

Devoir de contrôle N°2

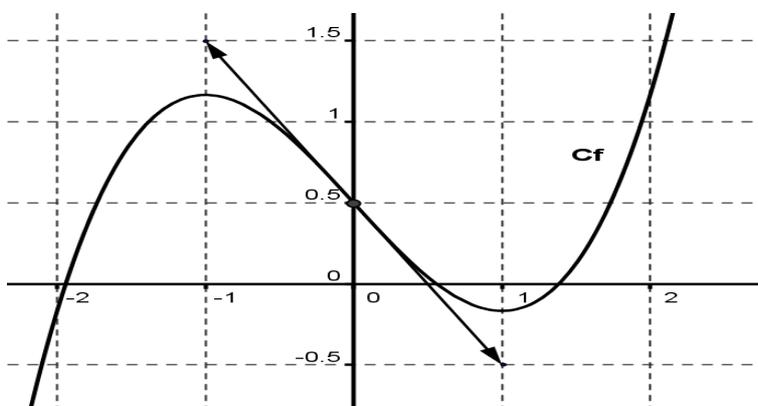
Mathématiques

Exercice N°1

4 POINTS

Choisir la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée

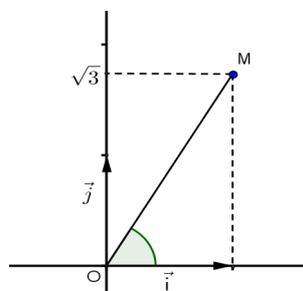
- ❶ Dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) , on a tracé la courbe représentative C_f d'une fonction f , ainsi que la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 0.



$f'(0) =$

- a) $\frac{3}{4}$ b) -1 c) 0
- ❷ Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on désigne par C_f la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3$.
Alors la tangente à C_f au point d'abscisse -1 a pour équation:
- a) $y = -3x - 1$ b) $y = 3x + 2$ c) $y = x$
- ❸ Dans la figure ci - contre (O, \vec{i}, \vec{j}) est un repère orthonormé direct
Les coordonnées polaires de M sont:

- a) $M(\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$
b) $M(2, \frac{\pi}{3})$
c) $M(2, \frac{\pi}{6})$



- ❹ $\cos x + \sin x =$
- a) $\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4})$ b) $\cos(x - \frac{\pi}{4})$ c) $\sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})$

Exercice N°2

7 POINTS

A/ On pose pour tout réel x :

$$A(x) = \sin x + \sin 3x + \sin 5x \quad \text{et} \quad B(x) = \cos x + \cos 3x + \cos 5x$$

❶ Montrer que: $A(x) = 2 \sin 3x \cdot (\cos 2x + \frac{1}{2})$ et $B(x) = 2 \cos 3x \cdot (\cos 2x + \frac{1}{2})$

❷ Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{A(x)}{B(x)}$; $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

a) Donner le domaine de définition de f .

b) Simplifier l'expression de $f(x)$ puis calculer $f\left(\frac{\pi}{9}\right)$.

B/ On pose $P = \cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7}$

❶ Exprimer $\sin \frac{2\pi}{7}$ en fonction de $\sin \frac{\pi}{7}$ et $\cos \frac{\pi}{7}$

❷ Calculer $8P \sin \frac{\pi}{7}$ et en déduire que $P = -\frac{1}{8}$

Exercice N°3

9 POINTS

Soit la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 5} - 2x + 1 & \text{si } x < 2 \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

❶ Déterminer l'ensemble de définition de f .

❷ Montrer que f est continue en 2.

❸ Montrer que la courbe C_f admet une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$.

❹ a) Vérifier que $f(x) = -x \left(\sqrt{1 + \frac{5}{x^2}} + 2 - \frac{1}{x} \right)$ pour tout $x < 2$.

b) En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

❺ On considère la fonction $h(x) = f(x) + 3x$; $x \in]-\infty, 2[$

a) Vérifier que $h(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2 + 5}} + 1$

b) En déduire que la droite $\Delta : y = -3x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe de f au voisinage de $-\infty$

Bon Travail