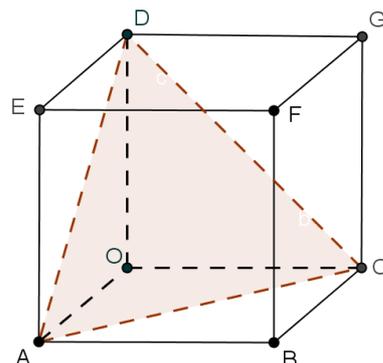


Exercice 01: (3 points)

Répondre par Vrai ou Faux à chacune des propositions suivantes.
Aucune justification n'est demandée.

Dans la figure ci-contre OABCDEFG est un cube d'arrête 1
On munit l'espace du repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$

- 1) Les droites (AC) et (BD) sont orthogonales
- 2) Le vecteur $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AD}$ a pour composante $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- 3) Le point $H\left(\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}\right)$ est le projeté orthogonal de O sur le plan (ACD)

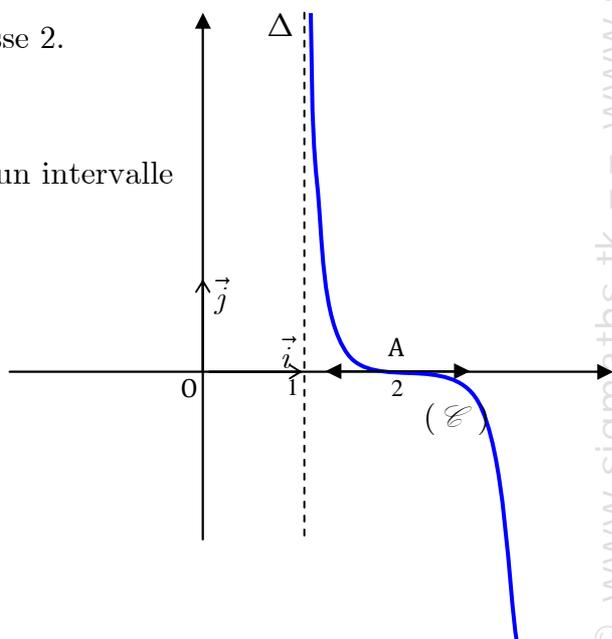


Exercice 02: (4 points)

Soit la fonction f définie sur $]1, +\infty[$ représentée dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) par la figure ci-contre telle que :

- ❖ La droite $\Delta : x = 1$ une asymptotes verticale
- ❖ L'axe (O, \vec{j}) est une direction asymptotique au voisinage de $+\infty$
- ❖ T une tangente horizontale au point A d'abscisse 2.

- 1) Déterminer $\ell \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\ell \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- 2) Montrer que f réalise une bijection de $]1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
- 3) La fonction f^{-1} est-elle dérivable en 0 ? Justifier.
- 4) Préciser les branches infinies de la courbe Γ de f^{-1}
- 5) Tracer la courbe Γ dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .



Exercice 03: (6 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(1, -4, 0)$, $B(4, -1, 3)$, $C(4, -4, -3)$ et $D(-2, 2, -3)$

- 1) a) Calculer $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$
b) Déterminer les composantes du vecteur $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$
c) En déduire que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC)
- 2) a) Calculer le volume du tétraèdre ABCD
b) Calculer l'aire du triangle BCD
c) En déduire la distance du point A au plan (BCD)

Exercice 04: (7 points)

- 1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x - 1 + \sqrt{x^2 + 1}$ et (ζ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 - a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que la fonction f' garde un signe constant sur \mathbb{R}
 - b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f$ et interpréter le résultat graphiquement.
 - c) Dresser le tableau de variation de f .
- 2) a) Montrer que la droite $\Delta : y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à la courbe (ζ) en $+\infty$.
b) Etudier la position de (ζ) par rapport à Δ . Tracer (ζ) et Δ
- 3) a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle k à préciser
b) Calculer $(f^{-1})'(\sqrt{2})$
c) Tracer (ζ') courbe de la fonction f^{-1} dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .