

Devoir de contrôle N°3

EPREUVE : Mathématiques

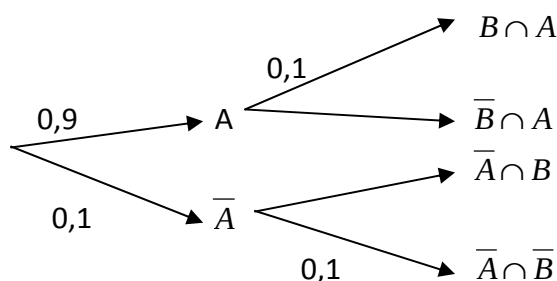
LYCÉE: Bechri A.S: 2011/2012 DURÉE: 2H PROF: Lahmadi Adel CLASSE: 4 Sc-Exp 2

EXERCICE N°1

(3 points)

Indiquer la bonne réponse (une justification est demandée)

- ❶ A et B sont deux événements d'un espace probabilisé tels que: $p(A) = 0,4$; $p(B) = 0,5$
et $p(\overline{A \cup B}) = 0,35$. Alors $p(A \cap B) =$
a) 0,1 b) 0,25 c) 0,37
- ❷ On représente une expérience aléatoire par l'arbre de probabilité ci-dessous :



- La probabilité $p(A / B) =$
a) 0,09 b) 0,5 c) 0,9
- ❸ L'ensemble des solutions de l'équation : $\ln(x^2 - 4) = \ln(2 + x)$ est:
a) $]0; +\infty[$ b) $\{-2; 3\}$ c) $\{3\}$
- ❹ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$ est égale à
a) 2 b) 1 c) $\frac{1}{2}$

EXERCICE N°2

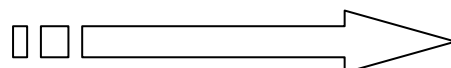
(6 points)

Partie A

- ❶ Soit x un réel supérieur ou égal à 1.

Calculer en fonction de x l'intégrale $\int_1^x (2-t) dt$

- ❷ Démontrer que pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[1; +\infty[$, on a : $2-t \leq \frac{1}{t}$
- ❸ Dédire de ce qui précède que pour tout réel x supérieur ou égal à 1, on a: $-\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2} \leq \ln x$

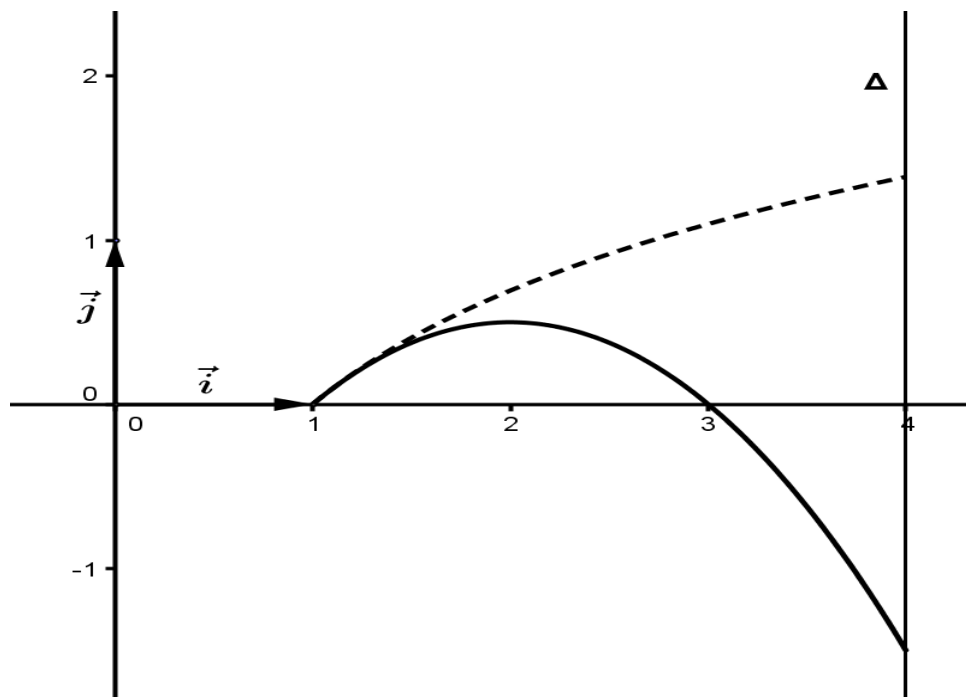


Partie B

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2}$.

