

République Tunisienne
Ministère de l'Éducation

PHYSIQUE

3^{ème} année de l'enseignement secondaire Sciences Techniques

RESPONSABLE DE LA COORDINATION

ABDELHAFIDH GHARBI

Professeur à la faculté des sciences de Tunis

LES AUTEURS

MOHAMED BITRI

Inspecteur principal des collèges et des lycées

ABDELLATIF MEDDAH

Professeur principal hors classe
au lycée Menzah VI

MONCEF TORKHANI

Professeur principal
au lycée pilote de Bizerte

HATEM DISSEM

Professeur de l'enseignement secondaire
au lycée Hamouda Pacha Manouba

LES ÉVALUATEURS

NOUREDDINE MESKINI

Professeur à la faculté des sciences de Tunis

ABDELHAMID BEN HENDA

Inspecteur principal des collèges et des lycées

ABDELHAMID BAATOUT

Inspecteur Général de l'éducation

EDITION MISE A JOUR ET ADAPTÉE PAR

ABDELHAFIDH BEN SOUDA

Inspecteur des écoles préparatoires et des lycées

HEDI KHALED

Inspecteur principal des écoles préparatoires
et des lycées

NAÏMA ARIFA BEN FREDJ

Professeur principal & conseillère
pédagogique

LES ÉVALUATEURS

MOHAMED HEBIB KERKENI

Inspecteur principal des écoles préparatoires
et des lycées

DRIS HOUAS

Inspecteur des écoles préparatoires
et des lycées

PREFACE

Ce manuel s'adresse essentiellement aux élèves de 3^{ème} année de l'enseignement secondaire, section : Sciences Techniques. Il a été élaboré en conformité avec le programme officiel qui entre en vigueur à la rentrée scolaire 2009 et s'inscrit dans la continuité avec celui de la 2^{ème} année sciences.

Cet ouvrage vise les objectifs suivants :

- Impliquer les élèves dans des situations significatives en leur proposant des démarches attrayantes qui s'appuient sur leurs environnements familiers.
- Former les élèves en leur inculquant des connaissances bien structurées spécifiques aux sciences physiques.
- Leur permettre d'acquérir des savoir-faire rigoureux grâce à une démarche scientifique adaptée à leurs besoins et à leurs niveaux

Le contenu de ce programme est réparti en quatre grandes parties :

- Les interactions électromagnétiques,
- Les mouvements,
- L'amplificateur opérationnel,
- Le système optique et l'image.

Chaque partie est traitée d'une manière assez concise, est bâtie autour d'activités variées: situations, questionnements, expériences, exercices...

Tout a été conçu de manière à respecter les objectifs du programme et à tenir compte des recommandations citées dans les commentaires du programme officiel.

Tous les chapitres sont organisés selon la structure suivante :

- La première partie présente une illustration accompagnée d'une situation ou d'un questionnement qui définit les objectifs du chapitre et rappelle les pré-requis (savoir et savoir-faire).
- Un cours comportant des activités variées, des définitions...Les énoncés des théorèmes et des lois sont clairement mis en évidence. Les expériences sont présentées et analysées avec rigueur afin de consolider les acquis et renforcer les apprentissages chez les élèves et ce en leur permettant de s'imprégner de la démarche scientifique.
- A la fin de chaque cours ; on propose un ou deux exercices résolus afin que les élèves puissent acquérir des techniques de résolution de problèmes.
- Des textes documentaires : techniques ou historiques proposent une ouverture de plusieurs disciplines pour stimuler la curiosité chez les élèves.
- La rubrique «l'essentiel du cours» permet une révision rapide des notions essentielles du chapitre.
- Les exercices proposés dans la partie «que sais-je ?» sont classés par ordre de difficulté croissante.

Les auteurs

Programme

A. PHYSIQUE (54 - 62 heures)

INTERACTION ELECTROMAGNETIQUE (15 - 17 heures)

Objectifs	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Horaire
<ul style="list-style-type: none"> ■ Appliquer la loi de Coulomb. ■ Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ électrique créé par une charge ponctuelle. ■ Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ électrique. ■ Représenter une force électrique. ■ Appliquer la relation vectorielle. $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ ■ Reconnaître, d'après la forme du spectre électrique, le champ électrique créé par une charge ponctuelle, le champ électrique créé par deux charges ponctuelles et le champ électrique uniforme. 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Etudier expérimentalement l'interaction entre deux pendules électriques et l'influence des facteurs dont-elle dépend ? ▶ Pourquoi une averse soudaine après des coups d'éclair et des tonnerres intenses ? ▶ Réaliser le spectre d'un champ électrique créé par : <ul style="list-style-type: none"> • une charge électrique ponctuelle, • deux charges électriques, • un champ électrique uniforme. 	<p>II. Interaction électrique I-1. Loi de Coulomb</p> <p>I-2. Champ électrique - Champ électrique créé par une charge ponctuelle : • Mise en évidence • Vecteur champ électrique \vec{E} • Force électrique $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ • Spectre et lignes de champ</p> <p>- Cas de deux charges ponctuelles - Champ électrique uniforme</p>	<p style="text-align: center;">4,5 - 5 h</p>

Programme

Objectifs	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Contenu
<ul style="list-style-type: none"> ■ Mettre en évidence expérimentalement une interaction magnétique. ■ Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ magnétique. ■ Reconnaître un champ magnétique uniforme à partir de la forme de son spectre. ■ Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ magnétique. ■ Utiliser un teslamètre. ■ Mettre en évidence expérimentalement la force de Laplace. ■ Déterminer les caractéristiques de la force de Laplace. ■ Expliquer le fonctionnement d'un moteur à courant continu. 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Qu'est ce que l'aurore boréale ? Pourquoi est-elle fréquente aux grandes latitudes ? ▶ Commenter un dossier préparé par les élèves sur la lévitation magnétique.  ▶ A l'aide de petites aiguilles aimantées, mettre en évidence le champ magnétique terrestre \vec{B} et vérifier qu'il est uniforme dans une région très limitée de l'espace. ▶ Réaliser les spectres magnétiques : <ul style="list-style-type: none"> - d'un aimant droit - d'un aimant en U - d'un courant continu (fil et solénoïde). ▶ Etudier expérimentalement, dans le cas d'un solénoïde, l'influence de l'intensité du courant et celle du nombre de spires par unité de longueur sur la valeur du vecteur champ \vec{B}.  ▶ Quel est le principe de fonctionnement du moteur d'un jouet électrique, de celui d'un baladeur CD, d'un appareil de mesure électrique à aiguille ? ▶ Etudier expérimentalement les facteurs dont dépend la force de Laplace. 	<p>II. Interaction magnétique II-1. Les différents types d'interactions magnétiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Interactions aimant-aimant, - Interaction aimant-courant, - Interaction courant-courant. <p><u>Application</u> : la lévitation magnétique.</p> <p>II-2. Champ magnétique</p> <ul style="list-style-type: none"> - Notion de champ magnétique : • Mise en évidence • Spectre et lignes de champ \vec{B} • Vecteur champ magnétique \vec{B} - Champ magnétique uniforme - Champ magnétique terrestre - Champ magnétique créé par un courant continu : Cas d'un courant circulaire <p>II-3. Force de Laplace</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mise en évidence. - Caractéristiques. <p><u>Application</u> : le moteur électrique à courant continu.</p>	<p>10,5 - 12 h</p>

 : Activité pouvant mettre en jeu les TIC (Technologies de l'information et de la communication)

Programme

Commentaires

On énoncera la loi de Coulomb et on mettra en évidence l'existence d'un champ électrique par son action sur un corps chargé.

On se limitera à la visualisation des spectres des champs électriques créés par une charge ponctuelle et par deux charges ponctuelles.

Avec l'interaction aimant - aimant, on distinguera le pôle nord du pôle sud d'un aimant.

L'étude des interactions magnétiques servira à la mise en évidence qualitative du champ magnétique.

On déterminera expérimentalement la direction et le sens du vecteur champ magnétique terrestre et on introduira les angles d'inclinaison et de déclinaison. On donnera à cette occasion les ordres de grandeur de champs magnétiques : de la Terre, d'une bobine, d'un aimant en fer à cheval, d'une bobine supra conductrice ...

On réalisera différents spectres d'aimants et de courants (fil, solénoïde) ; on montrera que les lignes de champ sont orientées.

Pour le champ magnétique créé par un courant circulaire, on se limitera au cas du solénoïde (bobine longue).

On mettra expérimentalement en évidence l'existence des faces nord et sud d'une bobine.

L'expression de la force de Laplace sous forme de produit vectoriel est hors programme ; on donnera la formule $\|\vec{F}\| = I\ell \|\vec{B}\| \sin\alpha$.

L'expérience de la roue de Barlow permettra d'expliquer le principe de fonctionnement du moteur électrique à courant continu.

Au terme de l'étude des interactions électrique et magnétique, on fera remarquer que celles-ci se manifestent toutes les deux entre des charges électriques. Donc, elles sont de même type :

interaction électromagnétique

Programme

MOUVEMENTS (24 - 28 heures)

Objectifs	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Contenu
<ul style="list-style-type: none"> ■ Reconnaître un solide en mouvement de translation. ■ Représenter les vecteurs : position, vitesse et accélération d'un mobile. ■ Reconnaître la nature du mouvement d'un mobile par recours à l'expérience. ■ Connaissant l'expression d'une grandeur cinématique (x, v ou a) en fonction du temps ainsi que les conditions initiales, retrouver les expressions des deux autres. ■ Etablir, pour un mouvement rectiligne uniformément varié, la relation : $v_2^2 - v_1^2 = 2a \cdot (x_2 - x_1)$ ■ Caractériser un mouvement rectiligne sinusoïdal par son amplitude X_m et sa période T. 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Réaliser des enregistrements de mouvements ou faire des mesures de grandeurs cinématiques pour étudier des mouvements rectilignes.  ▶ Déterminer par mesure directe (pour les mouvements lents) ou par enregistrement la période T et l'amplitude X_m d'un mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal.  	<p>I. Solide en translation</p> <p>I-1. Etude cinématique</p> <ul style="list-style-type: none"> - Généralités : repérage d'un mobile (vecteur position, coordonnées cartésiennes, abscisse curviligne), vecteur vitesse, vecteur accélération (accélération normale, accélération tangentielle), lois horaires. - Mouvement rectiligne uniforme. - Mouvement rectiligne uniformément varié. - Mouvement rectiligne sinusoïdal : définition, équation horaire, vitesse, accélération, amplitude, période, fréquence, pulsation et phase. 	<p>7,5 - 9 h</p>
<ul style="list-style-type: none"> ■ Etablir la relation ($a + \omega^2 x = 0$) entre l'accélération a et l'élongation x d'un mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal. ■ Appliquer la loi fondamentale de la dynamique (2^{ème} loi de Newton). ■ Appliquer le théorème du centre d'inertie. 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Vérifier expérimentalement la relation : $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$  	<p>I-2. Etude dynamique</p> <ul style="list-style-type: none"> - Loi fondamentale de la dynamique (2^{ème} loi de Newton) - Théorème du centre d'inertie <p>Applications :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Glissement d'un solide sur un plan incliné, • Solide isolé ou pseudo isolé. 	

Programme

Objectifs	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Contenu
<ul style="list-style-type: none"> ■ Distinguer un mouvement de rotation uniforme d'un mouvement de rotation uniformément varié. ■ Reconnaître la nature du mouvement d'un solide en rotation, par recours à l'expérience. ■ Connaissant l'expression d'une grandeur cinématique (θ, $\dot{\theta}$ ou $\ddot{\theta}$) en fonction du temps ainsi que les conditions initiales, retrouver les expressions des deux autres. ■ Etablir, pour un mouvement de rotation uniformément varié, la relation : $\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2 = 2\ddot{\theta}(\theta_2 - \theta_1)$ ■ Appliquer la relation fondamentale de la dynamique de rotation . 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Réaliser des enregistrements de mouvements ou faire des mesures de grandeurs cinématiques pour étudier des mouvements de rotation d'un solide.  ▶ Déterminer expérimentalement l'accélération angulaire d'un solide en mouvement de rotation uniformément varié. ▶ Vérifier expérimentalement la relation : $\Sigma M = J \cdot \dot{\theta}$ 	<p>II. Solide en rotation autour d'un axe fixe II-1. Etude cinématique</p> <ul style="list-style-type: none"> - Généralités : abscisse angulaire, vitesse angulaire, accélération angulaire. - Mouvement de rotation uniforme. - Mouvement de rotation uniformément varié. <p>II-2. Etude dynamique</p> <ul style="list-style-type: none"> - Relation fondamentale de la dynamique de rotation appliquée à un solide mobile autour d'un axe fixe passant par son centre de gravité. <p>Application : détermination du moment d'un couple de frottement supposé constant.</p>	<p>8.5 - 10 h</p>
<ul style="list-style-type: none"> ■ Calculer l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de translation. ■ Calculer l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe. ■ Appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer entre autres la valeur d'une grandeur inaccessible à la mesure (force de frottement, réaction d'un support...). 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Pourquoi les vitesses des véhicules sont-elles plus limitées en temps plus vieux qu'en temps sec ? ▶ Sur quoi se base-t-on pour fixer les distances de sécurité routière ? ▶ Etudier expérimentalement la variation de l'énergie cinétique d'un solide en chute libre ou mobile sur un banc à coussin d'air incliné.  ▶ Réaliser des chocs (élastiques et inélastiques) entre deux planeurs sur un banc à coussin d'air et mesurer leurs vitesses avant et après le choc, comparer les énergies cinétiques du système des deux planeurs avant et après le choc.  	<p>III. Energie cinétique</p> <p>III-1. Energie cinétique d'un solide en translation</p> <p>III-2. Energie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe</p> <p>III-3. Variation de l'énergie cinétique : théorème de l'énergie cinétique</p> <p>Applications :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Détermination d'une force de liaison. - Choc élastique et choc inélastique. 	

Programme

Objectifs	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Contenu
<ul style="list-style-type: none"> ■ Calculer le travail d'une force électrique. ■ Appliquer l'expression du travail d'une force électrique : $W_{A \rightarrow B} = q(V_A - U_B)$ ■ Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme. 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Quel est le principe de fonctionnement de l'oscilloscope ? ▶ Expliquer la perturbation de l'image sur l'écran de l'oscilloscope par la présence d'un aimant. 	<p>IV. Mouvements dans les champs électrique</p> <p>IV-1. Mouvement dans un champ électrique</p> <ul style="list-style-type: none"> - Travail d'une force électrique dans un champ électrique uniforme : notion de différence de potentiel (d.d.p.) électrique. - Accélération d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme. <p><u>Application</u> : canon à électrons.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Déviation d'une particule chargée par un champ électrique uniforme. <p><u>Application</u> : déflexion d'un faisceau d'électrons (oscilloscope).</p>	<p>8 - 9 h</p>
<ul style="list-style-type: none"> ■ Déterminer les caractéristiques de la force de Lorentz. ■ Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme. 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Étudier expérimentalement l'influence de \vec{B}, \vec{v} et de l'angle α que fait \vec{v} avec \vec{B} sur les caractéristiques de la force de Lorentz.  ▶ Comment séparer les isotopes d'un élément chimique? 	<p>IV.2. Mouvement dans un champ magnétique uniforme</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme : force de Lorentz. <p><u>Application</u> : télévision, spectrographe de masse.</p>	

Commentaire

On se limitera aux mouvements de translation dans le plan.

L'étude des mouvements combinés est hors programme.

Dans les généralités sur la cinématique, on s'intéressera au point matériel.

Pour l'étude cinématique des mouvements, on introduira brièvement la dérivée d'une fonction scalaire et on généralisera aux fonctions vectorielles tout en se limitant à des vecteurs unitaires constants. Il est à noter

que les notions introduites ne doivent en aucune manière donner lieu à un développement excessif.

On donnera sans démonstration, les expressions de l'accélération tangentielle et de l'accélération normale.

Il est à remarquer que l'étude de « la composition de vitesses » est strictement hors programme.

Le vecteur déplacement est hors programme.

Au niveau de l'étude cinématique des mouvements, on signalera

Programme

que la translation d'un solide peut être curviligne, on la définira et on en donnera des exemples.

Lors de l'étude de la rotation d'un solide autour d'un axe fixe, on ne manquera pas de signaler la relation entre grandeurs linéaires relatives à un point de ce solide et grandeurs angulaires.

On énoncera la loi fondamentale de la dynamique (2^{ème} loi de Newton). Il est indiqué de préciser d'emblée que la relation $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ traduisant cette loi n'est valable que dans les référentiels galiléens. On saisira cette occasion pour définir le repère de Copernic, le repère géocentrique et pour signaler sans développement excessif le caractère approximativement galiléen de ces repères ainsi que tout repère lié au laboratoire.

L'application du théorème du centre d'inertie à un solide isolé ou pseudo-isolé permettra de vérifier le principe d'inertie.

A l'occasion de l'énonciation de la relation fondamentale de la dynamique appliquée aux solides en rotation, on définira le moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe fixe et on donnera sans calcul le moment d'inertie de quelques solides homogènes de formes géométriques simples par rapport à leur axe de révolution.

On donnera l'expression de l'énergie cinétique d'un point matériel et on exprimera celle d'un système matériel.

On établira l'expression de l'énergie cinétique d'un solide en translation et celle d'un solide en rotation autour d'un axe fixe.

On montrera à partir d'exemples que toute force (intérieure ou extérieure) dont le travail est non nul fait varier l'énergie cinétique du système, ce qui amènera à énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

On traitera comme exemple de conservation de l'énergie cinétique le choc élastique et comme exemple de non conservation du même type d'énergie le choc inélastique de deux solides en translation. Pour le choc inélastique, on se limitera au choc mou.

Toute force intérieure à un système dont le travail permet un transfert d'énergie vers l'extérieur telle que la force de frottement, est appelée force dissipative.

On montrera que pour un champ électrique uniforme, le travail de la force électrique qui s'exerce sur une charge q passant d'un point A à un point B ne dépend pas du chemin suivi, il ne dépend que de la valeur de la charge q et de la différence entre les valeurs d'une grandeur appelée potentiel électrique, caractérisant les états électriques des points A et B du champ. Le potentiel électrique est noté V .

La différence de potentiel entre deux points A et B d'un champ électrique (notée $U_{AB} = V_A - V_B$) se calcule comme étant le produit scalaire $\vec{E} \cdot \vec{AB}$. Par suite, lors d'un déplacement de la charge électrique q de A vers B , le travail s'écrit : $W = q \cdot (V_A - V_B) = q \cdot U_{AB}$.

On généralisera cette expression du travail pour un champ électrique quelconque.

L'expression de la force de Lorentz sous forme de produit vectoriel est hors programme. On donnera la formule : $\|\vec{F}\| = |q| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin \alpha$. .

Programme

AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL (7 - 8 heures)

Objectifs	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Contenu
<ul style="list-style-type: none"> ■ Modéliser un amplificateur opérationnel. ■ Idéaliser un amplificateur opérationnel. ■ Polariser un amplificateur opérationnel. ■ Etablir l'expression de la tension de sortie u_S en fonction de la tension d'entrée u_E dans quelques montages de l'amplificateur opérationnel. ■ Tracer la caractéristique de transfert $u_S = f(u_E)$ d'un montage à amplificateur opérationnel monté en boucle fermée à réaction sur l'entrée inverseuse (ou négative). ■ Réaliser quelques montages avec un amplificateur opérationnel. 	<p>► Certaines puces électroniques (ou circuits intégrés) portent le nom d'amplificateur opérationnel, pourquoi une telle qualification ?</p> <p>► Réaliser un diviseur de tension en charge (utiliser un résistor comme charge), mesurer la tension U_S aux bornes de la charge, insérer un montage suiveur entre le diviseur de tension et la charge utilisée, mesurer de nouveau U_S et la comparer à la valeur trouvée à la première ainsi qu'à celle de la tension d'entrée U_E. </p>	<p>IV. Description et brochage</p> <p>II. Fonction de base : amplification de différence de tensions</p> <ul style="list-style-type: none"> - Modèle réel. - Modèle idéal. <p>III. Etude de quelques montages</p> <ul style="list-style-type: none"> - Montage amplificateur non inverseur. - Montage suiveur. <p>Application : transformation d'un générateur de tension non idéal en un générateur de tension idéal.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Montage amplificateur inverseur. - Montage sommateur inverseur. 	<p>7 - 8 h</p>

Commentaires

On présentera l'amplificateur opérationnel comme un quadripôle et on signalera que ce composant électronique de structure complexe est un exemple de circuit intégré linéaire.

On caractérisera l'amplificateur opérationnel par son coefficient d'amplification de différence $A_d = \frac{u_S}{u_E}$ (très grand pour un amplificateur opérationnel réel et infini pour un amplificateur opérationnel idéal).

Pour chaque montage considéré, on établira la tension de sortie u_S en fonction de la tension d'entrée u_E , en supposant que l'amplificateur opérationnel est idéal. C'est à l'enseignant de décider si cette étude théorique viendra avant ou bien après l'étude expérimentale.

Programme

Systèmes optiques et images (8 - 9 heures)

Objectifs	Exemples de questionnements et d'activités	Contenu	Contenu
<ul style="list-style-type: none"> ■ Classifier les lentilles en lentilles convergentes et lentilles divergentes. ■ Déterminer, graphiquement la position de l'image d'un point objet, donnée par une lentille convergente. ■ Appliquer la relation de conjugaison aux lentilles minces convergentes. ■ Expliquer le principe de fonctionnement d'une loupe, d'un appareil de projection et d'un rétroprojecteur. 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Comment brûler un papier à l'aide d'une loupe ? ▶ Pourquoi les lentilles convergentes servent-elles pour les hypermétropes ? ▶ Vérifier expérimentalement la relation de conjugaison et le grandissement pour une lentille convergente  ▶ Comment déterminer l'ordre de grandeur de l'épaisseur d'un cheveu ? ▶ Comment expliquer que la loupe agrandit les objets ? 	<p>Les lentilles minces</p> <p>1. Classification (divergentes, convergentes).</p> <p>2. Définitions : centre optique, axes optiques, foyers, plans focaux, distance focale et vergence.</p> <p>3. Image donnée par une lentille convergente : nature et position, relation de conjugaison, grandissement.</p> <p>Applications :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Loupe. - Appareil de projection de diapositives. - Rétroprojecteur. 	<p>8 - 9h</p>

Commentaires

Avant l'étude des lentilles sphériques (ou cylindriques) minces, on généralisera les notions d'objet réel ou virtuel d'image réelle ou virtuelle pour un système optique.

