

Devoir de synthèse n°3

Classe: 4^{ième}Sc2

Durée de l'épreuve : 3H

Prof: Dhaouadi Nejib

Exercice n°1

Pour chaque question, une seule des propositions données est correcte

1 pt pour une bonne réponse, 0 pt dans le cas d'une réponse fausse, ambiguë ou absence de réponse

1°) On choisit un réel au hasard dans l'intervalle $[0, 2]$.

La probabilité pour que le premier chiffre après la virgule soit égale à 1 est :

- | | | |
|--------|---------|--------|
| a) 0,1 | b) 0,01 | c) 0,2 |
|--------|---------|--------|

2°) On suppose que la durée d'une conversation téléphonique, mesurée en minutes, suit la loi exponentielle de paramètre 0,1. Vous arrivez à une cabine téléphonique et juste à ce moment précis, une personne passe devant vous. La probabilité que vous attendiez plus de dix minutes est à peu près égale à :

- | | | |
|---------|---------|---------|
| a) 0,23 | b) 0,37 | c) 0,71 |
|---------|---------|---------|

3°) Une pièce de monnaie est truquée de façon que la probabilité d'obtenir «FACE» est le double de la probabilité d'obtenir «PILE».

Si on jette **douze fois** cette pièce on obtient, en moyenne :

- | | | |
|------------------|------------------|-------------------|
| a) 8 fois «FACE» | b) 9 fois «FACE» | c) 10 fois «FACE» |
|------------------|------------------|-------------------|

Exercice n°2

Le personnel d'un très grand hôpital est réparti en trois catégories:

les médecins, les soignants (non médecins) et les administratifs.

12% des personnels sont des médecins et 71% sont des soignants.

67% des médecins sont des hommes et 92% des soignants sont des femmes.

1. On interroge au hasard un membre du personnel de cet hôpital.

a. Quelle est la probabilité d'interroger une femme soignante ?

b. Quelle est la probabilité d'interroger une femme médecin ?

c. On sait que 80% du personnel est féminin.

Calculer la probabilité d'interroger une femme administrative.

En déduire la probabilité d'interroger une femme sachant que la personne interrogée est un personnel administratif.

2. Tout le personnel de cet hôpital a un temps de trajet domicile-hôpital au plus égal à une heure et on suppose que la durée exacte du trajet (exprimée en minutes) est une variable aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle $[0 ; 60]$.

On interroge au hasard un membre du personnel de cet hôpital. Quelle est la probabilité pour que la personne interrogée ait une durée de trajet comprise entre 15 min et 20 min ?

Exercice n°3

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

On note (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) unité graphique 2 cm.

1. a) Montrer que le point A(0,1) est un centre de symétrie pour la courbe (C)

b) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

En déduire que f possède deux asymptotes dont on précisera les équations.

c) Calculer $f'(x)$ et en déduire les variations de la fonction f .

2. a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe (C) au point d'abscisse 0.

b) On considère la fonction φ définie sur \mathbb{R} par $\varphi(x) = f(x) - (x + 1)$.

Montrer que, pour tout réel x , $\varphi'(x) = -\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$

En déduire le sens de variation de la fonction φ puis son signe.

c) Déduire de ce qui précède la position de la courbe (C) par rapport à la tangente T.

3. Tracer la tangente T ainsi que la courbe (C) et ses asymptotes.

4. Soit α un réel strictement positif. On note $A(\alpha)$ l'aire de la région du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations $x = 0$, $x = \alpha$ et $y = 3$.

a) Montrer que $A(\alpha) = 4 \ln\left(\frac{2}{1 + e^{-\alpha}}\right)$ (Ind: on pourra écrire $\frac{1}{e^x + 1} = \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}}$)

b) Déterminer $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$ et interpréter graphiquement cette limite.

Exercice n°4

Le tableau suivant représente une série chronologique donnant le chiffre d'affaires Y (en millions de D.T) d'une entreprise au cours des dix dernières années.

X (Rang de l'année)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	8	12	12	15	17	22	27	32	37	42

- 1) Représenter graphiquement le nuage de points de cette série dans le plan muni d'un repère orthogonal.
- 2) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série.
b) Que peut-on en déduire ?
- 2) Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X.
- 3) En supposant que l'évolution du chiffre d'affaires reste la même, donner le rang de l'année à partir duquel le chiffre d'affaires dépassera 50 millions de dinars tunisiens.

