Epreuve

Mathématiques

Durée : 2H

Devoir de contrôle n°1

Classe : $3^{ème}$ Sc2

Novembre 2014

Professeur

Dhaouadi Nejib

Exercice 1

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est correcte.
Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante.

1) La fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x - E(x)}$ est définie sur :

a) $\mathbb{R}$ b) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ c) $\mathbb{Z}$.

2) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{1 - x^2}{x^2 + 4}$:

a) n'est pas minorée b) bornée c) n'est pas majorée.

3) Si f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = |x|\left(x^3 - x\right)$ alors f est :

a) paire b) impaire c) ni paire ni impaire.

4) Soient A et B deux points distincts du plan.

L'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ est

a) une droite b) un cercle c) une demi droite

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x|x| - 3x$. On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1) Etudier la parité de f et interpréter graphiquement ce résultat.

2) Expliciter $f(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty, 0]$ et $[0, +\infty[$.

3) Etudier le sens de variation de f sur chacun des intervalles $\left[0, \dfrac{3}{2}\right]$ et $\left[\dfrac{3}{2}, +\infty\right[$.

4) Tracer la courbe $\mathscr{C}$.

5) a) Tracer la droite d'équation $y = x$.

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > x$

Exercice 3

Dans le plan, on considère un triangle ABC tel que $AB = 2$, $AC = 6$ *et* $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$.

Soit I *le milieu de* $[BC]$.

1) *Calculer* $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ *et déduire que* $BC = 2\sqrt{7}$.

2) a) *Montrer que pour tout point* M *du plan on a :* $MB^2 + MC^2 = 2MI^2 + 14$.

   b) *En déduire que* $AI = \sqrt{13}$.

3) *On considère l'ensemble* $\Delta = \{M \in P \text{ tel que } MB^2 - MC^2 = -32\}$

   et le point J *définie par* $14\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

   a) *Calculer* BJ *puis montrer que* $CJ = \frac{15\sqrt{7}}{7}$.

   b) *Déduire que* $J \in \Delta$.

   c) *Montrer que pour tout point* M *du plan on a :* $MB^2 - MC^2 = 2\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

   d) *Montrer que* Δ *est une droite perpendiculaire à* (BC) *et que* $\Delta = (AJ)$.

Exercice 4

Soit ABC un triangle tel que $AB = 3$, $AC = 7$ *et* $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = x$ *où* x *est un réel.*

Déterminer x *pour que le triangle ABC soit rectangle en B.*