On définira les caractéristiques des lentilles minces et on décrira les différents types de lentilles.

La distance focale sera considérée comme une grandeur non algébrique alors que la vergence sera considérée comme une grandeur algébrique.

L'étude théorique et expérimentale des lentilles minces se fera dans les conditions de Gauss que l'on précisera.

On établira la relation de conjugaison et on la vérifiera expérimentalement dans le cas d'une lentille convergente.

On déterminera la distance focale d'une lentille mince convergente par recours à la relation de conjugaison, toute autre méthode de mesure est hors programme.

INTERACTION ELECTROMAGNÉTIQUE

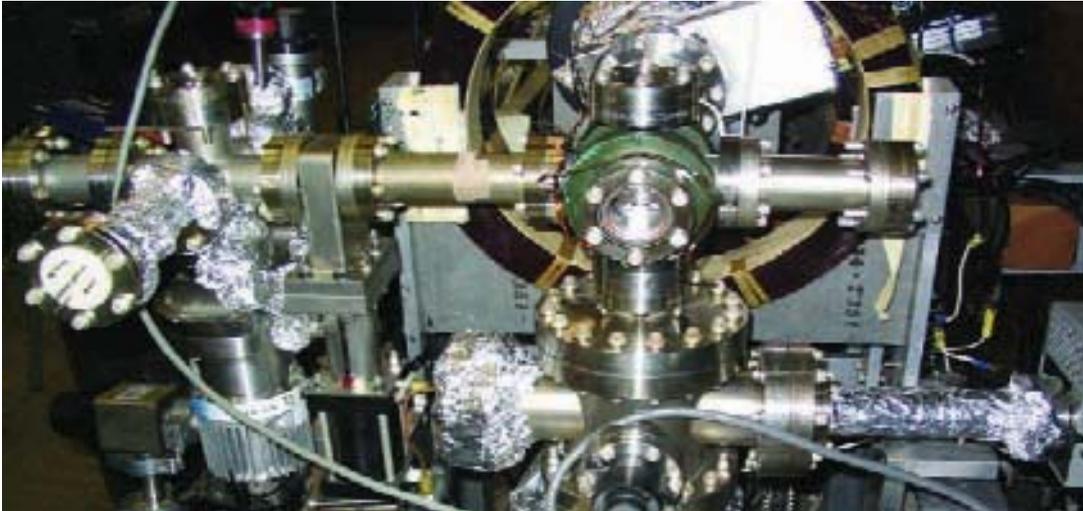


Photo.1 :

Dispositif expérimental de synthèse de la molécule de dispositronium PS_2

- * **Interaction électrique**
- * **Interaction magnétique**

PREREQUIS :

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ol style="list-style-type: none">1. définir le phénomène d'électrisation2. citer les deux types de charges électriques3. définir la charge électrique4. définir la décharge électrique5. définir une force6. énoncer la troisième loi de Newton (principe d'interaction)7. définir un aimant, une boussole, une aiguille aimantée...8. définir un transformateur de tension électrique.	<ol style="list-style-type: none">1. distinguer entre les différents modes d'électrisation2. interpréter le phénomène d'électrisation3. distinguer entre un conducteur et un isolant4. mettre en évidence l'existence d'une charge électrique à l'aide d'un pendule électrique ou un électroscope5. expliquer l'interaction entre deux pendules électriques portant des charges électriques6. expliquer l'effet magnétique du courant électrique7. distinguer entre un pôle nord et un pôle sud d'un aimant.

INTERACTION ELECTRIQUE

1- Loi de coulomb

2- Champ électrique

En 1660, le physicien anglais William Gilbert retrouve dans certains corps tels que le verre, le copal, le diamant... les propriétés électriques de l'ambre jaune frotté connues depuis 600 ans avant J.C. et propose alors le terme *électricité* (du Grec *ēlektra* qui signifie ambre).



William Gilbert (1544-1603)

L'ambre jaune est une résine fossile que l'on trouve principalement dans les sédiments des bords de la mer Baltique. Il a été étudié très tôt par les savants comme Aristote qui l'a décrit dans ses ouvrages ou encore **Thalès**.

Thales de Milet frottait de l'ambre jaune, cette belle résine fossile dont on fait des bijoux. Elle attire alors des corps légers, moelle de sureau, etc.



L'ambre jaune utilisés depuis 10 milles ans avant J-C dans un but à la fois décoratif et curatif

OBJECTIFS

- Énoncer et appliquer la loi de Coulomb.
- Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ électrique créé par une charge ponctuelle.
- Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ électrique.
- Représenter une force électrique.
- Appliquer la relation vectorielle $\vec{F} = q \vec{E}$
- Reconnaître, d'après la forme du spectre électrique, le champ électrique créé par une charge ponctuelle, le champ électrique créé par deux charges ponctuelles et le champ électrique uniforme.

Situations et questionnements



Comment un éclair peut-il se produire entre les nuages et le sol ?



Après un voyage en automobile sur des routes sèches vous mettez pied à terre et, soudainement, une décharge électrique claque douloureusement entre votre main et la carrosserie



Un four électrique cuit un rôti de l'extérieur vers l'intérieur, alors qu'un four à micro-ondes cuit un rôti d'abords de l'intérieur. Expliquer ce phénomène.



Suite à la prise d'une douche on se sent à l'aise.

1.

LOI DE COULOMB

1. Charges et interactions électriques

Situation et questionnement



Quels sont les modes d'électrisation ?



Machine électrostatique de Masden L'isolant sous les pieds de l'opérateur et la décharge entre les deux pointes



Charles François de Cisternay du Fay (Paris, 1698 - 1739)

Après avoir développé les expériences d'électrisation par influence, proposées par Stephen Gray (1666-1736), le physicien français Charles François de Cisternay Du Fay met en évidence l'existence de deux formes d'électricité qu'il appelle **vitrée (positive)** et **résineuse (négative)**. Dans un mémoire à l'Académie royale des sciences, il relate en 1733 les expériences dans lesquelles il approche d'une feuille d'or divers corps frottés. Il dit «Cela me fit penser qu'il y avait peut-être deux genres d'électricité différents.

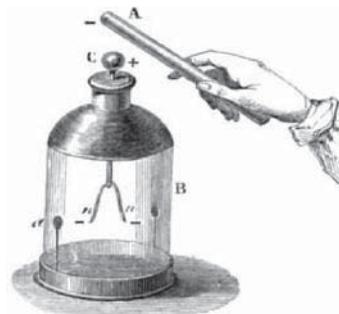
Comment se produisent les éclairs ? Eclair naturel et éclair artificiel

- * Un éclair peut parcourir une distance de 25 à 50 km, avoir une épaisseur de 3 cm et une température de 30 000°C.
- * Il peut atteindre la vitesse de 40 000 km/s, et un voltage de 100 millions de volts.
- * Un éclair rouge indique de la pluie dans l'air.
- * Un éclair bleu indique la présence de la grêle.
- * Un éclair jaune est un signe d'une quantité importante de poussière dans l'atmosphère.
- * Un éclair blanc est un signe d'un air très sec.

Par quoi peut-on mettre en évidence l'existence d'une charge électrique ?



Machine électrostatique de **Wimshurst**



Un des premiers électroscopes

L'instrument permet de détecter les charges électriques et d'en déterminer le signe.

Depuis la haute antiquité, (600 ans avant Jésus-Christ) le mathématicien Thalès, découvre les phénomènes électriques d'attraction et de répulsion en frottant de l'ambre avec une peau de chat.

On sait aujourd'hui que le frottement entre deux corps s'accompagne d'un transfert d'électrons faisant apparaître un excès de charge négatives sur l'un (corps électrisé négativement) et un défaut de charges négatives sur l'autre (corps électrisé positivement), et que les deux espèces de charges interagissent.



Thalès de Milet
(625-547 av. J.-C.)
Thalès croyait que la terre flottait sur l'eau et que tout venait de l'eau

Comment mettre en évidence les forces électriques ?

1.1. Etude qualitative de l'interaction électrique

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Electrison deux sphères en polystyrène (A) et (B) à l'aide d'un bâton d'ébonite électrisé ; on observe une répulsion (Doc.1). On répète la même opération en utilisant pour (A) un bâton d'ébonite et pour (B) un bâton en verre électrisée ; on observe une attraction (Doc.2)

<p>Les deux boules ne portent pas des charges électriques ; les fils restent verticaux.</p>	<p>Doc.1 : les 2 boules portent des charges électriques de même signe l'interaction est répulsive</p>	<p>Doc.2 : les 2 boules portent des charges électriques de signes contraires l'interaction est attractive</p>

1.2. Etude quantitative de l'interaction électrique

Vers **1780**, **Charles de Coulomb** se consacre à l'étude de l'interaction entre deux charges électriques ponctuelles et mesure la valeur de l'intensité commune aux deux forces qui constituent l'interaction électrique avec **une balance de torsion**; cet outil de travail est le fruit de sa propre conception (**Doc.3**).

Ingénieur et physicien français.

En **1773**, il est admis à l'académie des sciences.

Son mémoire "**Recherche sur la meilleure manière de fabriquer les aiguilles aimantées**" (1777) et l'élaboration d'une théorie des frottements (1781) lui valurent les premiers prix de l'académie des sciences.

Il entreprit également des recherches sur la torsion mais il reste surtout connu pour ses travaux sur l'électricité et sur le magnétisme.

Dans sa célèbre série de sept mémoires (1785- 1791), **Coulomb** détermine les lois quantitatives d'attractions électrostatiques et magnétiques.



Charles Augustin de Coulomb
(1736 - 1806)

Balance de Coulomb

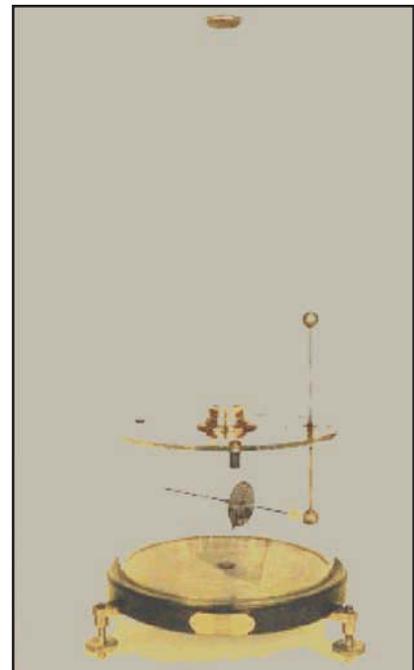
Une sphère fixe de charge¹ q_1 fait face à une sphère de charge q_2 fixée sur une tige mobile attachée en son milieu à une fibre.

La force exercée par la charge q_1 sur la charge q_2 fait pivoter la tige et fait subir une torsion à la fibre.

En mesurant l'angle formé par les deux positions de la tige, on peut déduire l'intensité de la force électrostatique.

Ceci permet à **Coulomb** de déduire que la valeur de l'intensité commune aux deux forces qui constituent l'interaction électrique est :

- inversement proportionnelle au carré de la distance séparant les deux charges.
- proportionnelle au produit des valeurs absolues des deux charges électriques.



Doc. 3

¹ La charge électrique est une notion abstraite, comparable à celle de la masse, qui permet d'expliquer certains comportements. Contrairement à la masse, la charge électrique peut prendre deux formes, que l'expérience amène à considérer comme « opposées » ; on les qualifie arbitrairement de positive et négative.

2 . Enoncé de la loi de Coulomb

Entre deux objets ponctuels (\mathcal{A}) et (\mathcal{B}), immobiles, portant respectivement les charges électriques $q_{(\mathcal{A})}$ et $q_{(\mathcal{B})}$ et placés respectivement en A et B, s'établit une interaction électrique répulsive si les deux charges sont de même signes (**Doc.1**) et attractive si les deux charges sont de signes contraires (**Doc.2**).

Les éléments de l'interaction sont :

$\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})}$ force exercée par la charge $q_{(\mathcal{A})}$ sur la charge $q_{(\mathcal{B})}$

$\vec{F}_{(\mathcal{B})/(\mathcal{A})}$ force exercée par la charge $q_{(\mathcal{B})}$ sur la charge $q_{(\mathcal{A})}$

Ces deux forces sont portées par la droite (**AB**).

Leur valeur commune est donnée par la formule de Coulomb :

$$\left\| \vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})} \right\| = \left\| \vec{F}_{(\mathcal{B})/(\mathcal{A})} \right\| = k \frac{|q_{\mathcal{A}}| |q_{\mathcal{B}}|}{d^2}$$

Lorsque les charges sont placées dans le vide, la constante K est égale à $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ où ϵ_0 est une constante universelle qui porte le nom de permittivité (ou constante diélectrique du vide), sa valeur est $K = 9.10^9$ S.I. dans l'air sec, K a pratiquement la même valeur que dans le vide.

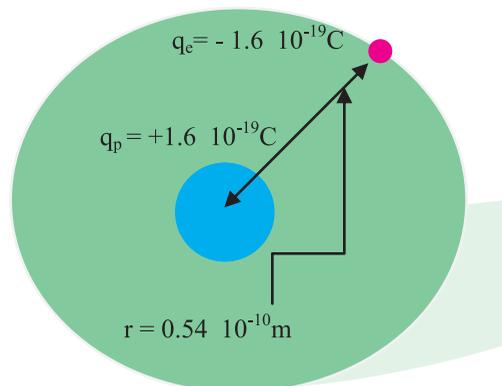
Evaluation

Enoncé

L'atome d'hydrogène est constitué d'un noyau contenant un proton chargé positivement et d'un électron faisant un mouvement de ro-vibration² au voisinage de celui-ci. L'atome d'hydrogène est modélisé comme l'indique la figure par une sphère de rayon $r = 0,54 \text{ \AA}$.

($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$)

- 1- Représenter les éléments d'interaction
- 2- Enoncer la loi de coulomb.
- 3- Calculer la valeur des forces d'interactions électriques entre le proton et l'électron.
- 4- La molécule de dihydrogène (H_2) est formé de deux atomes d'hydrogènes ayant mis chacun leur électron en commun, les noyaux sont distant de $D = 0,74 \text{ \AA}$.
Représenter les vecteurs force appliquées sur les noyaux et calculer leur valeur.
On donne $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N.C}^{-2}.\text{m}^2$.

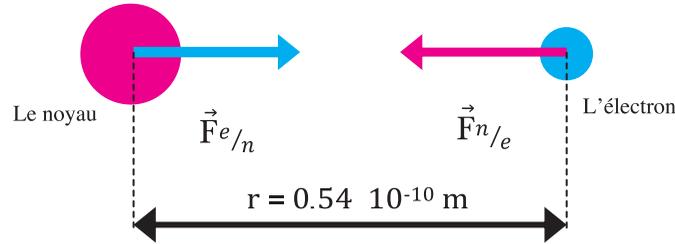


² Mouvement de rotation autour d'un point accompagné d'une vibration rectiligne sinusoïdale.

Réponse

1. On symbolise le noyau de l'atome d'hydrogène par une sphère rouge et l'électron par une sphère bleue, le noyau porte une charge positive et l'électron porte une charge négative. Les deux charges sont de signes opposés, elles s'attirent. Le noyau exerce une force sur l'électron qu'on note $\vec{F}_{n/e}$ et l'électron exerce une force sur le noyau qu'on note $\vec{F}_{e/n}$, les deux forces sont directement opposées³.

$\vec{F}_{e/n}$ et $\vec{F}_{n/e}$ sont les éléments de l'interaction.



2. Deux corps A et B, séparés d'une distance $d = AB$ et portant respectivement les charges q_A et q_B , sont soumis à deux forces directement opposées. La valeur des deux éléments de l'interaction sont données par l'expression :

$$\|\vec{F}_{A/B}\| = \|\vec{F}_{B/A}\| = k \frac{|q_A| |q_B|}{d^2}$$

3. Appliquons la loi de Coulomb aux constituants de l'atome d'hydrogène.

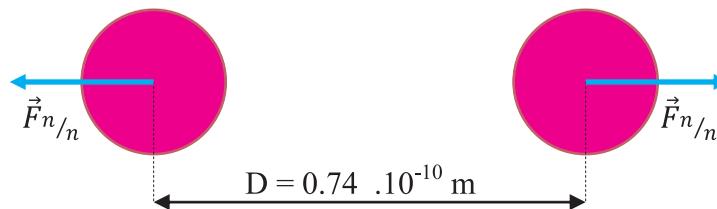
$$\|\vec{F}_{n/e}\| = \|\vec{F}_{e/n}\| = k \frac{|q_n| |q_e|}{r^2}$$

Application numérique :

$$\|\vec{F}_{n/e}\| = \|\vec{F}_{e/n}\| = 9.10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(0,54 \cdot 10^{-10})^2} = 7,9 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

4. On note le noyau de l'atome d'hydrogène par la lettre alphabétique n. Les deux noyaux étant identiques, on ne peut pas les distinguer.

$\vec{F}_{n/n}$ est la notation de la force exercée par l'un des noyaux sur l'autre.



L'application de la loi de Coulomb à la molécule de dihydrogène donne la valeur de la force.

$$\text{Application numérique : } \|\vec{F}\| = k \frac{q^2}{D^2}$$

$$\|\vec{F}\| = 4,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

³ Deux forces sont directement opposées si en plus des mêmes caractéristiques elles ont une même droite d'action.

3 . Expression vectorielle de la loi de Coulomb

Les caractéristiques de la force exercée par l'objet (A) sur l'objet (B) sont décrites par l'expression vectorielle de la loi de Coulomb.

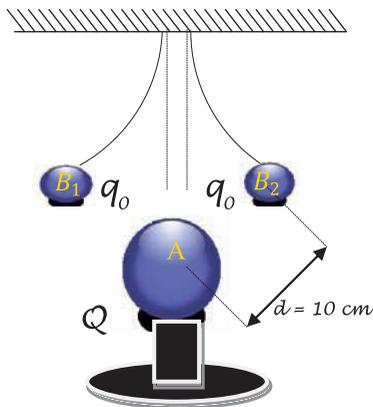
$$\vec{F}_{(A)/(B)} = K \frac{q_{(A)} \cdot q_{(B)} \vec{i}}{AB^2}$$

avec $\vec{i} = \frac{\vec{AB}}{(AB)}$

où le vecteur unitaire \vec{i} , de même direction que la droite (AB), est dirigé de A vers B (Doc-4 et 5).

Evaluation

Considérons une petite sphère A portant une charge positive et homogène Q et deux boules de moelle B₁ et B₂ de masse négligeable, suspendues à deux fils en soie et portant chacune une charge q₀. On modélise le dispositif expérimental par la figure ci-dessous. Soit un repère orthonormé (O ; \vec{i} , \vec{j}), « O confondu avec le centre de la sphère A et \vec{i} , \vec{j} des vecteurs unitaires orientés vers les centre des 2 boules B₁ et B₂ ».



Modèle de dispositif expérimental

1. Ecrire l'expression vectorielle de la loi de Coulomb.
2. Soient \vec{F}_1 et \vec{F}_2 les vecteurs forces exercées par la charge Q sur les charges q₀ des boules B₁ et B₂
 - a- Assimiler A, B₁ et B₂ à des points matériels et représenter \vec{F}_1 et \vec{F}_2 .
 - b- Donner leurs expressions respectives
3. Peut-on affirmer que toutes les charges se repoussent ?
4. Déduire l'expression de la charge q₀ sachant qu'elle n'a d'effet que sur la charge Q de la sphère seulement.

Réponse

1. L'expression vectorielle de la loi de Coulomb.

$$\vec{F}_{A/B} = K \frac{q_{(A)} \cdot q_{(B)} \vec{u}}{AB^2}$$

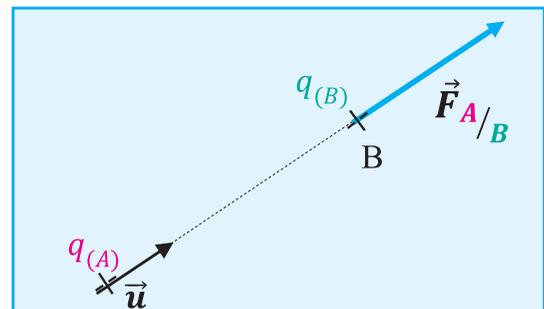


Diagram showing two positive charges q(A) and q(B) with a unit vector \vec{i} pointing from A to B. The force vector $\vec{F}_{A/B}$ is shown as a red arrow pointing from A to B.

$q(A) \cdot q(B) > 0$ la force $\vec{F}_{A/B}$ a le même sens que \vec{i}

L'interaction est bien répulsive

Doc. 4

Diagram showing a positive charge q(A) and a negative charge q(B) with a unit vector \vec{i} pointing from A to B. The force vector $\vec{F}_{A/B}$ is shown as a blue arrow pointing from B to A.

$q(A) \cdot q(B) < 0$ la force $\vec{F}_{A/B}$ a un sens contraire de \vec{i}

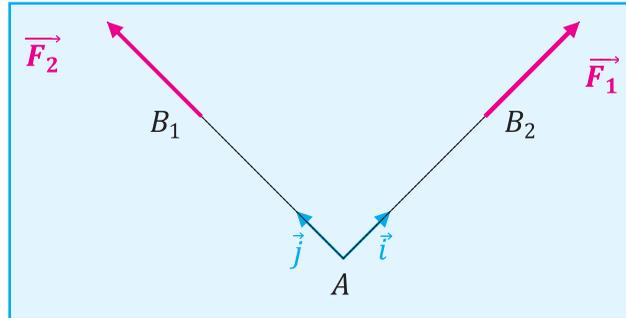
L'interaction est bien attractive

Doc. 5

\vec{u} étant le vecteur unitaire de même direction que la droite (AB) et dirigé de A vers B

2. On assimile A, B₁ et B₂ à des points matériels.

a-



b- Les boules B₁ et B₂ sont identiques et les charges qu'elles portent aussi. Ceci laisse supposer que la distance (AB₁) est égale à la distance (AB₂), par suite les expressions respective de F₁ et F₂ sont alors :

$\vec{F}_2 = K \frac{q_0 \cdot Q}{(AB_2)^2} \vec{j}$	$\vec{F}_1 = K \frac{q_0 \cdot Q}{(AB_1)^2} \vec{i}$
--	--

3. En absence des charges, les boules sont soumises à leur poids et aux tensions des fils. Une fois chargées le poids de chacune est négligeable devant la force coulombienne, d'ailleurs la forme que prennent les fils montre que la tension tend à s'annuler. Les boules s'écartent de leurs positions d'équilibre vers l'extérieur, on assiste à une répulsion.
4. Les deux expressions nous amènent à un même résultat du moment que la seule différence est l'orientation :

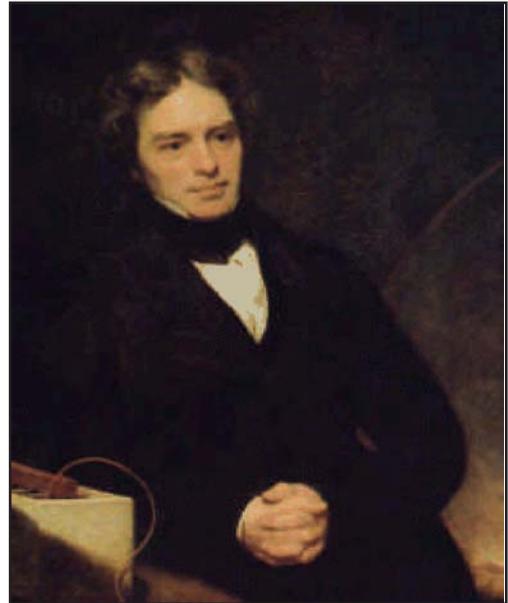
<ul style="list-style-type: none"> - \vec{F}_1 est portée par le vecteur unitaire \vec{i} - \vec{F}_2 est portée par le vecteur unitaire \vec{j} 	$\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1$
$\ \vec{F}\ = K \frac{q_0 \cdot Q}{(d)^2}$	$q_0 = \frac{\ \vec{F}\ (d)^2}{K Q}$

2.