Sur le graphique ci-dessous, le plan est muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dans lequel on a tracé les courbes représentatives des fonctions h et logarithme népérien sur l'intervalle $[1; 4]$.

On a tracé également la droite Δ d'équation $x = 4$



- ❶ a) Démontrer que $\int_1^4 h(x) dx = 0$
b) Illustrer sur le graphique le résultat de la question précédente.
- ❷ On note **D** le domaine du plan délimité par la droite Δ et les courbes représentatives des fonctions h et logarithme népérien sur l'intervalle $[1; 4]$.
a) Montrer que la fonction $x \mapsto x \ln x - x$ est une primitive de la fonction logarithme népérien sur $]0; +\infty[$
b) Calculer l'aire de **D** en unités d'aire.

EXERCICE N°3

(6 points)

On suppose que, pour tous les jours de septembre, la probabilité qu'il pleuve est $\frac{1}{4}$.

S'il pleut, la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{1}{3}$.

S'il ne pleut pas, la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure à son travail est $\frac{5}{6}$.

- ❶ Représenter par un arbre de probabilité la situation ci-dessus.
- ❷ Quelle est la probabilité qu'un jour de septembre donné, il pleuve et que Monsieur X arrive à l'heure à son travail.
- ❸ Montrer que la probabilité qu'un jour de septembre donné, Monsieur X arrive à l'heure à son

travail est $\frac{17}{24}$.

- ④ Un jour de septembre donné, Monsieur X arrive à l'heure à son travail.
Quelle est la probabilité qu'il ait plu ce jour là?
- ⑤ Sur une période de quatre jours de septembre, quelle est la probabilité que Monsieur X arrive à l'heure au moins une fois ?

EXERCICE N°4

(5 points)

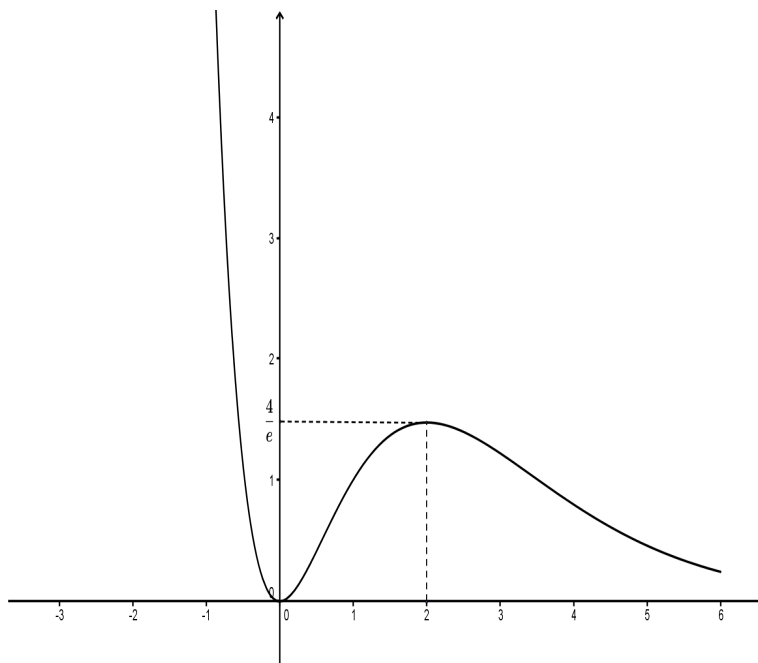
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 e^{1-x}$.

On donne ci-contre sa courbe représentative C_f dans un repère orthonormé.

- ① Déterminer graphiquement
- Les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
 - Le tableau de variations de f .
- ② Soit n un entier naturel non nul. On considère l'intégrale I_n définie par:

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x} dx$$

- Etablir une relation entre I_{n+1} et I_n .
- Calculer I_1 puis I_2 .
- Donner une interprétation graphique du nombre I_2 .



- ③ a) Démontrer que pour tout $x \in [0;1]$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a $x^n \leq x^n e^{1-x} \leq x^n e$.
- b) En déduire un encadrement de I_n puis la limite de I_n quand n tend vers $+\infty$.

Bon Travail