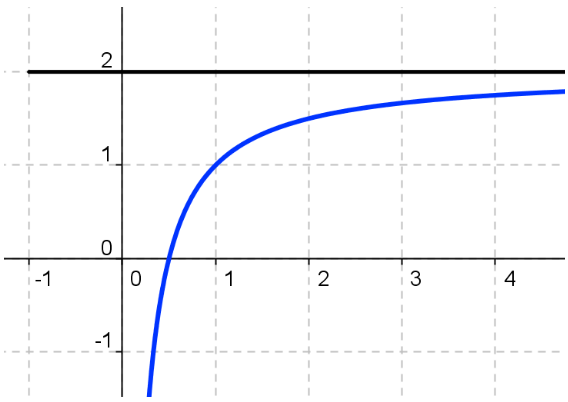
a) $+\infty$ b) 0 c) 1

2) Dans la figure ci-contre on a représenté graphiquement une fonction f définie sur $]0,+\infty[$ ainsi que l'asymptote d'équation $y=2$ au voisinage de $+\infty$ alors :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)=-\infty$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)=0$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)=2$



3) Soient A et B deux points distincts d'un plan orienté P dans le sens direct.
Alors l'ensemble des points M du plan tels que $\left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{BM}}\right)\equiv 0[2\pi]$ est :

a) $(AB)\setminus\{A,B\}$ b) $[AB]\setminus\{A,B\}$ c) $\{A,B\}$

4) Dans un plan orienté dans le sens direct. Soient A, B *et* C trois points distincts et A', B' *et* C' leurs images respectives par une homothétie. Alors

a) $\left(\widehat{\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{A'C'}}\right)\equiv\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)[2\pi]$ b) $\left(\widehat{\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{A'C'}}\right)\equiv-\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)[2\pi]$ c) $\left(\widehat{\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{A'C'}}\right)\equiv\pi+\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)[2\pi]$

Exercice 2 (5points)

Un sac contient 7 jetons répartis comme suit :

- Trois jetons blancs marqués : B, A, C
- Quatre jetons rouges marqués : ①,②,③,④

1) On tire simultanément trois jetons du sac.
a) Déterminer le nombre d'issues possibles.
b) Dans combien de cas obtient-on exactement deux jetons blancs ?
c) Dans combien de cas obtient-on au moins un jeton rouge ?

2) On tire maintenant successivement et sans remise tous les jetons du sac.
Dénombrer les issues dans chacun des cas suivants :
a) Le premier jeton porte un numéro pair.
b) Obtenir consécutivement et dans cet ordre : B, A, C
c) Obtenir consécutivement les jetons blancs.

Exercice 3 (6points)

1) Soit g la fonction définie sur $D =]-\infty,1] \setminus \{0\}$ par $g(x) = \frac{1}{x}\left(1-\sqrt{1-x}\right)$.

a) Vérifier que pour tout $x \in D$ on a $g(x) = \frac{1}{1+\sqrt{1-x}}$

b) En déduire les limites de g aux bornes de D

c) Montrer que g admet un prolongement par continuité en 0, que l'on déterminera

2) Soit f la fonction définie sur $IR \setminus \{1\}$ par $f(x) = \begin{cases} g(x) & si \quad x < 0 \\ \frac{2x^2-\alpha}{x^2-1} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$; $\alpha \in \mathbb{R}$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Préciser les équations des asymptotes à la courbe $(\mathscr{C})$ de f en $+\infty$ et en $-\infty$

c) Déterminer la valeur de α pour que f soit continue en 0

d) Pour cette valeur de α trouvée, calculer $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

Exercice 4 (5points)

Le plan est orienté dans le sens direct.
Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle isocèle en A tel que : I le milieu de $[BC]$,
$\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{29\pi}{12}[2\pi]$ et ACE est un triangle équilatéral direct.

1) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés suivants $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}\right)$

2) Recopier la figure sur votre copie, puis construire le point D tel que : $AB = AD$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

3) a) Déterminer une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{BD}\right)$

b) Déduire que la droite (AE) porte la hauteur issue de A dans le triangle ABD

4) Soit J le point du segment $[DE]$ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AJ}}\right) \equiv \frac{11\pi}{24}[2\pi]$.

Montrer que les points A, I *et* J sont alignés, puis construire le point J