CHAMP ÉLECTRIQUE

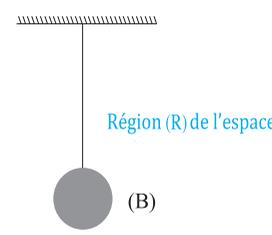
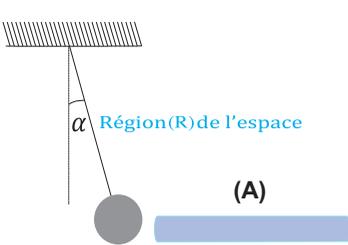
L'introduction du champ électrique

Au milieu du 19^e siècle, le physicien et chimiste anglais Michael Faraday introduit la notion de champ électrique afin d'expliquer le comportement à distance de la force électrique. Selon Faraday, une charge électrique pouvait subir une force électrique uniquement si celle-ci était située à un endroit où régnait un champ électrique. Puisque c'est l'interaction de deux charges électriques qui produit la force électrique, Faraday affirma que le champ électrique mesuré en un point de l'espace était généré par l'ensemble des charges avoisinant. Ainsi, la source du champ électrique est la charge elle même.



Michael Faraday (1791-1867)

1. Mise en évidence

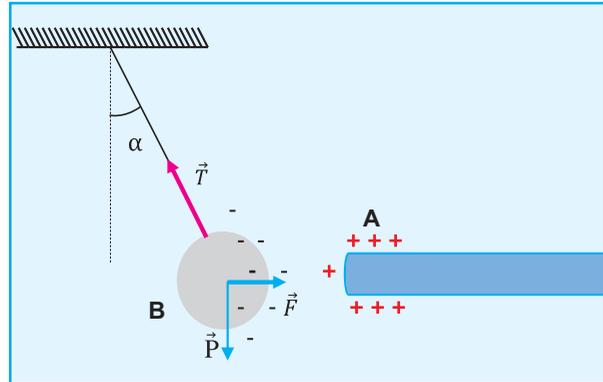
<p>Plaçons dans une région (R) de l'espace dépourvue de charges électriques, un pendule électrique dont la boule (B) porte une charge électrique négative $q < 0$ (Doc.6)</p>	 <p style="text-align: center;">Doc.6</p>	<p style="text-align: center;">Observation</p> <p>Le fil reste vertical, la boule est en équilibre sous l'action de son poids \vec{P} et de la tension \vec{T} du fil.</p>
<p>Approchons de la boule (B) l'extrémité d'une baguette en verre frottée par la peau d'un chat (Doc.7-a-)</p>	 <p style="text-align: center;">Doc.7-a</p>	<p style="text-align: center;">Observation</p> <p>La boule s'écarte de sa position initiale vers une nouvelle position d'équilibre et le fil dévie d'un angle α par rapport à la verticale.</p>

Sous quel effet le pendule s'est incliné ?

A partir du moment où les deux éléments de l'expérience «l'extrémité (A) de la baguette en verre et la boule (B) du pendule» sont chargées, chacun exerce sur l'autre une force électrique «la loi de Coulomb». Les deux éléments de l'interaction sont $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$.

On déduit que le pendule s'est incliné sous l'effet de la force électrique $\vec{F}_{A/B}$ qu'on se contente de noter \vec{F} .

La présence de la charge électrique portée par l'extrémité (A), de la baguette en verre frottée, a modifié les propriétés électriques de la région \mathcal{R} de l'espace, où se trouve le pendule électrique. On dit que dans la région \mathcal{R} de l'espace règne un champ électrique.



Conclusion

Toute charge électrique q placée dans une région limitée \mathcal{R} de l'espace, crée, en tout point M de cette région, un champ électrique, **si la charge est fixe le champ électrique est appelé champ électrostatique.**

Généralisation

- Tout corps chargé et situé dans une région où règne un champ électrique est soumis à une force électrostatique.
- Tout corps chargé subit une force électrique s'il se trouve dans une région où règne un champ électrique.
- Toute charge électrique proclame sa présence électrique en produisant autour d'elle un champ électrique pouvant appliquer des forces électriques à distance sur les autres particules chargées placées dans ce champ.

Définition

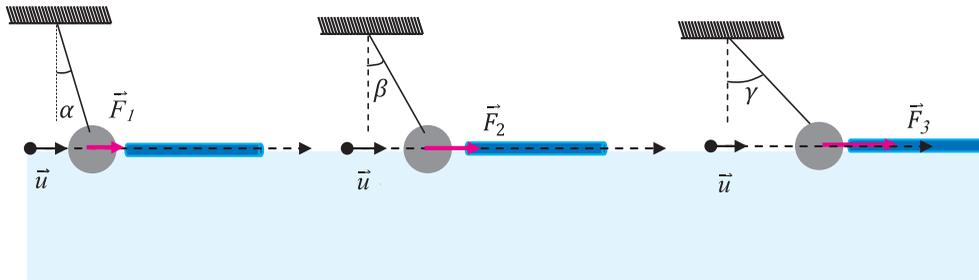
Le champ électrique est une zone d'influence d'une ou plusieurs particules électriquement chargées susceptibles d'exercer une force à distance. Un tel champ permet de déterminer en tout point de l'espace la force électrique exercée à distance par cette (ces) charge(s).

2. Vecteur champ électrique

Activité expérimentale

Reprenons l'expérience du document 7-a, remplaçons la charge de la boule (B) successivement par les charges q_1 , q_2 et q_3 de même signe mais de valeurs différentes et approchons de nouveau l'extrémité A de la baguette en verre frottée par la peau de chat.

Modifions la charge de la boule, gardons q_A constante et maintenons la distance d constante:



Constatations

- La déviation du fil est de plus en plus importante : $\alpha < \beta < \gamma$
- La déviation du fil est indépendante de la charge q_A portée par l'extrémité A de la baguette en verre.
- La déviation du fil dépend de la valeur absolue de la charge portée par la boule (B) du pendule.

Déduction

Appliquons la loi de Coulomb aux trois situations expérimentales, les expressions respectives des forces exercées par la charge q_A sont données dans le tableau.

$\ \vec{F}_1\ = K \frac{ q_1 q_A }{(d)^2}$	$\ \vec{F}_2\ = K \frac{ q_2 q_A }{(d)^2}$	$\ \vec{F}_3\ = K \frac{ q_3 q_A }{(d)^2}$
---	---	---

Puisque les charges respectives de la boule (B) sont telles que

$$|q_1| < |q_2| < |q_3| \Rightarrow \|\vec{F}_1\| < \|\vec{F}_2\| < \|\vec{F}_3\|$$

Les expressions vectorielles respectives des forces sont :

$\vec{F}_1 = K \frac{q_1 \cdot q_A}{d^2} \vec{u}$	$\vec{F}_2 = K \frac{q_2 \cdot q_A}{d^2} \vec{u}$	$\vec{F}_3 = K \frac{q_3 \cdot q_A}{d^2} \vec{u}$
Les rapports $\frac{\vec{F}}{q}$ correspondant à chaque situation expérimentale donnent.		
$\frac{\vec{F}_1}{q_1} = K \frac{q_A}{d^2} \vec{u}$	$\frac{\vec{F}_2}{q_2} = K \frac{q_A}{d^2} \vec{u}$	$\frac{\vec{F}_3}{q_3} = K \frac{q_A}{d^2} \vec{u}$

Conclusion

$$\frac{\vec{F}_1}{q_1} = \frac{\vec{F}_2}{q_2} = \frac{\vec{F}_3}{q_3} = \kappa \frac{q_A}{d^2} \vec{u} = \text{constante}$$

Cette constante est par définition l'expression vectorielle d'une nouvelle grandeur physique appelée vecteur champ électrique au point M qu'on note $\vec{E}(M)$. Le vecteur champ électrique créé par la charge q_A en n'importe quel point M de la région (R) de l'espace environnant est représenté par $\vec{E}(M)$ et a comme expression :

$$\vec{E}(M) = \kappa \frac{q_A}{d^2} \vec{u}$$

avec d : distance séparant la charge ponctuelle du point M

Généralisation

Toute charge électrique ponctuelle q_A crée en tout point M de l'espace environnant un champ électrique :

$$\vec{E}(M) = \kappa \frac{q_A}{(AM)^2} \vec{u}$$

Toute charge électrique q , placée en un point M de la région (R) de l'espace où règne le champ électrique \vec{E} , est soumise à une force électrique $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$.

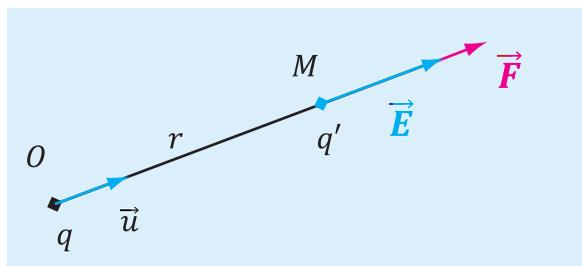
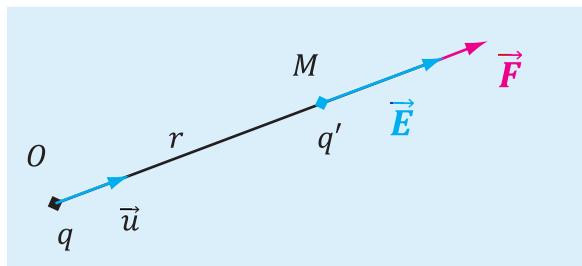
Si deux charges q et q' sont placées respectivement en deux points O et M, la force exercée par la charge q sur la charge q' est :

$$\vec{F}_{q/q'} = \kappa \frac{qq'}{r^2} \vec{u}$$

On écrit :

$$\vec{F} = q' \vec{E}(M)$$

Le sens du vecteur force dépend du signe de la charge q' .

$q' > 0$	$q' < 0$
 <p>\vec{F} et $\vec{E}(M)$ sont de même sens</p>	 <p>\vec{F} et $\vec{E}(M)$ sont de même sens</p>

Définition :

$\vec{E}(M)$ est le champ électrique créé au point M par la charge ponctuelle q placée en O.

3. Champ électrique créé par une charge ponctuelle

3.1. Vecteur champ électrique

Une charge électrique ponctuelle Q , placée en un point A d'un espace (\mathbf{R}) , crée en chaque point M de cet espace un champ électrique représenté par un vecteur noté $\vec{E}(M)$. Le sens de ce vecteur dépend de la nature de la charge Q .

$Q > 0$	$Q < 0$

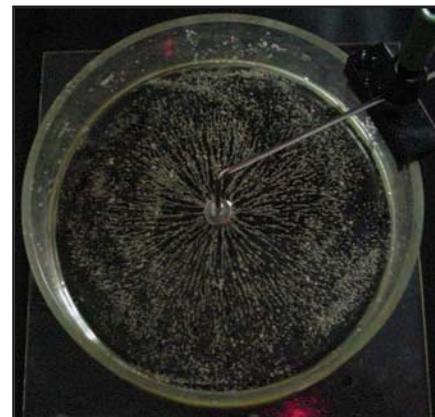
3.2. Spectre électrique

a . Expérience

- Plaçons un mélange de grains de semoule et d'huile de ricin dans un récipient en plexiglas.
- Relions une alimentation de haute tension «25 KV» à une pointe métallique placée dans le mélange «semoule-huile de ricin» comme l'indique la figure ci dessous.
- Mettons le dispositif en marche et observons.



Une alimentation haute tension relié à une pointe métallique plongeant dans un mélange de grains de semoule et d'huile de ricin.



Champ créé par une charge ponctuelle
"Champ de Coulomb"

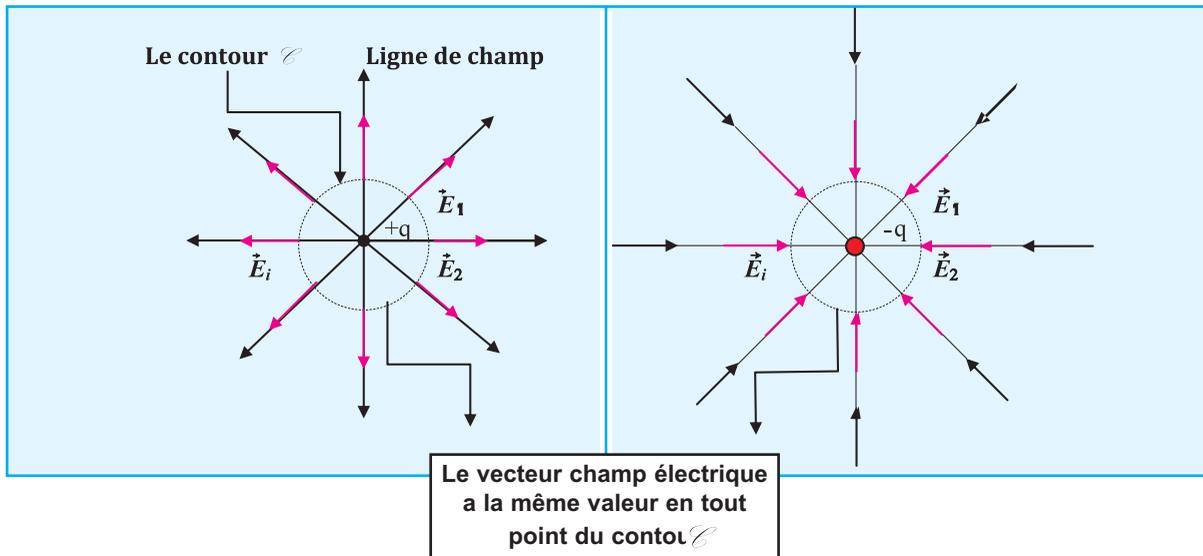
b. Observation

Lorsqu'on soumet la pointe métallique sous haute tension les grains de semoule désordonnés s'alignent le long de lignes concentriques qu'on appelle **lignes de champ**.

c. Modélisation

le sens du vecteur champ électrique est centrifuge si la charge (Q) est positive,

Le sens du vecteur champ électrique est centripète si la charge (Q) est négative.



- Les lignes de champ produit par une charge ponctuelle sont des demi-droites, elles ont une direction radiale : orientées vers l'extérieur pour une charge ponctuelle positive et vers l'intérieur pour une charge ponctuelle négative.
- Les lignes de champ nous renseignent sur l'orientation du vecteur champ électrique \vec{E} .
- Dans le cas d'une charge ponctuelle les vecteurs champs électriques sont portés par les lignes de champ.

4. Champ électrique créé par deux charges ponctuelles

4.1. Vecteur champ électrique

Il s'agit de représenter le vecteur champ électrique $\vec{E}(M)$ créé par deux charges ponctuelles placées en deux points symétriques de part et d'autre d'un plan P.

4 une charge ponctuelle q placée en A crée en tout point M de l'espace environnant un électrostatique

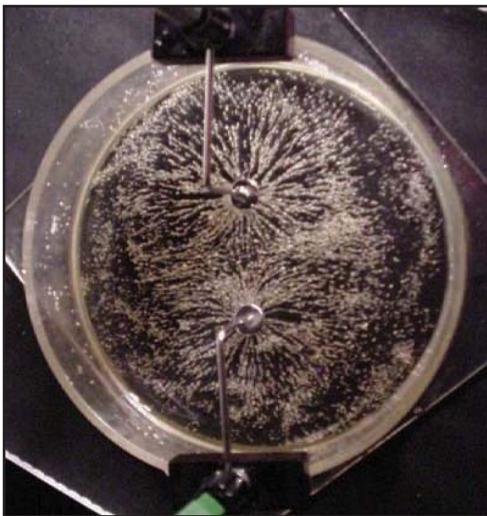
$$\vec{E}(M) = K \cdot \frac{q}{(AM)^2} \cdot \vec{u} \text{ de valeur } \|\vec{E}(M)\| = k \cdot \frac{q}{(AM)^2} \|\vec{u}\| \text{ avec } \|\vec{u}\| = 1$$

Cas de deux charges positives	Cas de deux charges de signes contraires ($q > 0$)
Le vecteur champ électrique est contenu dans le plan P	Le vecteur champ électrique est orthogonal au plan P
<p>La superposition des champs électriques $\vec{E}_1(M)$ et $\vec{E}_2(M)$ créés par les deux charges au point M conduit à un champ résultant $\vec{E}(M)$ tel que :</p> $\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M)$	

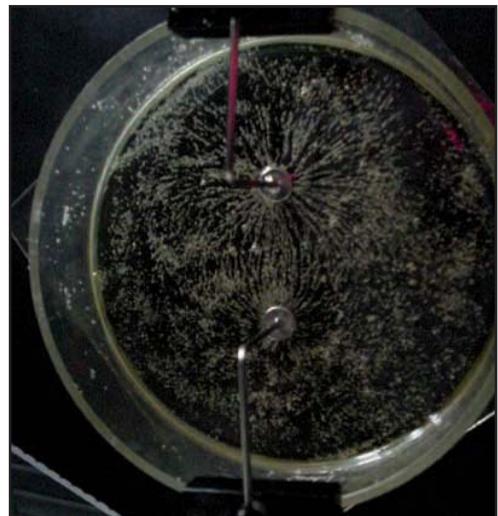
4.2. Spectre électrique

a. Expérience

Remplaçons la pointe métallique de l'expérience précédente par deux pointes, mettons les dispositifs en marche et observons :



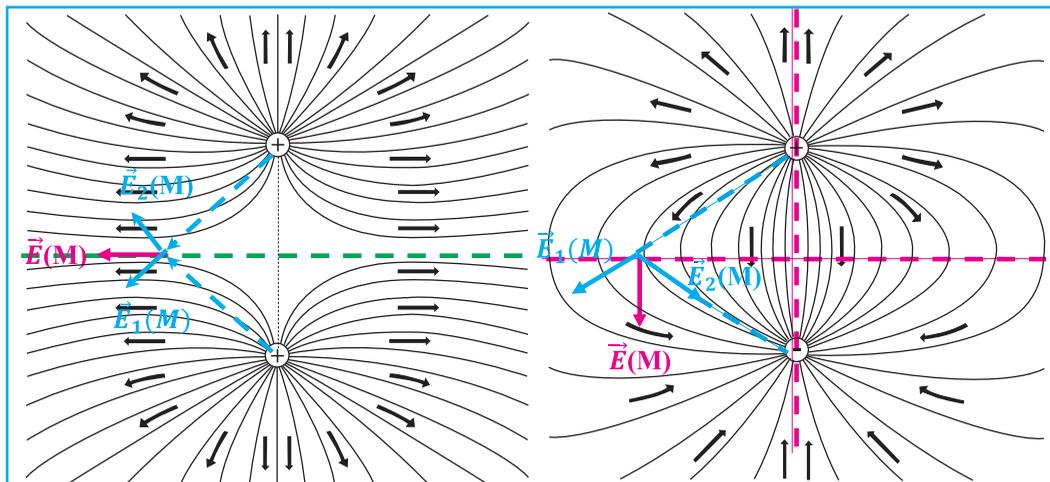
Les lignes de champ électrique produites par deux charges ponctuelles égales et de même signe



Les lignes de champ électrique produites par deux charges ponctuelles égales mais opposées (dipôle)

b. Modélisation

Le sens du vecteur champ électrique résultant est tangent aux lignes de champs en tout point M de l'espace environnant.



Observation

Le nombre de lignes de champs partant de la charge positive est égale à celui arrivant à la charge négative, au voisinage immédiat des charges, les lignes de champ sont très rapprochées, ce qui indique une région de champ intense. Elles sont orientées de la charge positive vers la charge négative. Ce modèle permet de visualiser la nature attractive de la force s'exerçant entre les charges de signes contraires.

EXERCICE RÉSOLU N°1

ENONCÉ :

On considère une région de l'espace où règne un champ électrique créé par deux charges ponctuelles $q_1 = -3 \mu\text{C}$ et $q_2 = 1 \mu\text{C}$, placées respectivement aux sommets **A** et **C** d'un triangle **ABC**, rectangle en **C**.

On donne : **AB = 10 cm**, **BC = 5 cm** et $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ SI}$

- 1 - Représenter, à l'échelle, les vecteurs \vec{E}_1 et \vec{E}_2 associés aux champs électriques créés respectivement par les charges q_1 et q_2 au point **B** après avoir déterminé leurs valeurs.
- 2 - Déterminer les caractéristiques du vecteur champ électrique \vec{E} résultant en **B**.

SOLUTION

1 - Représentation des vecteurs champ électrique

L'expression de la valeur de chacun des deux vecteurs champ électrique est donnée par la loi de Coulomb :

$$\|\vec{E}_1\| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1|}{AB^2} \quad \boxed{\|\vec{E}_1\| = 2,7 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}}$$

$$\|\vec{E}_2\| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_2|}{BC^2} \quad \boxed{\|\vec{E}_2\| = 3,6 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}}$$

La représentation des vecteurs champ électrique est effectuée dans le document 8.

