Devoir de contrôle n°1

Prof – Missaoui Taoufik

Date : 12-11-2010 Durée : 2h

3ème M

Exercice 1 (3 points)

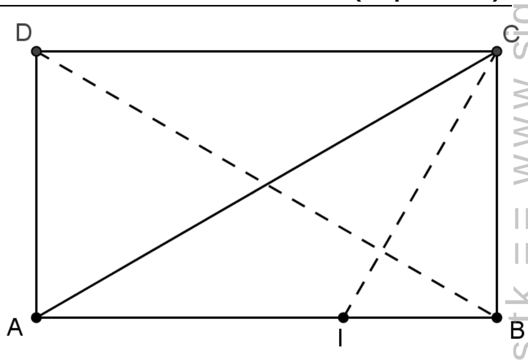
Répondre par « Vrai » ou « Faux ». Aucune justification n'est demandée

1) Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[-1;1]$ telle que $f([-1;1]) = \mathbb{R}$ alors L'équation $f(x) = 2011$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[-1;1]$

2) Soient A, B, C et D quatre points du plan distincts tel que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ alors les points A, B, C et D sont alignés .

3) Soit un questionnaire à choix multiples (QCM) comporte quatre questions. Pour chaque question, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte alors le nombre de réponses possibles est égale à 81.

Exercice 2 (6 points)



Dans le graphique ci-contre ABCD est un rectangle tel que $AC = 4\sqrt{3}$ et I un point de $[AB]$ tel que $IA = IC = 4$

1) a) Montrer que $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IC} = -8$

b) En déduire que $\cos\left(\widehat{AIC}\right) = -0,5$ et que $IB = 2$

2) a) Montrer que $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CI}.\overrightarrow{CD}$

b) En déduire que $(CI) \perp (BD)$

3) Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 - MI^2 = 32$

a) Montrer que $M \in (E)$ signifie $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AI} = 16$ avec O est le milieu de $[IA]$

b) Montrer que $C \in (E)$ puis déterminer l'ensemble (E)

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x$

1) Justifier que f est continue sur $\mathbb{R}$.

2) a) Montrer que f est décroissante sur $[0;1]$

b) Montrer que l'équation $f(x) = -1$, admet une solution α dans l'intervalle $[0;1]$

c) Calculer $f(0,33)$ *et* $f(0,35)$ puis donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}

3) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{3x^3 + 1}{2x^2 + 3}$

a) Justifier que g est continue sur $\mathbb{R}$

b) Montrer que $g(\alpha) = \alpha$

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $[-1;1]$ par $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) Montrer que f est continue sur $[-1;1]$.

2) Montrer que f est une fonction impaire.

3) a) Montrer que pour tout $x \in [-1;1]$, $\left(f(x)\right)^2 - \frac{1}{4} = -\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2$

   b) Déduire que f est bornée sur $[-1;1]$

   c) Calculer $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. La fonction f admet-elle des minimums, des maximums ? En quelles valeurs de x, sont-ils atteints ?

4) Le graphique ci-dessous représente la courbe de la restriction de f à l'intervalle $[0;1]$

   a) Recopier le graphique sur votre copie et compléter la courbe de f

   b) Déterminer graphiquement $f\left([-1;1]\right)$ et $f\left([-1;0]\right)$.

5) Tracer dans le même repère la courbe de la fonction $g : x \mapsto -x\sqrt{1-x^2}$