2 - Caractéristiques du vecteur résultant

Le vecteur champ électrique \vec{E} au point **B** est égal à la somme vectorielle des deux vecteurs champs électriques (**Doc-9**)

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Dans le repère (**Bx**, **By**), on peut écrire :

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = \|\vec{E}_1\| \cos \alpha$$

$$(\vec{BC}, \vec{BA}) = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{10} = 0,5 \implies \text{d'où } 90^\circ - \alpha = 60^\circ \implies \boxed{\alpha = 30^\circ}$$

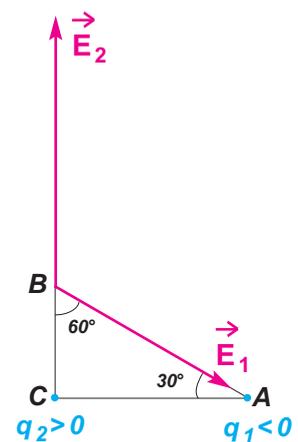
$$\text{d'où } E_x = \|\vec{E}_1\| \cos(30^\circ) \quad \boxed{E_x = 2,32 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}}$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = -\|\vec{E}_1\| \sin \alpha + \|\vec{E}_2\|$$

$$E_y = -2,7 \cdot 10^6 \cdot \sin(30^\circ) + 3,6 \cdot 10^6 \implies \boxed{E_y = 2,25 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}}$$

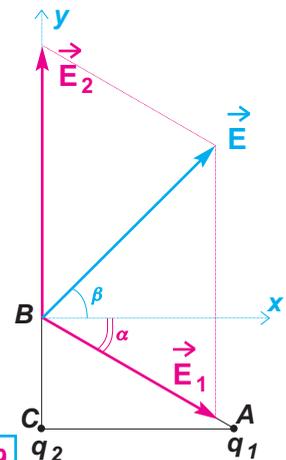
Echelle :

1 cm pour 10^6 V.m^{-1}



Doc.8

Les vecteurs ne sont pas colinéaires, leur somme nécessite l'utilisation de coordonnées dans le repère (**Bx**, **By**).



Doc.9

Les caractéristiques du vecteur champ électrique \vec{E} sont :

direction : \vec{E} fait un angle β avec \vec{Bx} tel que $\text{tg}\beta = \frac{\|\vec{E}_y\|}{\|\vec{E}_x\|}$

sens : pointé vers le haut

valeur : $\|\vec{E}\| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$

Application numérique : $\beta = 44^\circ$; $\|\vec{E}\| = 3,23 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1}$

5. Champ électrique uniforme

Définition

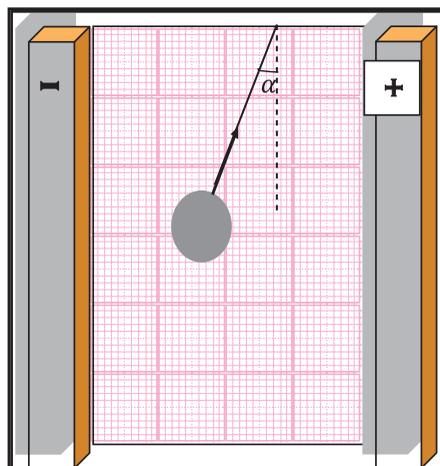
Un champ électrique est uniforme si, en tout point de l'espace considéré, il conserve :

- un même sens
- une même direction
- une même valeur.

Activité expérimentale

Deux armatures métalliques P et N planes, parallèles et verticales de dimensions assez grandes par rapport à la distance qui les sépare, sont reliées respectivement aux pôles positif et négatif d'une machine électrostatique. Les armatures plongent partiellement dans de l'huile de paraffine ou de ricin contenue dans une cuve en plexiglas de forme parallélépipédique. On fixe à la base de la cuve un papier millimétré.

Plaçons un pendule électrostatique en n'importe quelle position de l'espace compris entre les deux armatures métalliques A et B et voyons l'effet du changement de la position sur l'inclinaison du pendule par rapport à l'horizontale.



Quel que soit la position du pendule l'inclinaison reste inchangée

Interprétation

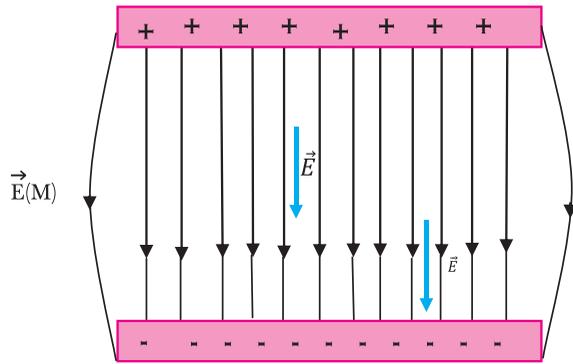
- Le pendule électrostatique est soumis à une force \vec{F} constante quel que soit sa position
- La force \vec{F} prouve que le pendule se trouve dans une région où règne un champ électrostatique \vec{E} tel que $F = q \vec{E}$
- Le champ électrostatique reste constant dans l'espace compris entre les armatures P et N .

Conclusion

Entre les armatures métalliques électrisées «loin des bords» le vecteur champ électrostatique \vec{E} a partout :

- la même direction
- le même sens «de la plaque chargée positivement vers la plaque chargée négativement»
- la même intensité.

Un tel champ électrostatique \vec{E} est dit uniforme et son spectre est formé de droite parallèles qu'on modélise comme suit :



La superposition des champs électriques $\vec{E}_1(M)$ et $\vec{E}_2(M)$ créés par les deux types de charges des deux plaques en tout point M de l'espace compris entre eux conduit à un champ résultant $\vec{E}(M)$ tel que :

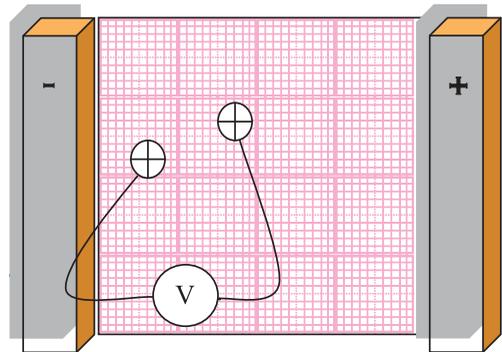
$$\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M)$$

Deuxième activité expérimentale

Si on ne dispose pas d'une machine électrostatique, on remplacera l'huile par une solution de sulfate de cuivre et on branchera les plaques P et N aux bornes d'un générateur délivrant une tension de 6 V.

Deux sondes métalliques reliées aux bornes d'un voltmètre plongent dans la solution de sulfate de cuivre en deux points A et B.

Repérons les positions des deux sondes et lisons la valeur de la d.d.p. affichée.



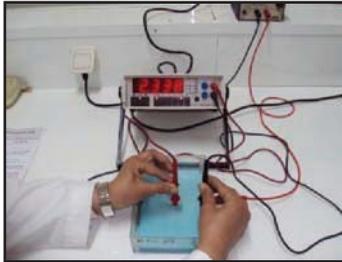
1ère Observation :

<p>Les 2 sondes plongent dans une solution de CuSO_4 «interrupteur ouvert» le voltmètre indique 0 V</p>	<p>Le voltmètre indique 2.33 V «les sondes sont à droite»</p>	<p>Le voltmètre indique 2.33V «les sondes sont à gauche»</p>
<p>On garde les mêmes distances entre les deux sondes</p>		

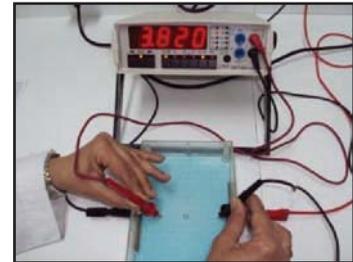
Conclusion

En gardant la distance AB constante sur une même ligne entre les plaques, le voltmètre indique la même valeur quelque soit l'emplacement des sondes.

2^{ème} observation



Une variation de la distance AB entraîne une variation de la différence de potentielle affichée par le voltmètre



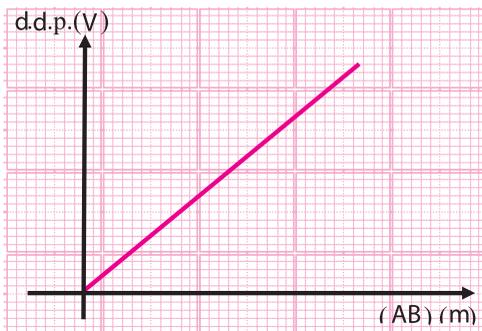
Consignes :

Réaliser l'expérience,
Remplir un tableau de mesure .

d.d.p. (V)							
Distance AB (m) ⊥ aux plaques							

- Tracez le graphe d.d.p. = f (AB)
- Trouver la relation entre la d.d.p. et la distance AB
- Montrer que le coefficient de proportionnalité a la même unité que le champ électrostatique.
- Conclure.

Trouver la relation entre la d.d.p. et la distance (AB) et conclure



- ⇒ Le rapport $\frac{U_{AB}}{AB}$ = une constante.
- ⇒ Cette constante représente l'intensité du vecteur champ électrostatique régnant entre les armatures P et N.
- ⇒ Le champ \vec{E} est uniforme entre les armatures P et N.
- ⇒ Le vecteur champ électrostatique \vec{E} est porté par les lignes de champs normaux aux deux plaques.

Le rapport

$$\frac{U_{AB}}{AB} = \|\vec{E}\|$$

* U_{AB} s'exprime en V

* AB s'exprime en m

On découvre ainsi une nouvelle unité de l'intensité du vecteur champ électrique, à savoir le volt par mètre ($V.m^{-1}$)

L'ESSENTIEL DU COURS

LOI DE COULOMB

Entre deux objets ponctuels (\mathcal{A}) et (\mathcal{B}), immobiles, portant respectivement les charges électriques $q_{(\mathcal{A})}$ et $q_{(\mathcal{B})}$ et placés respectivement en A et B, s'établit une interaction électrique répulsive si les deux charges sont de même signes et attractive si les deux charges sont de signes contraires.

La valeur commune aux deux forces qui constituent l'interaction est donnée par la formule de Coulomb :

$$\|\vec{F}_{(\mathcal{A})/(\mathcal{B})}\| = \|\vec{F}_{(\mathcal{B})/(\mathcal{A})}\| = K \frac{|q_{(\mathcal{A})}| \cdot |q_{(\mathcal{B})}|}{AB^2}$$

Dans le vide : $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^9 \text{ S.I.}$

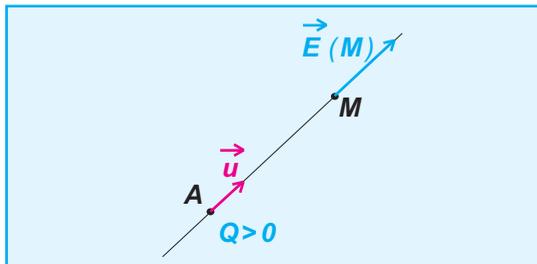
CHAMP ÉLECTRIQUE

Dans une zone de l'espace où règne un champ électrique, chaque point est caractérisé par un vecteur champ électrique.

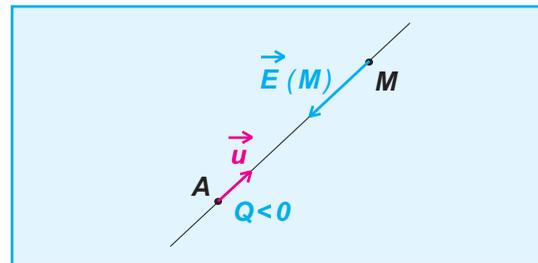
Une charge q , placée en un point M du champ électrique où le vecteur champ électrique est $\vec{E}(M)$, subit une force électrique $\vec{F} = q \vec{E}(M)$.

CHAMP ÉLECTRIQUE CRÉÉ PAR UNE CHARGE PONCTUELLE Q PLACÉE EN UN POINT A

$$\vec{E}(M) = K \frac{Q}{AM^2} \cdot \vec{u}$$



Vecteur champ électrique créé au point M par une charge électrique positive Q , placée au point A ; il est centrifuge.



Vecteur champ électrique créé au point M par une charge électrique négative Q , placée au point A ; il est centripète.

SPECTRE ÉLECTRIQUE ET LIGNES DE CHAMP

- Une **ligne de champ** est une ligne en tout point de laquelle, le vecteur champ électrique lui est tangent ; elle est orientée dans le même sens que le vecteur champ électrique.
- L'ensemble des lignes de champ forme le **spectre électrique**.

CHAMP ÉLECTRIQUE UNIFORME

Un champ électrique est dit **uniforme** si le vecteur champ \vec{E} est constant en tout point où règne ce champ.

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

- 1- Deux charges ponctuelles q et q' placées en deux points A et B , sont soumises uniquement à l'effet de l'interaction électrique qui règne entre elles (Doc.10).



- a - La force électrique qui s'exerce sur q et le vecteur champ électrique créé par q' en A ont toujours la même direction
- b - La force électrique qui s'exerce sur q et le vecteur champ électrique créé par q' en A ont toujours le même sens
- c - Les deux forces qui constituent l'interaction électrique sont de même valeur si q et q' ont même signe.

- c - le vecteur unitaire change de sens si Q change de signe.
- d - le champ électrique peut être centripète.

- 3- La valeur du vecteur champ électrique s'exprime en :

- a - $N \cdot kg^{-1}$
- b - $N \cdot C$
- c - $V \cdot m^{-1}$

- 4- Deux charges électriques opposées q et $-q$ sont placées respectivement en A et B symétriques par rapport à O .

Le champ résultant en O :

- a - est nul
- b - a la direction de (AB) et se dirige de A vers B
- c - a une valeur absolue double de celle du champ électrique créé par q en O .

- 2- Le champ électrique créé par la charge électrique Q en M est :

$$\vec{E}(M) = K \frac{Q}{AM^2} \vec{u}$$

Doc.11

Dans cette expression :

- a - Q est la charge électrique placée en A .
- b - Il faut placer un signe (-) devant K si Q est négative.

- 5- Dans la région limitée par deux plaques conductrices planes et parallèles reliées aux bornes d'un générateur

- a - les lignes de champ sont parallèles aux plaques
- b - la valeur du vecteur champ électrique est constante
- c - la valeur du vecteur champ électrique est plus grande au voisinage des plaques.

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

- Ex-1- Deux charges ponctuelles $q_1 = 10 \text{ nC}$ et $q_2 = 40 \text{ nC}$ sont placées respectivement en deux points A et B distants de $a = 30 \text{ cm}$.

- 1 - Déterminer les caractéristiques du vecteur champ électrique au milieu O du segment AB .

- 2 - Il existe sur la ligne joignant les deux points A et B , un point M où les deux champs électriques se compensent.

- a - Indiquer, sur la droite (AB) , s'il est plus proche de A ou de B .
- b - Calculer la distance AM .

- Ex-2- Deux charges électriques ponctuelles de valeurs respectives $q_A = +5 \mu\text{C}$ $q_B = -7 \mu\text{C}$ sont placées dans le vide, respectivement en deux points A et B , distants de 10 cm .

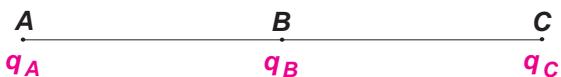
- 1 - Déterminer les caractéristiques :

- a - de la force électrique exercée par la charge q_B sur la charge q_A .
- b - de la force électrique exercée par la charge q_A sur la charge q_B .

- 2 - Comparer ces deux forces électriques.

Ex-3- Dans le vide, trois charges ponctuelles q_A , q_B et q_C , sont placées respectivement en trois points **A**, **B** et **C** tels que **B** est le milieu de **AC** de longueur **20 cm** (**Doc.12**).

Les charges ont pour valeur : $q_A = 10 \mu\text{C}$, $q_B = -6 \mu\text{C}$ et $q_C = 24 \mu\text{C}$.

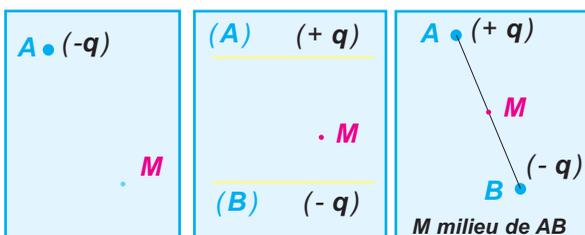


Doc.12

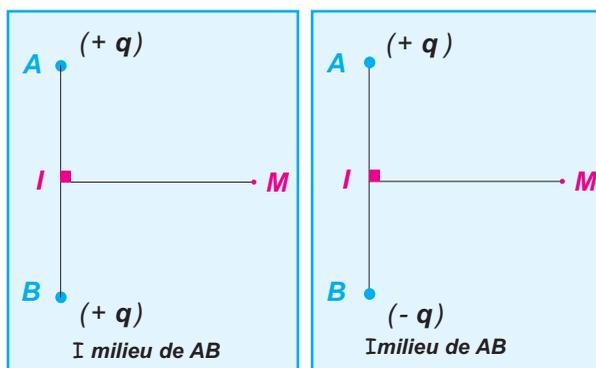
- 1 - Déterminer les caractéristiques :
 - a - de la force électrique exercée par la charge q_B sur la charge q_A .
 - b - de la force électrique exercée par la charge q_C sur la charge q_A .
- 2 - Déterminer les caractéristiques de la force électrique totale s'exerçant sur q_A .

Ex-4- Dans les schémas du document 13, représenter le vecteur champ électrique

total en **M** sachant que toutes les charges ont même valeur absolue.



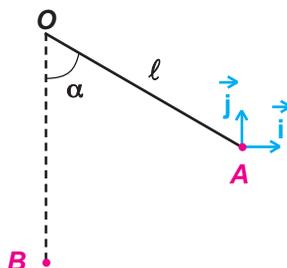
Doc.13



EX-5- On considère un pendule électrique formé d'un fil isolant inextensible de longueur $\ell = 0,2 \text{ m}$ et de masse négligeable, et d'un corps ponctuel (**A**) de masse $m = 1 \text{ g}$ et portant une charge q_A .

Le pendule électrique étant à l'équilibre dans la position verticale, on approche un objet ponctuel (**B**) portant une charge q_B ; le pendule électrique se maintient dans une nouvelle position d'équilibre faisant un angle $\alpha = 60^\circ$ avec la verticale lorsque (**B**) prend la position initialement occupée par (**A**) (**Doc.14**).

- 1 - Les charges q_A et q_B sont-elles de mêmes signes ou de signes contraires ?
- 2 - Déterminer les caractéristiques de la force électrique \vec{F} qui s'exerce sur (**A**) dans sa position finale.
on prendra $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$
- 3 - Sachant que $q_B = +2\mu\text{C}$, donner les caractéristiques du vecteur champ électrique \vec{E}_A créé par la charge q_B au point où se trouve (**A**) dans sa position finale.
- 4 - En déduire la valeur absolue de la charge q_A .



Doc.14

Ex-6- Le schéma du document 15 correspond à deux pendules électriques.

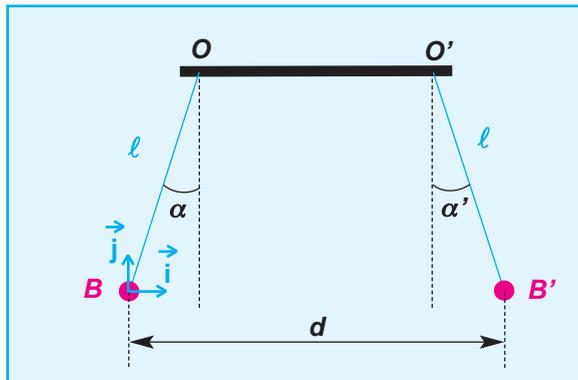
Les deux boules (**B**) et (**B'**) de même masse $m = 0,3 \text{ g}$ et supposées être deux corps ponctuels, portent respectivement une charge $q = + 100 \text{ nC}$ et une charge q' de valeur absolue égale à 20 nC .

A l'équilibre, les deux pendules font les angle α et α' avec la verticale tels que les deux boules soient distantes de $d = 10 \text{ cm}$ (**Doc.15**).

1- a - Quel est le signe de la charge q' ?

b- La boule (**B'**) présente-t-elle un excès ou un défaut d'électrons ? en déterminer le nombre.

c - Comparer, en le justifiant, α et α' .



Doc.15

INTERACTION MAGNÉTIQUE

3- Les différents types d'interaction magnétique

4- Champ magnétique

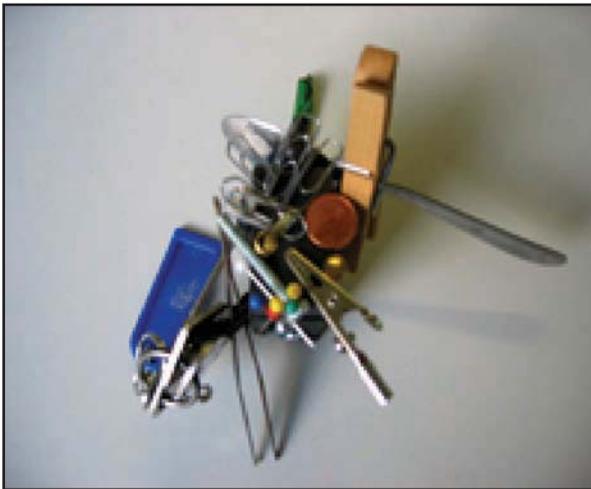
5- Force de Laplace

*Les aimants sont connus depuis l'Antiquité sous le nom de "magnétite", pierre trouvée à proximité de la ville de **Magnesia** (Turquie).*

*C'est du nom de cette pierre que provient le nom actuel de **champ magnétique**.*

Les chinois furent les premiers à utiliser les propriétés des aimants, il y a plus de 1000 ans, pour faire des boussoles.

Elles étaient constituées d'une aiguille de magnétite posée sur de la paille flottant sur de l'eau contenue dans un récipient gradué.



Pierre de magnétite attirant des objets en fer



Boussole chinoise

OBJECTIFS

- Mettre en évidence expérimentalement une interaction magnétique.
- Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ magnétique.
- Reconnaître un champ magnétique uniforme à partir de la forme de son spectre.
- Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ magnétique.
- Utiliser un teslamètre.
- Mettre en évidence expérimentalement la force de Laplace.
- Déterminer les caractéristiques de la force de Laplace.
- Expliquer le fonctionnement d'un moteur à courant continu.

Situations et questionnements

(L'aurore Boréale des Terres du Nord)



Qu'est ce que l'aurore boréale ?

Train à sustentation magnétique



Contrairement aux trains classiques, un train à sustentation magnétique n'est pas en contact avec les rails, ce qui permet de minimiser les frottements, et d'atteindre des vitesses plus élevées.

Quel est le phénomène qui confère cette propriété à ce type de train ?

Jouet électrique



Quel est le principe de fonctionnement du moteur d'un jouet électrique ?

baladeur CD



Quel est le principe de fonctionnement du moteur d'un baladeur CD ?

3.

LES DIFFERENTS TYPES D'INTERACTION MAGNÉTIQUE

1. INTERACTION AIMANT-AIMANT

1.1. propriété des aimants

Situation et questionnement



Étymologie -nommée en 1845, bien qu'elle soit connue depuis l'antiquité, selon Thales de Milatus (ca 625-547 av J.C.), qui lui donna le nom de magnèt, pour la région de Magnâtes en Thessalie, Grèce.

L'étrange pouvoir de la "pierre d'aimant" qui se plaque aux outils en fer est connu depuis l'antiquité. Ce minerai est appelé magnétite (Fe_3O_4) car, il y a environ 2500 ans, il était extrait d'une région d'Asie Mineure appelée Magnésie. D'après une légende chinoise, l'empereur Hwang-Ti (2600 avant J C) fut guidé au cours d'une bataille qui se déroulait dans un épais brouillard, par une petite figurine tournante qui se dirigeait toujours vers le Sud: un morceau de pierre d'aimant était caché dans son bras, de ce fait toujours tendu vers le Sud. Il s'agit bien évidemment d'une boussole. La boussole ne sera diffusée en Europe qu'après 1100 après JC.

Qu'est ce qu'un aimant ?

Activité expérimentale

Approchons de la limaille de fer à un aimant droit puis à un aimant en U.
La limaille de fer est surtout attirée par les deux extrémités de l'aimant en U et de l'aimant droit (Photo.1)



Photo 1

Conclusion

Un aimant est un minéral qui est capable d'attirer la limaille de fer. Celle-ci se fixe sur les deux extrémités appelées pôles.

1.2. Interaction entre deux pôles magnétiques : Situation et questionnement



Le train à lévitation magnétique

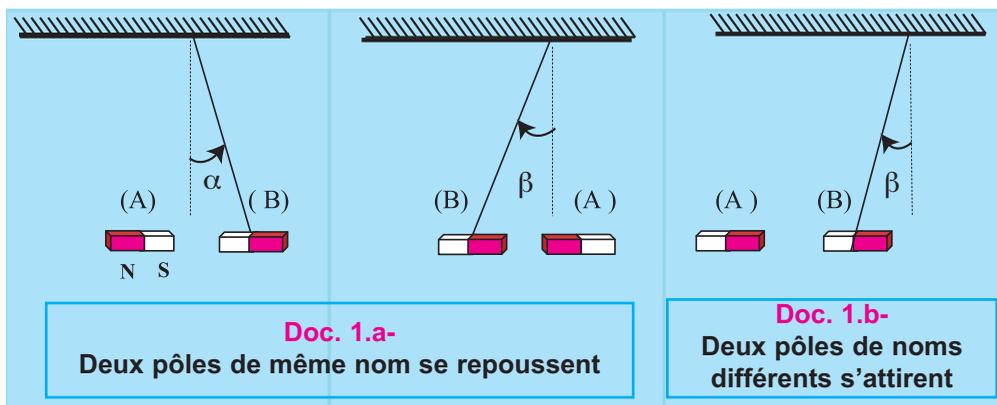
Le rail «porteur» contient des aimants ou des électroaimants. L'interaction entre les aimants à bord du train et les aimants disposés le long de la voie génère une force qui compense la gravité et crée la lévitation. Ces aimants repoussent le train vers le haut et assurent l'existence d'une garde suffisante entre le "rail" et le train ce qui affranchit le véhicule de toute perte due à la friction.

On sait qu'un aimant possède un pôle nord et un pôle sud.
Comment interagissent deux pôles magnétiques de deux aimants différents ?

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Approchons successivement à un pôle d'un aimant droit (B) suspendu à un fil sans torsion :

- Le pôle de même nom d'un aimant droit (A) (Doc.1-a).
- Le pôle de nom différent de l'aimant (A) (Doc.1-b).



Observation

- On observe une répulsion dans le cas du Doc.1-a.
- On observe une attraction dans le cas du Doc.1-b.

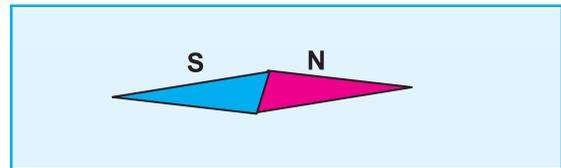
Conclusion

- Les pôles Sud et Nord d'un aimant sont différents. Généralement, ils sont peints de couleurs différentes.
- Deux pôles de même nom se repoussent. Deux pôles de noms différents s'attirent.

1.3. Aiguille aimantée

Définition

Une aiguille aimantée est un aimant très léger, ayant la forme d'un losange mince (**Doc.2-a**) ou d'une flèche (**Doc.2-b**). Lorsqu'elle peut s'orienter librement, elle permet de déterminer l'existence d'une interaction magnétique au point où elle se trouve.

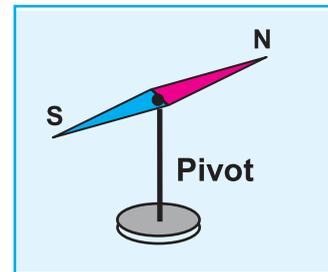


2.a



2.b

Une aiguille aimantée sur un pivot vertical constitue une boussole (**Doc.2-c**).



2.c

2. Interaction aimant-courant

Situation et questionnement



Electro-aimant de leavage

Electro-aimant de leavage

Un électro-aimant est constitué d'un bobinage, et souvent, d'une pièce en matériau ferromagnétique doux.

L'électroaimant joue le rôle d'un aimant commandé par un courant électrique. Les aimants de levage sont destinés à la préhension, au levage et à la manutention de tout produit sidérurgique chaud ou froid. Il s'utilise aussi pour la manutention de ferrailles.

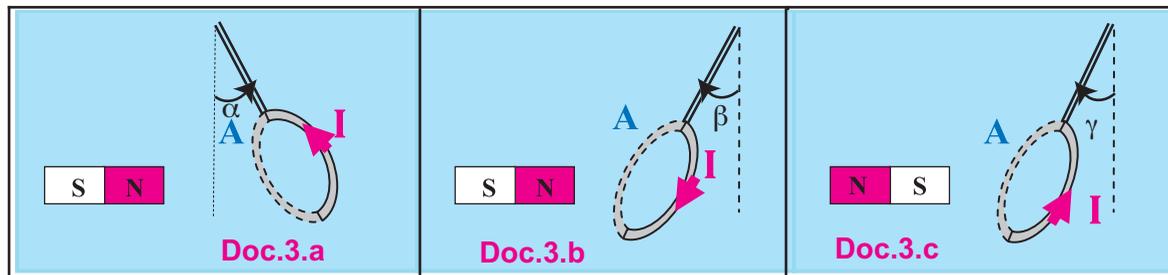
Y'a-t-il une analogie entre une bobine parcourue par un courant continu et un aimant ?

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Approchons le pôle nord d'un aimant droit de la face (A) d'une bobine parcourue par un courant électrique continu, on observe une répulsion (Doc. 3-a).

L'effet devient une attraction si on effectue l'une des deux opérations suivantes :

- On change le sens du courant dans la bobine (Doc. 3-b).
- On approche le pôle sud de l'aimant de la face (A) de la bobine (Doc. 3-c).



Conclusion

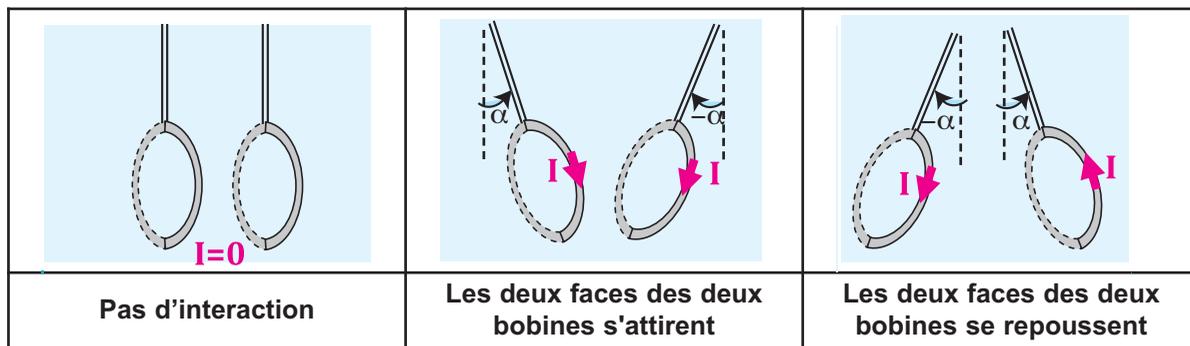
La bobine parcourue par un courant continu se comporte comme un aimant droit et possède une face sud et une face nord.

3. Interaction courant-courant

Comment deux bobines parcourues par un courant continu agissent-elles l'une sur l'autre ?

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Deux bobines parcourues par un courant continu sont suspendues par des fils pour pouvoir mouvoir librement. Le (Doc. 4-b) montre une interaction attractive entre ces deux bobines. En inversant le sens du courant dans l'une des deux bobines, l'interaction devient répulsive (Doc. 4-c).



Doc.4-a

Doc.4-b

Doc.4-c

Conclusion

Deux faces de deux bobines parcourues par un courant continu :

- se repoussent si elles sont de mêmes noms.
- s'attirent si elles sont de noms différents.

EVALUATION

Etude d'un document scientifique

LA LEVITATION MAGNETIQUE

La lévitation est le fait, pour un être ou un objet, de se déplacer ou de rester en suspension au dessus du sol, sous l'effet d'une force, connue ou inconnue, plus forte que la gravitation.

Une application de la technologie magnétique est la maglev (magnetic levitation train). Actuellement, il est en service d'essais au japon depuis environ 30 ans. Il peut atteindre 550 km.h^{-1} en se déplaçant à quelques centimètres au dessus des rails spéciaux.

L'interaction entre les aimants à bord du train et les aimants disposés le long de la voie génère une force qui compense la gravité et crée la lévitation.



Ces aimants sont faits de niobium et de titane et sont refroidis à $-269 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ($4,15 \text{ }^{\circ}\text{K}$) par de l'hélium liquide pour pouvoir conserver leur supraconductivité.

De ce fait le prix de construction des voies est très important.

- 1) Expliquer le principe de lévitation du maglev.
- 2) Citer un avantage et un inconvénient du maglev.
- 3) Expliquer comment la lévitation permet-elle au maglev d'atteindre des vitesses plus élevées que celle des trains classiques.

REPONSES

- 1) Le maglev lévite grâce à l'interaction répulsive entre les aimants à bord du train et les aimants disposés le long de la voie.

2)

Avantage	Inconvénient
vitesse élevée	le prix de construction des voies est très important

- 3) Le maglev n'est pas en contact avec les rails, ce qui permet de minimiser les frottements, et d'atteindre des vitesses plus élevées.

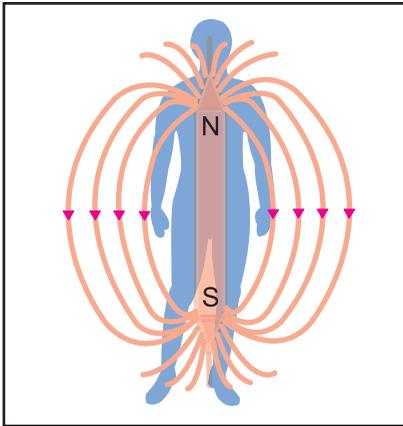
4.

CHAMP MAGNÉTIQUE

1. NOTION DE CHAMP MAGNÉTIQUE

1.1. Mise en évidence

Situation et questionnement



Un aimant placé convenablement à proximité d'un corps humain peut soulager la douleur.

La magnéto thérapie

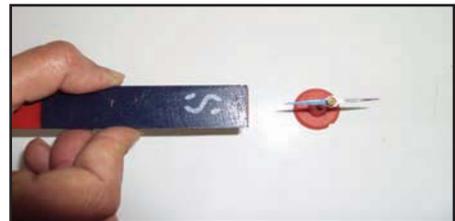
L'utilisation d'aimants à des fins thérapeutiques, ou magnéto thérapie, remonte à l'Antiquité. L'homme prêtait des pouvoirs de guérison aux pierres naturellement magnétiques, et les anciens médecins grecs fabriquaient des bagues de métal magnétisé pour soulager les douleurs de l'arthrite.

Quand les aimants sont portés sur le corps, on les place directement sur la région douloureuse (genou, pied, poignet, dos, etc.) ou sur un point d'acupuncture. Plus la distance entre l'aimant et le corps est importante, plus l'aimant doit être puissant. Leur influence sur l'espace environnant permet de soulager la douleur.

Que crée un aimant dans l'espace environnant ?

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Une aiguille aimantée dévie lorsqu'on approche un aimant. (Doc.1)
Son pôle nord est attiré par le pôle sud de l'aimant.



Doc.1

Interprétation :

L'aimant a modifié l'état magnétique dans l'environnement de l'aiguille.

On dit que l'aimant crée dans l'espace environnant un **champ magnétique**.

L'aiguille aimantée est le détecteur de champ magnétique (elle subit une action mécanique), et l'aimant en est la source.

Qu'est-ce qu'un champ ?

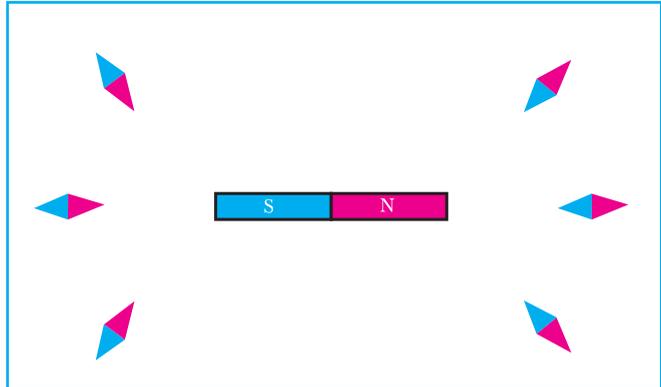
Pour comprendre la notion de champ, prenons l'exemple d'un feu de camp. À proximité du feu, chacun peut ressentir la chaleur dégagée mais ne la voit pas. **En s'éloignant progressivement du feu, on perçoit de moins en moins la chaleur. Il s'agit ici d'un champ thermique.** C'est exactement la même chose pour les champs électriques et magnétiques : l'intensité du champ est grande à proximité de la source et diminue rapidement lorsqu'on s'en écarte.

Conclusion

Un aimant modifie l'espace qui l'entoure : il lui confère des propriétés magnétiques. On dit que l'aimant crée dans l'espace environnant un champ magnétique.

1.2. Vecteur champ magnétique**ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE ET OBSERVATION**

Plaçons des aiguilles aimantées en différents points au voisinage de l'aimant. Elles ne prennent pas toutes la même direction et le même sens. Chacune d'elles s'oriente selon une géométrie bien précise. (Doc.2)



Doc.2

Interprétation :

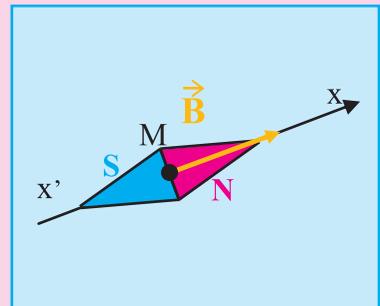
Dans son environnement, l'aimant crée un champ magnétique caractérisé en tous ses points par un vecteur champ magnétique noté, dont les caractéristiques diffèrent d'un point à l'autre.

Conclusion

Le vecteur champ magnétique \vec{B} en un point M caractérise le champ magnétique en ce point.

Le vecteur \vec{B} au point M a les caractéristiques suivantes :

- **Direction** : L'axe $x'x$ de l'aiguille aimantée à l'équilibre en ce point.
- **Sens** : dirigé du pôle sud vers le pôle nord de l'aiguille aimantée.
- **La valeur** : s'exprime dans le système international en Tesla (T). Elle est mesurée à l'aide d'un teslamètre. (pour en savoir plus p. 65-66)

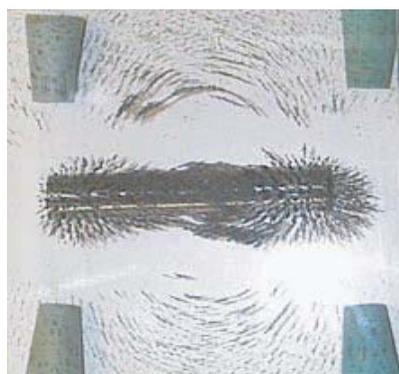


1.3. Spectre magnétique et lignes de champ

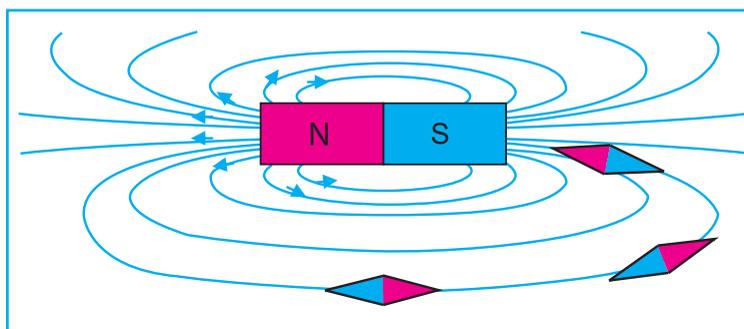
ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

Saupoudrons de la limaille de fer sur une plaque horizontale en plexiglas, au dessous de laquelle nous avons placé un aimant droit. Les grains de limaille s'alignent selon des lignes appelées lignes de champ. L'ensemble de ces lignes constitue le spectre magnétique.

On place des aiguilles aimantées, sur la plaque, au voisinage de l'aimant droit. Chacune d'entre elles se stabilise suivant une direction tangentielle à la ligne de champ. (Doc.3-a et 3-b)

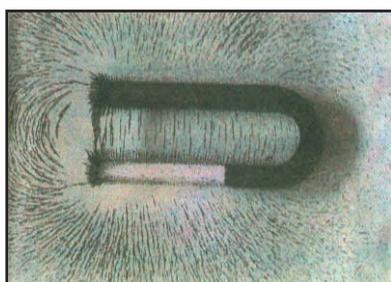


Doc.3-a

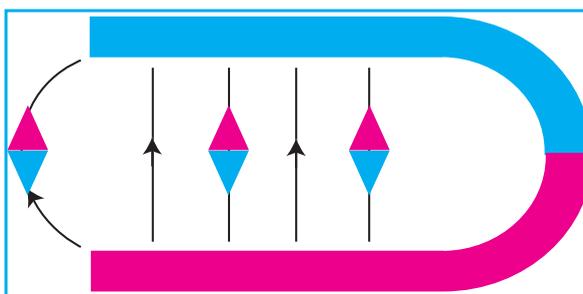


Doc.3-b

La même expérience est reproduite mais en remplaçant l'aimant droit par un aimant en U ; le spectre magnétique se présente autrement (*Doc.4-a et 4-b*).



Doc.4-a



Doc.4-b

Interprétation

On explique la formation du spectre en considérant qu'au voisinage de l'aimant, chaque grain de limaille s'aimante. Chacun d'eux se comporte alors comme une petite aiguille aimantée dont les pôles attirent les pôles opposés des grains voisins. Cet alignement de grains de fer matérialise ainsi les lignes de champ. Le sens de ces lignes de champ est obtenu en plaçant, sur le spectre magnétique, des aiguilles aimantées de pôles connus.

Définitions

- Une ligne de champ d'un champ magnétique est une courbe en chaque point de laquelle le vecteur champ magnétique est dirigé selon la tangente à cette courbe. On l'oriente dans le sens sud-nord d'une aiguille aimantée qui s'y immobilise.
- Le spectre magnétique est l'ensemble des lignes de champ magnétique (le spectre magnétique est matérialisé par la limaille de fer saupoudrée près d'un aimant).
- Les lignes de champ se renferment sur elles-mêmes à l'intérieur de l'aimant. Elles y pénètrent par le pôle sud et en sortent par le pôle nord.
- Les lignes de champ ne se coupent pas.

1.4. Champ magnétique uniforme

Définitions

- Par analogie avec un champ électrique uniforme, un champ magnétique est uniforme dans une région de l'espace si en tout point M de cette région le vecteur champ magnétique $\vec{B}(M)$ garde le même sens, la même direction et la même valeur (le vecteur Champ magnétique est constant en tout point).
- Un aimant en U crée un champ uniforme entre ses branches.
- Les lignes de champs sont alors des droites parallèles entre elles et perpendiculaires aux branches de l'aimant.

2. CHAMP MAGNETIQUE TERRESTRE :

2.1. Mise en évidence

Situation et questionnement

L'aurore boréale

Lors d'un orage solaire accompagnant un orage magnétique, un afflux de particules chargées éjectées par le soleil entrent en collision avec le bouclier que constitue la magnétosphère. Des particules électrisées à haute énergie peuvent alors être captées et canalisées par les lignes du champ magnétique terrestre du côté nuit de la magnétosphère (la queue) et aboutir dans les cornets polaires. Ces particules, (électrons et parfois protons), excitent ou ionisent les atomes de la haute atmosphère (l'ionosphère). L'atome excité ne peut rester dans cet état, et un électron change alors de couche, libérant au passage un peu d'énergie en émettant un photon, particule élémentaire constitutive de la lumière visible. Comme la nature de ces ions (oxygène, hydrogène, azote, ...) dépend de l'altitude, ceci explique en partie les variations de teintes des nuages, draperies, rideaux, arcs, rayons... qui se déploient dans le ciel à des altitudes comprises entre 80 et 1 000 km.

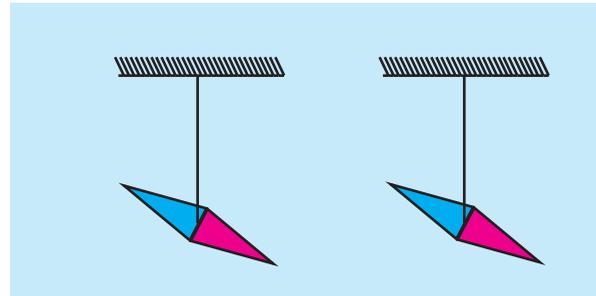


aurore boréale de l'Alaska

Peut-on assimiler la terre à un aimant ?

Activité expérimentale

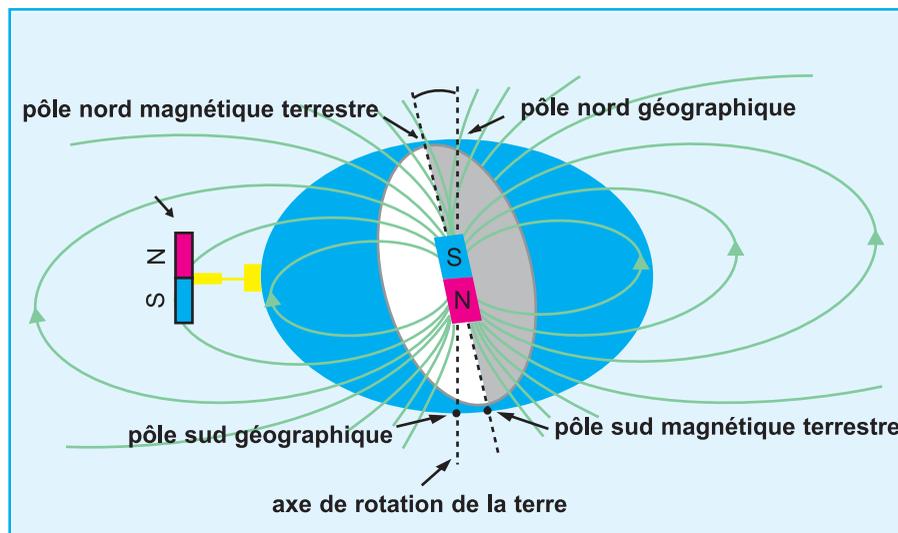
Dans une région de l'espace terrestre peu étendue, loin de tout aimant, de tout circuit parcouru par un courant électrique, plaçons quelques aiguilles aimantées libres de s'orienter dans toute les directions. Elles s'immobilisent toutes dans des directions parallèles, ce qui décèle l'existence d'un champ magnétique terrestre. Ces aiguilles indiquent la direction sud-nord magnétique (Doc.5).



Doc. 5

Conclusions

- Le champ magnétique terrestre est un immense champ magnétique qui entoure la Terre.
- Le noyau de la Terre peut être comparé à celui d'un aimant droit.
- Une aiguille aimantée libre de s'orienter dans toutes les directions, indique la direction sud-nord magnétique, à ne pas confondre avec la direction sud-nord géographique (Doc. 6-a).



Doc. 6-a

Le pôle nord magnétique terrestre est en réalité un pôle de magnétisme «sud» qui attire le pôle «nord» de l'aimant que constitue l'aiguille de la boussole. Noter sur la figure que le pôle de magnétisme nord de «l'aimant terrestre» pointe vers le sud géographique. L'axe géomagnétique, passant par les deux pôles magnétiques, fait un angle de environ 11° par rapport à l'axe de rotation de la terre (sud-nord géographique) .

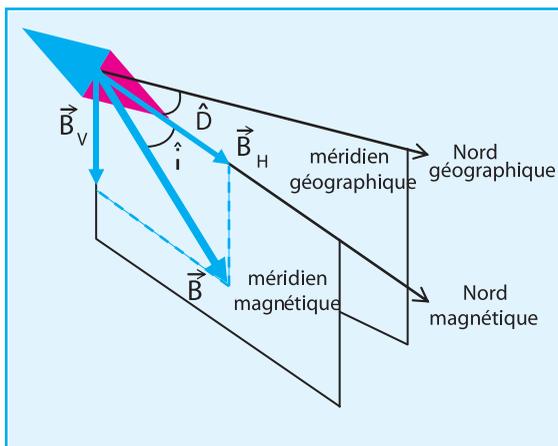
2.1. Méridien magnétique, Inclinaison et déclinaison magnétique :

Le champ magnétique terrestre en un point M de l'espace est la résultante de deux composantes:

\vec{B}_H : Composante horizontale du champ magnétique terrestre au point M.

\vec{B}_V : Composante verticale du champ magnétique terrestre au point M.

$$\vec{B} = \vec{B}_H + \vec{B}_V$$

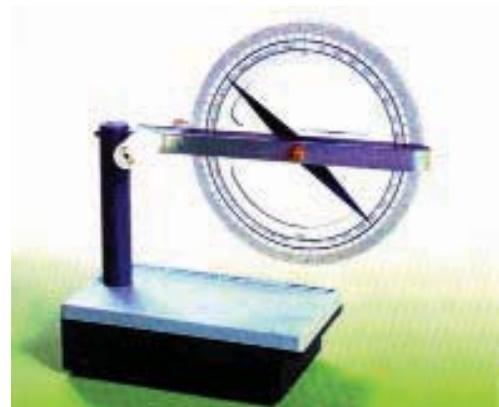


Doc.6-b

- Le méridien magnétique en un point du globe terrestre est le plan passant par ce point et contenant la direction du vecteur champ magnétique terrestre en ce point.
- La déclinaison magnétique \hat{D} en un point donné sur la surface de la terre, est l'angle formé entre la direction du pôle nord géographique et le pôle nord magnétique (il s'agit donc d'un angle sur le plan horizontal du point d'observation). Cet angle est compté positivement vers l'est et négativement vers l'ouest.
- L'inclinaison magnétique \hat{I} en un point donné sur la surface de la terre, est l'angle formé entre le vecteur champ magnétique terrestre et sa composante horizontale (Doc. 6.c). Elle est comptée positive quand le pôle nord de l'aiguille aimantée pointe vers le sol et négative dans le cas contraire.

Ordres de grandeurs

- Valeurs du champ magnétique créé par un aimant à son voisinage : de 0,01 à 0.1T
- La valeur du champ magnétique terrestre à la surface de la terre est voisine de $5,6 \cdot 10^{-5}$ T aux pôles et diminue avec la latitude ($4,8 \cdot 10^{-5}$ T à Bruxelles) pour atteindre la moitié de sa valeur à l'équateur.
- Valeur du champ magnétique solaire : $6 \cdot 10^6$ T.



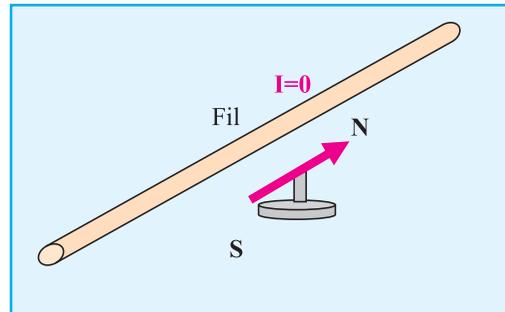
Doc.6-c - Boussole d'inclinaison

3. CHAMP MAGNETIQUE CRÉÉ PAR UN COURANT CONTINU

3.1. Cas d'un fil conducteur rectiligne :

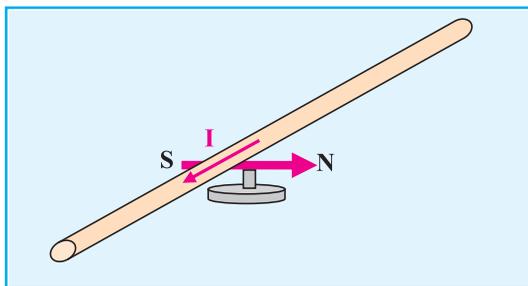
a- Expérience d'Oersted :

Une aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical, est placée à quelques centimètres au dessous d'un fil de cuivre rectiligne et horizontal. L'ensemble est disposé de sorte que le fil soit parallèle à l'aiguille en l'absence de courant dans le fil. (Doc.7-a).

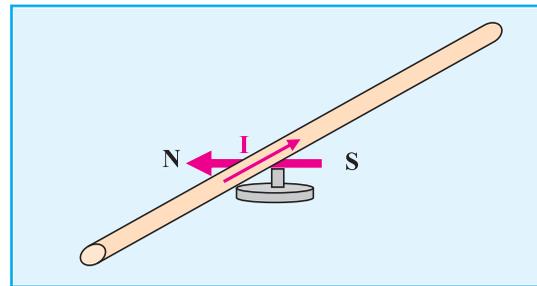


Doc.7-a

On fait passer un courant électrique continu dans le fil, l'aiguille aimantée dévie dans un sens avant de se stabiliser. Si on inverse le sens du courant dans le fil, la même aiguille dévie dans l'autre sens (Doc. 7-b et 7-c).



Doc.7-b



Doc.7-c

Interprétation

En l'absence de courant dans le fil, la boussole est orientée selon la direction sud-nord magnétique de la terre.

Lorsque le fil est parcouru par un courant continu, il modifie l'environnement magnétique dans l'environnement de l'aiguille en créant un champ magnétique qui se superpose au champ magnétique terrestre.

Conclusion

Le courant dans le conducteur rectiligne est donc source d'un champ magnétique qui se superpose au champ magnétique terrestre.

b. Spectre magnétique :

Un fil de cuivre vertical, parcouru par un courant électrique continu, traverse une plaque de plexiglas horizontale. On saupoudre la plaque de plexiglas avec de la limaille de fer puis on tapote ; on obtient le spectre magnétique du doc.8). Si on change le sens du courant chaque aiguille aimantée disposée sur la plaque de plexiglas s'oriente dans le sens inverse.



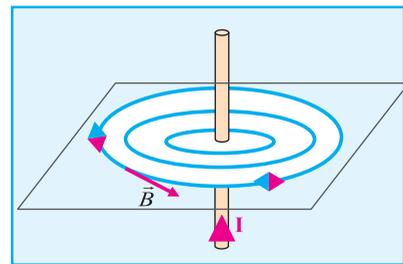
Doc.8

Conclusion

Les lignes de champ créé par un fil parcouru par un courant continu sont des cercles centrés sur le fil quelque soit le sens du courant électrique dans le fil.

Par contre l'orientation de ces lignes dépend du sens du courant électrique dans le conducteur.

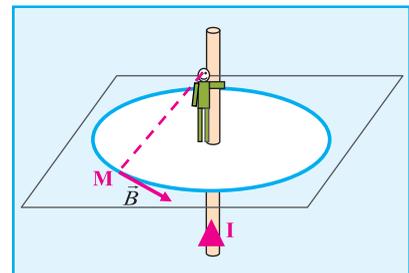
Pour déterminer le sens du vecteur champ magnétique \vec{B} créé par le fil parcouru par le courant, on peut appliquer la règle de l'observateur d'Ampère.



Doc.9

Règle de l'observateur d'Ampère

L'observateur d'Ampère placé sur le fil, le courant entrant par ses pieds et sortant par sa tête, regarde le point M, son bras gauche indique le sens du champ en ce point (Doc. 10).



Doc.10

3.2 Cas d'un solénoïde :

Un solénoïde

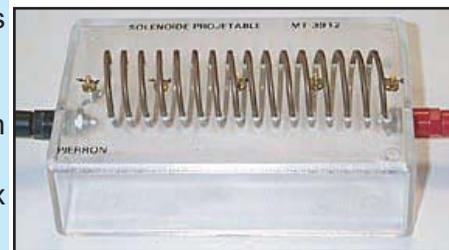
Un solénoïde est une bobine longue constituée de l'enroulement cylindrique d'un fil conducteur. Il est caractérisé par :

- Sa longueur L qui représente la distance entre ses deux extrémités.
- Son diamètre D qui est égal au diamètre moyen de ses spires.
- Son nombre de spires N.

Si la longueur du solénoïde est supérieure à 5 fois son diamètre, il est dit long.

L'axe du solénoïde est confondu avec l'axe commun aux spires.

Le centre d'un solénoïde est le point de son axe situé à égale distance de ses extrémités.



Doc.11-a

Un solénoïde

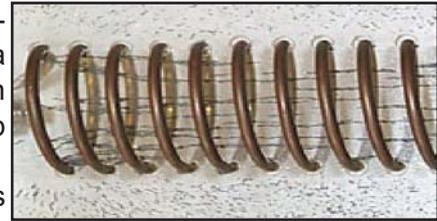
a. Spectre magnétique

On considère le solénoïde du (doc 11-a). On le fait parcourir par un courant électrique continu et on saupoudre la plaque de plexiglas avec de la limaille de fer puis on tapote ; on obtient le spectre magnétique du (doc. 11-b et 11-c).

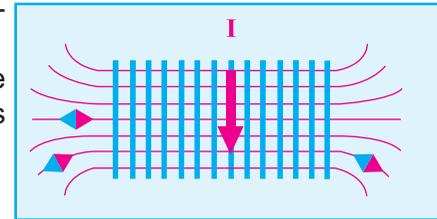
A l'intérieur du solénoïde, les lignes de champ sont des droites parallèles à l'axe du solénoïde.

A l'extérieur du solénoïde, le spectre magnétique est analogue à celui créé par un aimant droit de mêmes dimensions.

Si on change le sens du courant chaque aiguille aimantée disposée sur la plaque de plexiglas s'oriente dans le sens inverse.



Doc.11-b



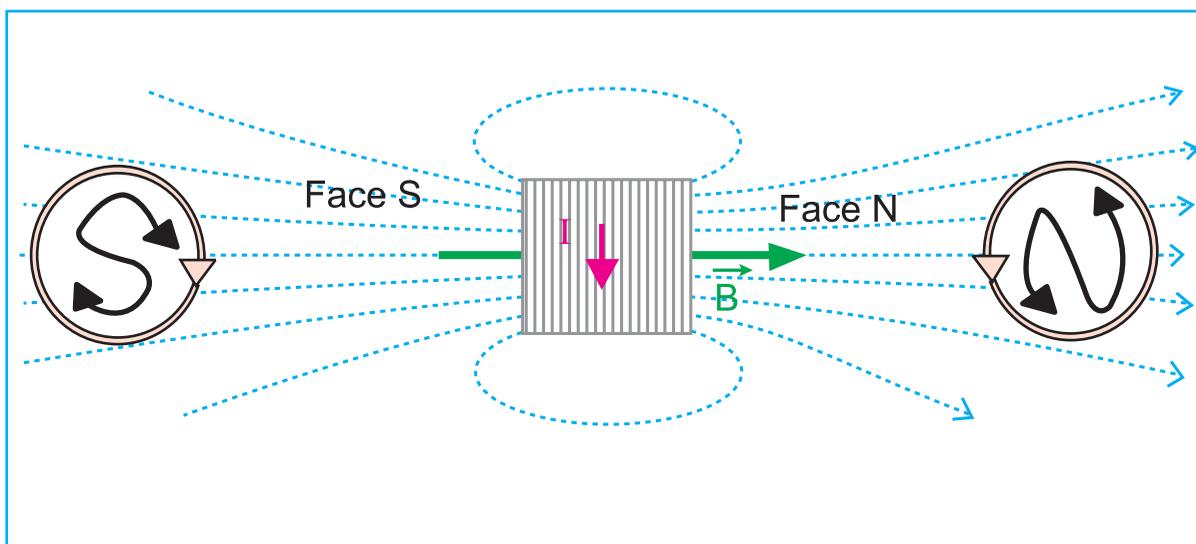
Doc.11-c

Conclusion

Un solénoïde parcouru par un courant électrique continu se comporte comme un aimant droit. Il possède un pôle nord et un pôle sud.

On désigne par face nord la face par laquelle sortent les lignes de champ, et par la face sud celle par laquelle elles entrent.

Les deux faces sud et nord du solénoïde changent de nom lorsque le courant électrique change de sens (Doc. 12).

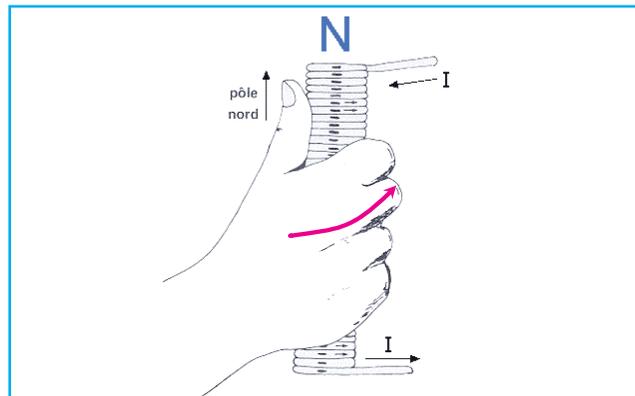


Doc.12

b. Autres méthodes pour définir les deux faces d'un solénoïde :

Règle de la main droite

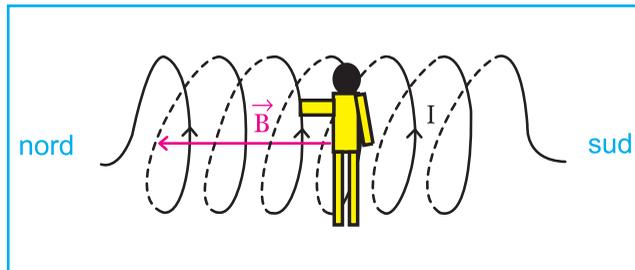
Si l'on empoigne le solénoïde, avec la main droite, de façon à ce que le courant entre par le poignet et sort par les doigts, la face NORD sera indiquée par le pouce (Doc. 13.a).



Doc.13-a

Règle de l'observateur d'Ampère

Le sens du vecteur champ magnétique créé par un solénoïde est donné aussi par le bras gauche tendu d'un observateur d'ampère, couché sur une des spires de sorte que le courant lui pénètre par les pieds et lui sort par la tête tout en regardant l'intérieur du solénoïde (Doc. 13.b).



Doc.13-b

c. Valeur du vecteur champ magnétique (Voir fiche TP)

A l'intérieur d'un solénoïde de longueur infinie parcouru par un courant électrique continu d'intensité I , le champ magnétique est uniforme.

Dans le vide, la valeur du champ magnétique est donnée par la relation :

$$\|\vec{B}\| = \mu_0 \frac{NI}{L} = \mu_0 nI$$

Avec :

μ_0 : Perméabilité du vide (très proche de celle de l'air). $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$

N : Nombre total de spires.

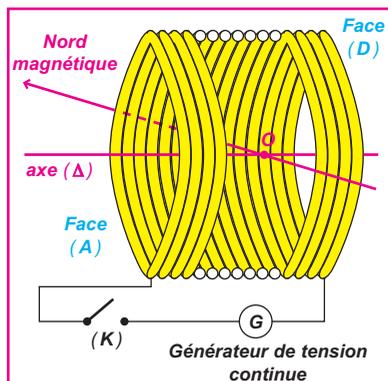
L : Longueur du solénoïde (en m).

n : Nombre de spires par unité de longueur.

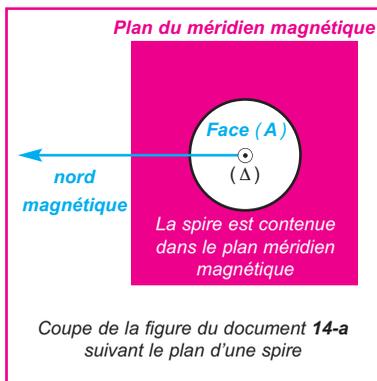
EXERCICE RÉSOLU

ENONCÉ :

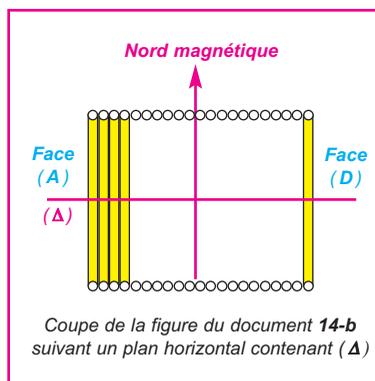
Un solénoïde comporte **2000** spires par mètre et renferme dans sa région centrale une aiguille aimantée, placée sur pivot vertical. L'axe horizontal (Δ) du solénoïde est placé perpendiculairement au plan du méridien magnétique terrestre. On donne la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre $\|\vec{B}_h\| = 2.10^{-5} \text{ T}$.



Doc.14-a



Doc.14-b



Doc.14-c

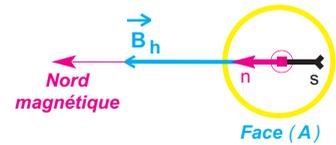
- Recopier les documents 14-b et 14-c et indiquer sur le vecteur \vec{B}_h . Représenter, dans les mêmes documents, la position initiale de l'aiguille aimantée lorsque (K) est ouvert.
- (K) est fermé : un courant d'intensité $I = 5 \text{ mA}$ circule dans le fil conducteur du solénoïde et de sens tel que la face (A) est une face sud ; l'aiguille dévie d'un angle α .
 - Calculer la valeur du champ magnétique \vec{B}_s créé par la bobine en son centre.
 - Représenter dans le document 14-c les vecteurs \vec{B}_s et \vec{B}_h , et le vecteur somme $\vec{B}_t = \vec{B}_s + \vec{B}_h$; on prendra comme échelle 1 cm pour 10^{-5} T .
Calculer la valeur de l'angle α .
- On désire maintenant annuler le champ horizontal total à l'intérieur du solénoïde. Faire un schéma indiquant la position à donner au solénoïde et le sens du courant qui le parcourt. Déterminer l'intensité I_0 de ce courant. La position de l'aiguille aimantée est alors indifférente. Préciser pourquoi.
- On double la valeur du courant $I = 2 I_0$ tout en gardant le dispositif de la question 3. Préciser la position d'équilibre de l'aiguille aimantée.

SOLUTION

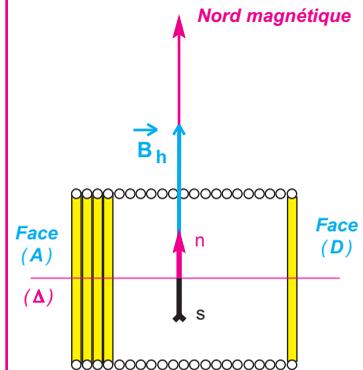
1- Représentation de la position initiale de l'aiguille aimantée lorsqu'aucun courant ne traverse le solénoïde

Le méridien magnétique d'un lieu est le plan vertical formé par le centre de la Terre et la direction de l'aiguille aimantée en ce lieu.

La composante horizontale \vec{B}_h du champ magnétique terrestre est dirigée vers le Nord magnétique.
 En l'absence de courant dans le solénoïde, l'aiguille aimantée sur pivot vertical, s'oriente suivant \vec{B}_h (Doc 14-d) et (Doc 14-e).



Doc.14-d



Doc.14-e

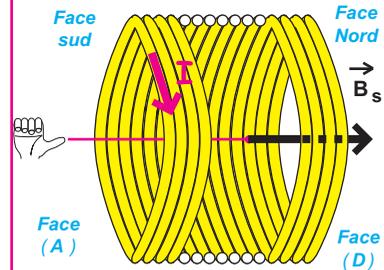
2 -a- Champ magnétique \vec{B}_s

Le champ magnétique \vec{B}_s créé par la bobine parcourue par un courant d'intensité $I = 5 \text{ mA}$ a pour valeur :

$$\|\vec{B}_s\| = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{L} I$$

Application numérique: $\|\vec{B}_s\| = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$

$$\|\vec{B}_s\| = 1,26 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$



Doc.14-f

-b- Représentation des vecteurs \vec{B}_s , \vec{B}_h et $\vec{B}_t = \vec{B}_s + \vec{B}_h$

Le sens de \vec{B}_s est déterminé grâce à la règle de la main droite (Doc 14-f).

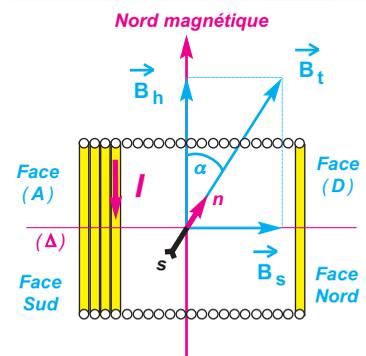
Les vecteurs \vec{B}_s , \vec{B}_h et $\vec{B}_t = \vec{B}_s + \vec{B}_h$ sont représentés sur (Doc 14-g).

L'aiguille aimantée a tourné d'un angle α tel que :

$$\tan \alpha = \frac{\|\vec{B}_s\|}{\|\vec{B}_h\|}$$

Application numérique : $\tan \alpha = \frac{1,26 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-5}} = 0,63$

$$\alpha = 32,2^\circ$$



Doc.14-g

3- Nouvelle disposition du solénoïde

Pour que le champ magnétique horizontal total dans le solénoïde soit nul, il faut que \vec{B}_s et \vec{B}_h soient directement opposés (même direction, même valeur et de sens opposés) (**Doc 14-h**). On procède à une rotation du solénoïde d'un angle de 90° dans le plan horizontal de sorte que la face (**A**) soit du côté de \vec{B}_h tout en gardant le même sens pour le courant électrique.

$$\|\vec{B}_s\| = \|\vec{B}_h\| \quad 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{L} I_0 = \|\vec{B}_h\|$$

$$I_0 = \frac{\|\vec{B}_h\|}{4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{N}{L}\right)}$$

Application numérique:

$$I_0 = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000}$$

$$I_0 = 7,96 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

La direction de l'aiguille est indifférente car le champ magnétique total est nul :

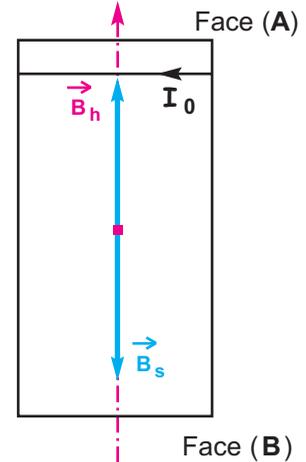
$$\vec{B}_t = \vec{B}_s + \vec{B}_h = \vec{0}$$

4- Nouvelle position d'équilibre de l'aiguille

Si on double l'intensité du courant, le vecteur champ magnétique \vec{B}_s voit sa valeur doubler et reste opposé à la composante horizontale \vec{B}_h .

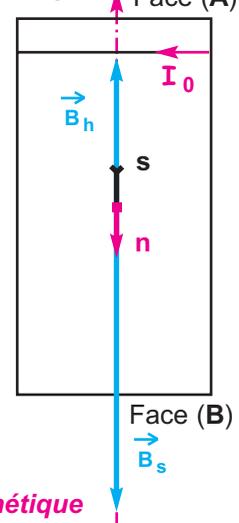
Le champ magnétique horizontal total est dirigé vers le Sud magnétique terrestre. L'aiguille voit donc son pôle Nord se diriger, non pas vers le Nord, mais vers le Sud magnétique terrestre (**Doc 14-i**).

Nord magnétique



Doc.14-h

Nord magnétique



Sud magnétique

Doc.14-i

TRAVAUX PRATIQUES

Objectifs

- Montrer expérimentalement l'uniformité du vecteur champ magnétique \vec{B} à l'intérieur d'un solénoïde formé de n spires par unité de longueur et parcouru par un courant électrique continu d'intensité I .
- Montrer expérimentalement que $\|\vec{B}\|$ est proportionnelle à I ainsi qu'à n .

MATERIELS

- Un solénoïde à quatre enroulements comportant 200 spires bobinées sur un support cylindrique de longueur $L = 0,405\text{m}$.
- Un générateur de tension continue 0V - 30V.
- Un rhéostat ($23\Omega - 7\text{A}$).
- Un ampèremètre.
- Un teslamètre.
- Des fils de connexion.

EXPÉRIENCE N°1

Protocole expérimental :

On réalise le circuit photographié ci-contre.

Le nombre de spire est $N = 200$ spires. La longueur du solénoïde est $L = 0,405\text{ m}$.

On maintient la tête de la sonde au centre O du solénoïde.

On fait varier I et on mesure $\|\vec{B}\|$.

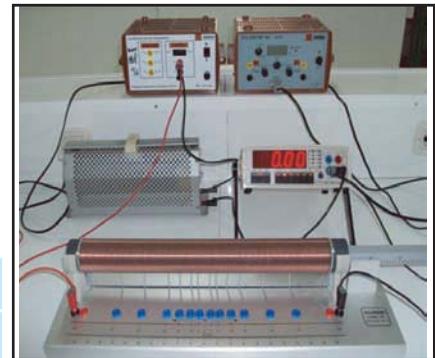


Tableau de mesures :

I (A)						
$\ \vec{B}\ $ (mT)						

Exploitation des résultats de mesures

Compléter le tableau de mesures.

Tracer la courbe $\|\vec{B}\| = f(I)$.

En déduire la proportionnalité entre $\|\vec{B}\|$ et I .

EXPÉRIENCE N°2

On fait varier le nombre N de spires sur le support de longueur $L = 0,405\text{ m}$. On maintient la tête de la sonde au centre O du solénoïde. On fixe $I = 1\text{A}$.

Tableau de mesures :

N	L (m)	n (spire/m)	$\ \vec{B}\ $ (mT)
200	0,405	493,8	
400	0,405	987,6	
600	0,405	1481,14	
800	0,405	1975,2	

EXPLOITATION DES RESULTATS DE MESURES :

- Compléter le tableau de mesures.
- Tracer la courbe $\|\vec{B}\| = f(n)$.
- En déduire la proportionnalité entre $\|\vec{B}\|$ et n .
- Déduire la perméabilité du vide μ_0 .

L'ESSENTIEL DU COURS

VECTEUR CHAMP MAGNÉTIQUE

La direction et le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}(\mathbf{M})$ sont indiqués par la direction orientée **pôle sud - pôle nord** que prend une aiguille aimantée libre de s'orienter et placée au point \mathbf{M} . Sa valeur s'exprime en Tesla (\mathbf{T}).

SPECTRE MAGNÉTIQUE

Un spectre magnétique matérialise les lignes de champ. Une ligne de champ sort du pôle nord et entre par le pôle sud de l'aimant qui la génère ;
Pour un courant circulaire, les lignes de champ sortent de la face nord et rentrent par la face sud.

CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE

Le vecteur champ magnétique terrestre $\vec{B}(\mathbf{M})$ en un point \mathbf{M} admet une composante horizontale \vec{B}_h dirigée vers le nord magnétique et une composante verticale \vec{B}_v dirigée vers le centre de la Terre.

- L'angle que fait \vec{B}_h avec $\vec{B}(\mathbf{M})$ s'appelle **inclinaison magnétique**.
- L'angle que fait la direction du nord magnétique (celle de \vec{B}_h) avec la direction du nord géographique s'appelle la **déclinaison magnétique**.
- Le plan vertical contenant $\vec{B}(\mathbf{M})$ s'appelle le **méridien magnétique**.
- L'axe orienté \vec{sn} d'une aiguille aimantée sur pivot vertical, indique la direction et le sens de \vec{B}_h loin de toutes autres sources de champs magnétiques.

CHAMP MAGNÉTIQUE UNIFORME

Un champ magnétique est uniforme s'il a les mêmes caractéristiques en chaque point de l'espace champ.

EXEMPLES DE CHAMPS MAGNÉTIQUES UNIFORMES

- . champ magnétique qui régne entre les deux branches d'un aimant en \mathbf{U}
- . champ magnétique terrestre dans un domaine restreint à proximité de la surface terrestre.
- . champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant continu.

CHAMP MAGNÉTIQUE CRÉÉ PAR UN SOLÉNOÏDE

Un solénoïde parcouru par un courant électrique continu se comporte comme un aimant droit.

Par analogie avec les pôles d'un aimant, un solénoïde possède une face nord et une face sud déterminées à l'aide de la règle de la main droite.

On désigne par face nord la face par laquelle sortent les lignes de champ, et par face sud celle par laquelle elles entrent.

Les deux faces sud et nord du solénoïde changent de nom lorsque le courant électrique change de sens.

À l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant électrique continu d'intensité \mathbf{I} , le champ magnétique est uniforme.

Dans le vide, la valeur du vecteur champ magnétique est donnée par la relation :

$$\|\vec{B}\| = \mu_0 \frac{N}{L} \mathbf{I} = \mu_0 n \mathbf{I}$$

POUR EN SAVOIR PLUS

LE CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE

Suivant l'altitude, la nature des particules et leur nombre, on définit dans l'espace plusieurs zones où le champ magnétique terrestre agit différemment.

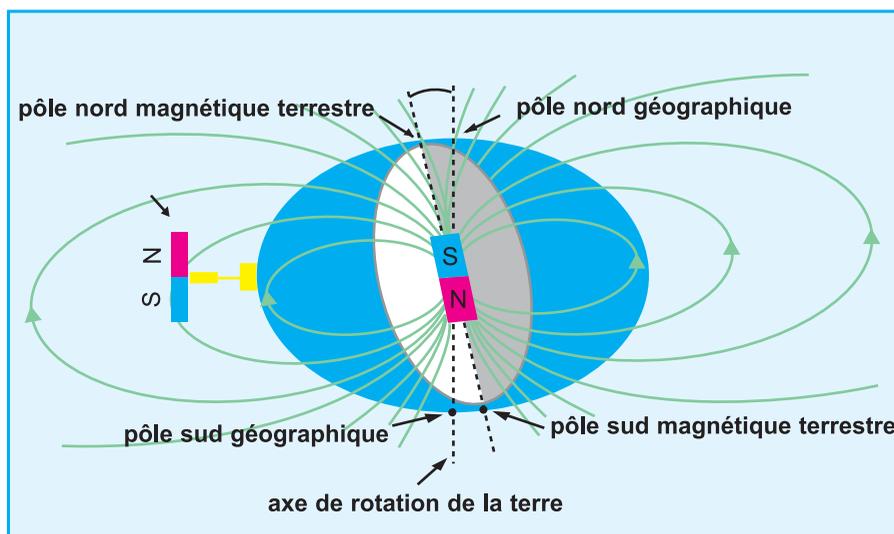
En partant du sol, on a principalement :

- **l'atmosphère** : neutre, ne subit pas d'effet du champ magnétique terrestre.
- **l'ionosphère** : mélange de gaz neutre et de plasma, dense et lourd. Le chauffage de l'ionosphère (jusqu'à **10 000** degrés) et la création du plasma sont principalement dus à l'absorption des rayonnements ultra-violet en provenance du Soleil.
- **la magnétosphère** : milieu très dilué, la magnétosphère est remplie de plasma qui interagit fortement avec le champ magnétique. La magnétosphère est séparée du vent solaire par une frontière de quelques centaines de kilomètres d'épaisseur.
- **la magnétopause** : là où le champ magnétique terrestre s'annule.

plasma
particules électriquement chargées qui ont à la fois les caractéristiques d'un fluide et d'un conducteur d'électricité.

Structure du champ magnétique

- Jusqu'à une distance du centre de la Terre, quatre fois le rayon terrestre, le champ magnétique terrestre est assimilable à celui que créerait un aimant droit placé à l'intérieur du globe incliné d'environ **11°** par rapport à l'axe de rotation de la Terre. (**Doc.15**)



Doc.15

- Au-delà de l'**ionosphère**, soit au-dessus de **800 à 1000 km** d'altitude, le vent solaire et le champ magnétique qu'il transporte modifie la forme de la **magnétosphère** en la comprimant du côté jour et en créant une longue traînée du côté nuit lui donnant une forme de comète comme le montre les documents (**Photo.1-a**) et (**Photo.1-b**).

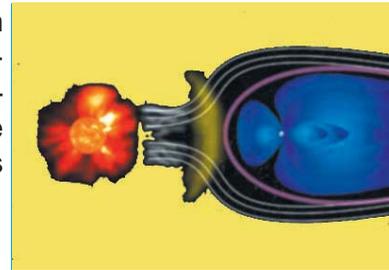


Photo.1-a

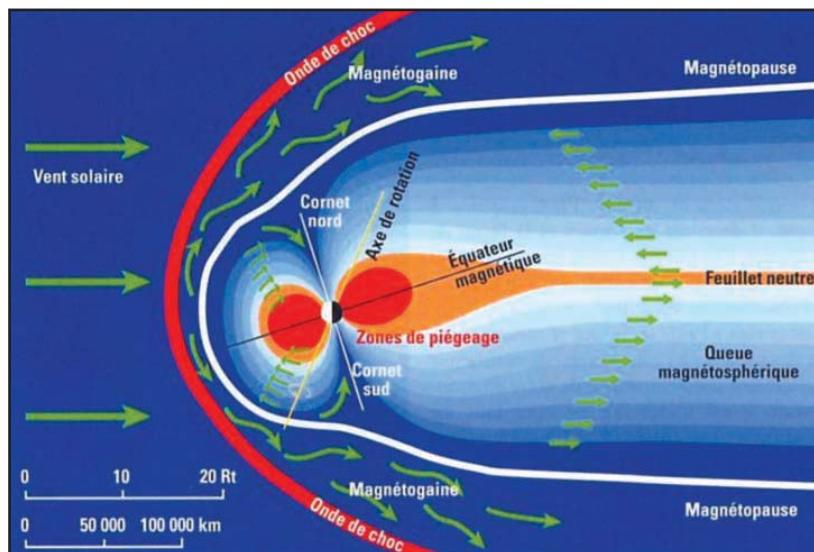


Photo.1-b

La magnétosphère constitue une sorte de **bouclier magnétique** qui protège la Terre contre les particules (électrons, protons, ions) qui forment le vent solaire.

Ces particules électrisées sont guidées par les lignes de champ magnétique ; elles tourbillonnent autour de ces lignes, le plus grand nombre est dévié et la Terre est ainsi protégée.

Certaines particules (environ **10%**) s'engouffrent dans les "**cornets**" polaires nord ou sud, guidées par les lignes de champ du champ magnétique terrestre, entrent dans l'atmosphère et excitent les molécules qui la composent.

Ces dernières se déséxcitent en émettant de la lumière, produisant le magnifique spectacle des aurores boréales (**Photo.1-c**) .

La lumière verte ou rouge de l'aurore boréale provient des atomes excités de dioxygène, alors que la lumière violette provient des molécules excitées de diazote.



Photo.1-c

cette aurore boréale a été prise en photo février 2003, au cours d'un voyage à Kulusuk (côte est du Groenland).

TESLAMÈTRE

Pour mesurer la valeur du vecteur champ magnétique dans une petite région de l'espace assimilable à un point, on utilise un teslamètre muni d'une sonde à effet Hall.

Description

Lorsqu'un matériau appelé semi-conducteur est parcouru par un courant électrique tout en étant soumis à un champ magnétique, une tension électrique apparaît entre ses deux faces: c'est l'effet Hall.

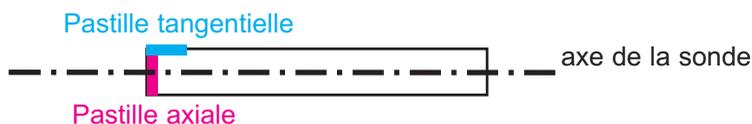
Cette tension de Hall est ici traitée électroniquement par un teslamètre qui l'amplifie et la convertit en unité de champ magnétique.

Une sonde à effet Hall est généralement formée d'une tige graduée en unité de longueur, à l'extrémité de laquelle est fixée une pastille de semi-conducteur : le capteur de Hall.

Si l'axe de la pastille est confondu avec l'axe de la tige, la sonde est dite axiale.

Si l'axe de la pastille est perpendiculaire à l'axe de la tige, la sonde est dite tangentielle.

Certaines sondes comportent deux pastilles : une axiale et l'autre tangentielle.



L'axe de la pastille tangentielle est perpendiculaire à l'axe de la sonde ; par contre l'axe de la pastille axiale est confondu avec celui de la sonde.

RÉGLAGE DU ZÉRO

Pour ne pas prendre en compte le champ magnétique terrestre, il est nécessaire, avant toute série de mesures, de s'assurer que le teslamètre indique une valeur nulle lorsque la sonde est éloignée de toute source de champ magnétique.

Dans le cas contraire, il faut régler le zéro de l'appareil, en se référant au protocole indiqué dans la notice d'utilisation.

MESURE DU CHAMP MAGNÉTIQUE

- La mesure indiquée par le teslamètre correspond à la valeur de la composante du champ magnétique suivant l'axe de la pastille à effet Hall, à l'endroit où elle est placée.
- Une sonde axiale est ainsi sensible à la valeur de la composante du vecteur champ magnétique suivant son axe. Une sonde tangentielle est sensible à la valeur de la composante du vecteur champ magnétique suivant un axe perpendiculaire à l'axe de la tige.

- Si l'axe de la pastille de mesure est orienté d'un angle α par rapport à la direction du champ magnétique au point considéré, la valeur mesurée est :

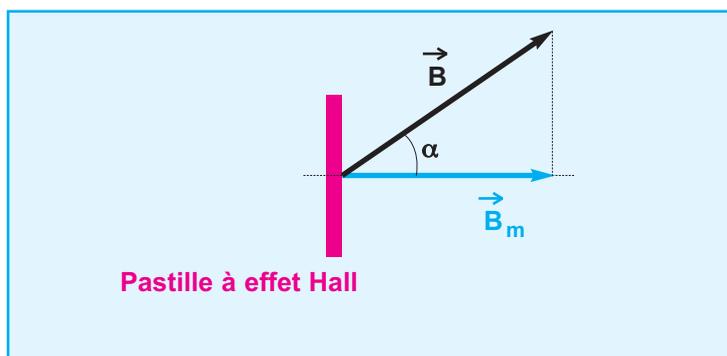
$$\|\vec{B}_m\| = \|\vec{B}\| \cos \alpha$$

- Si l'angle α est supérieur à 90° , la valeur indiquée par le tesla-mètre est affectée d'un signe moins.

- En pratique, pour placer la sonde dans la direction et le sens du champ magnétique dont on veut mesurer la valeur, il faut chercher l'orientation de la sonde pour laquelle la valeur indiquée est maximale.

On a alors:

$$\alpha = 0^\circ, \cos \alpha = 1 \text{ et } \|\vec{B}_m\| = \|\vec{B}\|$$



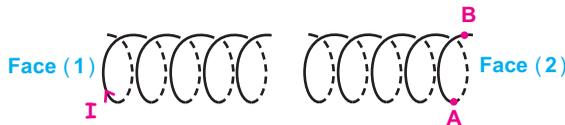
La sonde à effet Hall mesure la valeur de la composante \vec{B}_m

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

- 1- le vecteur champ magnétique créé par un aimant droit en un point **M**
- a - sort du pôle nord de cet aimant.
 - b - se dirige du pôle sud vers le pôle nord d'une aiguille aimantée placée en **M**.
 - c - a une direction perpendiculaire à l'axe de l'aimant.

2-

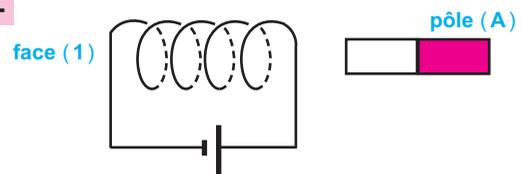


Les deux solénoïdes s'attirent car :

- a - le courant électrique d'intensité **I'** circule de **A** vers **B**.
- b - la face (1) est une face nord.
- c - la face (2) est une face sud.
- d - le vecteur champ magnétique créé par **I'** à l'intérieur du solénoïde à travers lequel il circule, rentre par la face (2).

- 3- Un solénoïde de longueur **L**, comportant **N** spires, est parcouru par un courant électrique. La valeur du vecteur champ magnétique créé à l'intérieur du solénoïde augmente si :
- a - on augmente **N** en gardant **L** inchangée.
 - b - on augmente **L** en gardant **N** inchangée.
 - c - on augmente le rapport $\frac{N}{L}$
 - d - on change le sens du courant électrique en gardant son intensité inchangée.

4-



- On observe une répulsion car :
- a - la face (1) est une face sud.
 - b - le pôle (A) est un pôle nord.
 - c - le vecteur champ magnétique créé par le courant à l'intérieur du solénoïde entre par la face (1).

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- Un solénoïde, long de **80 cm**, comporte **800 spires**.

- 1- On place une aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical, au centre du solénoïde. Lorsque le solénoïde n'est parcouru par aucun courant électrique, cette aiguille est perpendiculaire à l'axe du solénoïde. Quelle est la direction prise par cette aiguille aimantée ? Faire un schéma de ce dispositif, vu de dessus, en indiquant le nom des pôles de l'aiguille aimantée.

- 2- le solénoïde est maintenant parcouru par un courant d'intensité **I = 32 mA**. Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique apparaissant à l'intérieur du solénoïde (on fera apparaître sur le schéma précédent le sens du courant et le sens du vecteur champ magnétique.

- 3- De quel angle la petite aiguille aimantée va-t-elle tourner ?

Données : perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I}$
 $\| \vec{B}_h \| = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

Ex-2- Un voyageur qui traverse un désert a perdu sa piste à la suite d'une tempête de sable. Il sait qu'il est à **20 km** d'une oasis, située au sud géographique, et décide d'employer une boussole pour y parvenir. Ne connaissant pas la valeur de la

déclinaison, il se fie à l'aiguille aimantée.

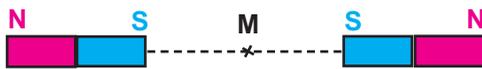
Il arrive ainsi à **1 km** à l'est de l'oasis lorsqu'il en aperçoit les palmiers "Ouf" dit-il, et il calcule sans retard la déclinaison magnétique, en prévision de sa prochaine étape. Quelle valeur trouve-t-il ?

Ex-3- On approche l'un de l'autre deux barreaux aimantés identiques, selon les schémas des documents **16-a, b, c** et **d**.

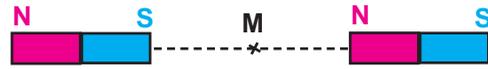
- 1 - Recopier les différents schémas et représenter, pour les différents cas

envisagés, le vecteur champ magnétique au point **M**

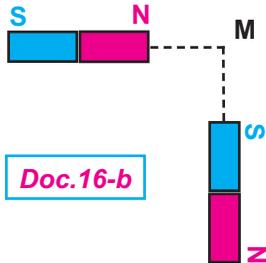
- 2 - Dans chaque cas, indiquer l'orientation d'une aiguille aimantée centrée au point **M**. Préciser les pôles magnétiques de l'aiguille.



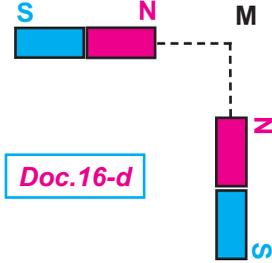
Doc.16-a



Doc.16-c

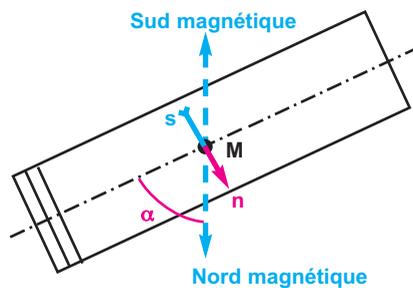


Doc.16-b



Doc.16-d

EX-4- Un solénoïde parcouru par un courant continu d'intensité I , comportant $N = 400$ spires réparties sur une longueur $L = 50$ cm, est disposé horizontalement de sorte que son axe fait un angle $\alpha = 60^\circ$ avec le méridien magnétique terrestre. En un point M à l'intérieur du solénoïde, on place une aiguille aimantée mobile autour d'un axe vertical. Elle s'oriente perpendiculairement à l'axe du solénoïde comme l'indique le schéma du **Doc-17**



Doc.17

- 1- Représenter la composante horizontale du vecteur champ magnétique terrestre au point M . Echelle : $1\text{cm} \longleftrightarrow 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
- 2- Déterminer la valeur du vecteur champ magnétique créé par le solénoïde.
- 3 - Indiquer sur la figure le sens du courant électrique et calculer la valeur de son intensité.

Données :

perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I}$

composante horizontale du vecteur champ magnétique terrestre : $\|\vec{B}_h\| = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

Ex-5- Soit un premier solénoïde (S_1) de longueur $L = 50\text{cm}$ et contenant 200 spires.

- 1- a - Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique créé au centre de ce solénoïde lorsqu'il est parcouru par un courant électrique continu d'intensité I . Faire un schéma clair en y figurant le sens du vecteur champ magnétique et le sens du courant électrique.

Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I}$

- b - On place une petite aiguille aimantée à l'intérieur de (S_1), au voisinage de son centre. Son axe est disposé horizontalement et perpendiculairement au plan du méridien magnétique terrestre.

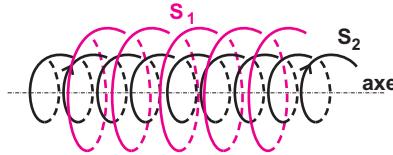
Calculer l'intensité I du courant qu'il faut faire passer dans (S_1) pour que l'aiguille aimantée dévie de 30° .

Composante horizontale du champ magnétique terrestre : $B_h = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

- 2- Soit un second solénoïde comportant

80 spires par mètre de longueur.
 Les deux solénoïdes (S_1) et (S_2) sont disposés de manière à avoir le même axe ; cet axe commun étant perpendiculaire au méridien magnétique (**Doc-18**).

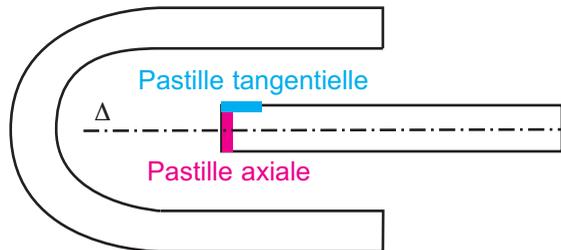
Les deux solénoïdes sont branchés en série dans un circuit électrique.
 On constate que l'aiguille aimantée dévie de 45° .
 Déterminer la valeur de l'intensité I du courant électrique qui les parcourt; on trouvera deux solutions qui devront être interprétées.



Doc.18

- Ex-6-** On s'intéresse uniquement au champ magnétique créé entre les deux branches d'un aimant en **U**.
- 1 - Quels sont la direction et le sens du vecteur champ magnétique en un point de cette région ? Comment qualifie-t-on le champ magnétique dans cette région ?
 - 2 - On mesure la valeur du champ magnétique en un point de l'entrefer à l'aide d'une sonde à effet Hall comportant une pastille tangentielle et une pastille axiale. La sonde est placée selon le schéma du document **19**.

- Le champ magnétique mesuré par la pastille tangentielle a une valeur $\|\vec{B}\|$ égale à **65 mT**.
 Quelle valeur attend-on de la mesure donnée par la pastille axiale?
- 3 - On fait tourner la sonde d'un angle $\alpha = 30^\circ$
 Quelle est la nouvelle valeur mesurée par chacune des deux pastilles ?



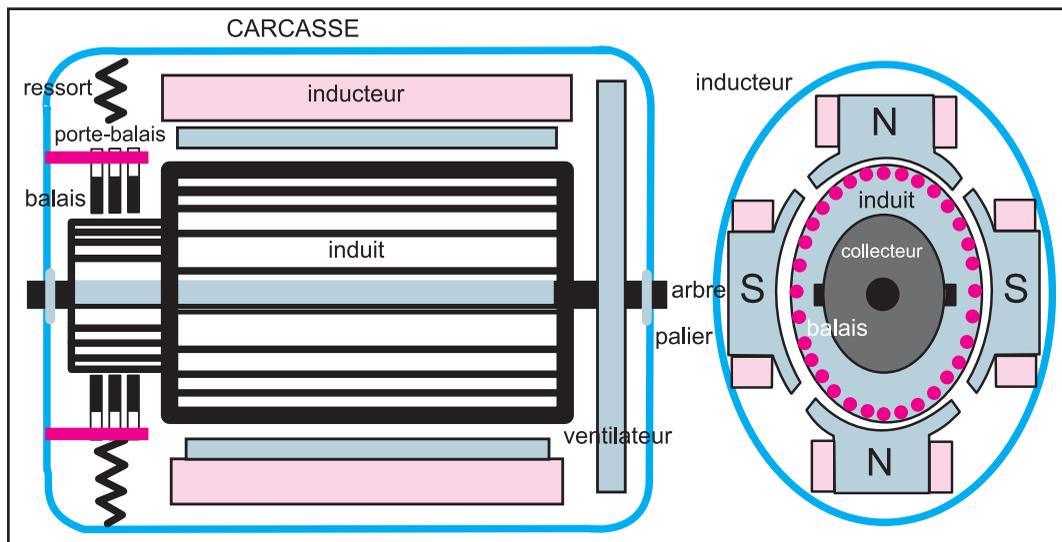
Doc.19

5.

FORCE DE LAPLACE

Naissance	23 mars 1749 Beaumont-en-Auge
Décès	5 mars 1827 (à 78 ans) Paris
Nationalité	France
Occupation(s)	Mathématicien, astronome, physicien
Formation	Université de Caen
Distinctions	Académie des sciences, Académie française

Ce grand savant français, fils de cultivateur en Normand à Beaumont en Auge, a profondément influencé les mathématiques, l'astronomie, la physique et la philosophie des sciences de son siècle. Son travail vers 1782 avec Lavoisier sur la calorimétrie, sa théorie de la capillarité et ses formules d'électromagnétisme ancrent sa réputation parmi les chimistes et physiciens.



Coupe et vue de gauche d'un moteur à courant continu

1. Mise en évidence

a. Expérience

La tige métallique mobile autour d'un axe passant par son extrémité supérieure est reliée par ses extrémités au reste d'un circuit électrique. Le générateur permet de faire passer un courant d'intensité I variable dans le circuit. Disposons les branches d'un aimant en U de part et d'autre de l'extrémité inférieure de la tige conductrice et fermons le circuit.



Photo 1

En présence d'un champ magnétique, la tige métallique mobile parcourue par un courant dévie de la verticale d'un angle α .

Comparons les observations avec celles où :

- L'interrupteur est ouvert : pas de courant dans le circuit
- L'interrupteur est fermé. Mais, pas d'aimant : absence du champ magnétique.

b. Observation :

- En absence du champ magnétique uniforme créé par l'aimant en U, bien que parcourue par un courant, la tige demeure immobile.
- En présence du champ magnétique créé par l'aimant en U, la tige :
 - ① reste immobile si l'interrupteur est ouvert :
 - ② s'écarte de sa position verticale d'un angle α parallèlement aux branches de l'aimant et perpendiculairement à la direction du vecteur champ magnétique \vec{B}

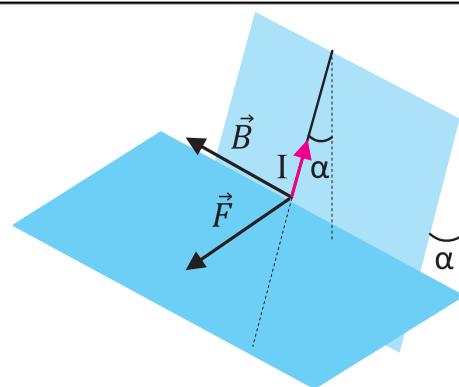
c. Conclusion :

La présence simultanée d'un courant d'intensité I dans le circuit et d'un champ magnétique au voisinage d'une portion de la tige en cuivre entraîne son exposition à une force \vec{F} appelée **force électromagnétique** ou **force de Laplace**.

2. La loi de Laplace

2.1. Direction de la force de Laplace

- ① Le champ magnétique porté par les lignes de champ de l'aimant en U est uniforme et perpendiculaire aux branches de l'aimant.
- ② La droite d'action de la force «reconnue par son effet» est perpendiculaire à la direction du vecteur champ magnétique.
- ③ La force s'exerce sur la portion de la tige exposée à l'influence du champ magnétique qui lui est perpendiculaire.
- ④ La droite d'action de la force est perpendiculaire à la fois au vecteur champ magnétique et à la portion de la tige métallique placée sous l'influence de \vec{B}



Le vecteur champ \vec{B} magnétique appartient à l'intersection des deux plans perpendiculaires contenant respectivement la portion de la tige et la force magnétique \vec{F}

2.2. Sens de la force de Laplace

a- Expérience

Reprenons l'expérience 1.a. et réalisons les actions suivantes dans l'ordre :

- permutons les pôles de l'aimant et maintenons les polarités du générateur.
- rétablissons les pôles de l'aimant et inversons les polarités du générateur.
- par rapport à la configuration initiale, inversons le sens du courant et permutons les pôles de l'aimant.

b- Observations



Photo 2 Sens de la force de Laplace

Le déplacement de la tige métallique change de sens si les pôles de l'aimant sont permutés.	Le déplacement de la tige métallique change de sens si le sens du courant est inversé.	Le sens de déplacement de la tige est maintenu si les deux modifications sont effectuées simultanément.

c- Conclusion

Le sens de la force de Laplace dépend :

→ du sens du courant électrique dans le conducteur (tige métallique)	
→ du sens du champ magnétique.	

Evaluation :

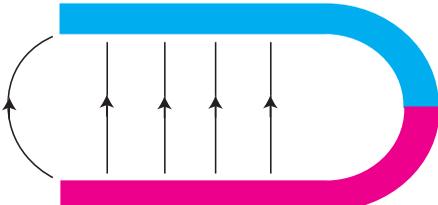
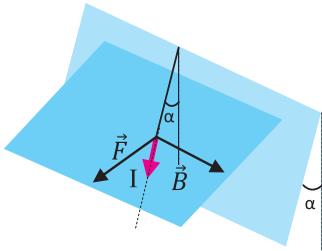
Une tige conductrice verticale OA parcourue par un courant d'intensité I orienté vers le bas et mobile autour d'un axe fixe (Δ) horizontal passant par O. une portion de cette tige se trouve dans une région d'influence d'un champ magnétique uniforme créé par l'entrefer d'un aimant en U.

- représenter le vecteur champ magnétique et les lignes de champ dans l'entrefer de l'aimant en U
- donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique sachant que sa valeur est

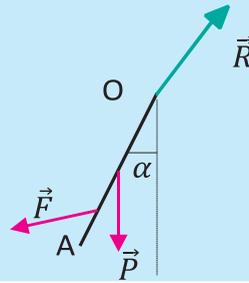
$$\|\vec{B}\| = 75.10^{-3} \text{ T}$$

- représenter qualitativement la force de Laplace sachant qu'elle s'applique au milieu de la portion de la tige plongée dans la zone d'influence de B
- reconnaître la nature du mouvement de la tige provoquée par la force de Laplace
- faire l'inventaire des forces appliquées sur la tige sachant que sa masse est non négligeable.

Réponse

Méthode	La solution
1. Représenter l'aimant en U, choisissez parmi les 2 pôles lequel est le pôle nord.	
2. Un vecteur est caractérisé par son origine, sa direction, son sens et sa valeur. Une fois le pôle nord est identifié, le vecteur est orienté du pôle nord vers le pôle sud.	<p>Le vecteur champ magnétique est porté par les lignes de champ</p> <ul style="list-style-type: none"> - Le sens : du pôle nord vers le pôle sud - Direction : horizontale - La valeur : $\ \vec{B}\ = 75.10^{-3} \text{ T}$
3. Le sens de la force de Laplace peut être déterminé par l'une des deux règles suivantes : - La règle de l'observateur d'ampère - La règle des trois doigts de la main droite	
4. La tige est mobile autour d'un axe fixe, elle est susceptible de pivoter	<p>La force de Laplace est perpendiculaire au plan contenant la tige. Du moment que la tige est fixée par son extrémité supérieure à un axe de rotation, mais l'extrémité A peut se mouvoir, on déduit que la tige peut tourner : il s'agit du début d'un mouvement de rotation.</p>

5. On est appelé à tenir compte du poids de la tige et de la réaction de l'axe de rotation passant par O.



Les forces appliquées sont :

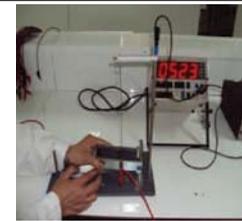
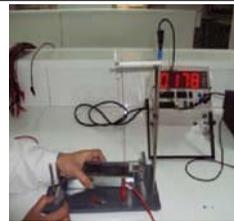
- Le poids \vec{P}
- La réaction \vec{R}
- La force de Laplace \vec{F}

Figure 1

2.3. Valeur de la force de Laplace

a- Expérience

Augmentons l'intensité I du courant dans le circuit et gardons les autres paramètres tels qu'ils sont.



L'intensité du courant	$I_0 = 0.000 \text{ A}$	$I_1 = 0.178 \text{ A}$	$I_2 = 0.523 \text{ A}$
------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

b- Observations

L'augmentation de I provoque une augmentation de l'angle de déviation α (voir figure 1)

Conclusion

Une étude plus précise montre que la valeur de la force de Laplace $\|\vec{F}\|$ est proportionnelle à et au :

- la longueur ℓ de l'élément de la tige exposé à l'effet du champ magnétique B.
- l'intensité I du courant électrique dans le circuit
- la valeur du champ magnétique
- sinus de l'angle α du vecteur champ magnétique avec la portion de la tige conductrice AB soumise à l'effet du champ magnétique.

$$\|\vec{F}\| = I \ell \|\vec{B}\| \sin \alpha$$

Le sens de la force de Laplace est donné par :

L'observateur d'Ampère	La règle des trois doigts

La force magnétique \vec{F} exercée par un champ magnétique uniforme \vec{B} sur une portion de conducteur rectiligne AB de longueur l , parcourue par un courant électrique d'intensité I a :

- Une origine : le milieu de la portion du conducteur placée dans la région où règne le champ magnétique uniforme.
- Une direction perpendiculaire au plan défini par (AB) et \vec{B} ;
- Un sens déterminé par la règle de l'observateur d'ampère ou par la règle des trois doigts de la main droite ;
- Une valeur donnée par la formule de Laplace.

$$\|\vec{F}\| = I \ l \ \|\vec{B}\| \ \sin \alpha$$

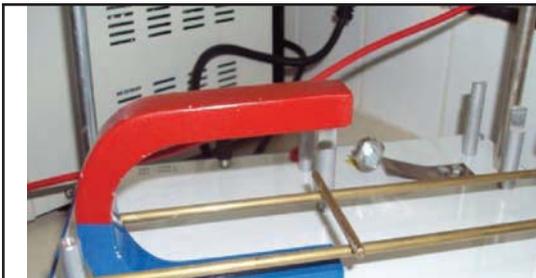
- $\|\vec{F}\|$ valeur de force magnétique, elle s'exprime en Newton (N)
- l'intensité de courant, elle s'exprime en ampère (A)
- longueur de la portion de conducteur parcourue par le courant I et soumise à l'effet du champ magnétique \vec{B} , elle s'exprime en mètre (m)
- $\|\vec{B}\|$ la valeur du vecteur champ magnétique, elle s'exprime en tesla (T)
- l'angle formé par (AB) et \vec{B} est α

3. Rôle moteur de la force de Laplace

Dans le cadre de ce cours on ne s'intéresse qu'aux rails de Laplace et au moteur à courant continu.

3.1. Les rails de Laplace

a. Expérience



b. Observations

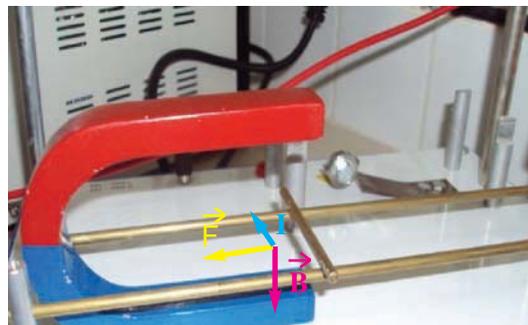
- A la fermeture du circuit, le barreau métallique se met en mouvement
- Le sens du déplacement change si :
 - on permute les pôles de l'aimant
 - on inverse le sens du courant

c. Interprétation

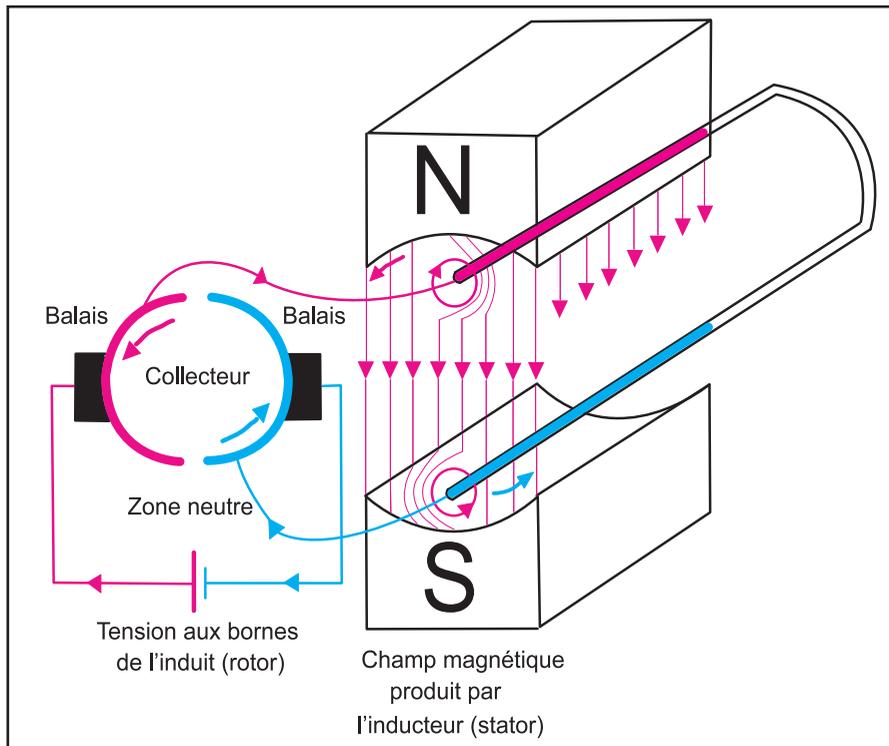
Le barreau métallique parcouru par un courant électrique d'intensité I en présence d'un champ magnétique \vec{B} se trouve soumis à la force de Laplace \vec{F} dont la valeur est :

$$\|\vec{F}\| = I \ l \ \|\vec{B}\|$$

Le sens de \vec{F} est donné par la règle des trois doigts de la main droite.



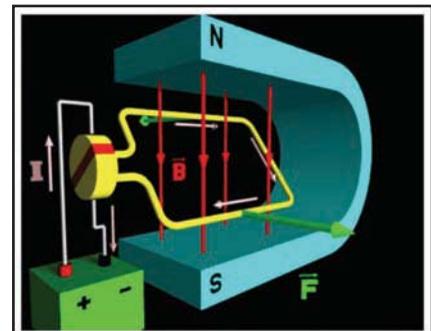
3.2. Le moteur à courant continu



Le stator	Aimant ou électro-aimant fixe, dont le rôle est de créer un champ magnétique.
Le rotor	Association de spires métalliques mobiles autour d'un axe. Pour que les forces électromagnétiques puissent engendrer un mouvement de rotation dans un sens particulier, le sens du courant dans une spire doit être inversé à chaque demi-tour grâce au collecteur.
Le collecteur	Association de deux demi-cylindres métalliques «les balais» auxquels la spire est reliée par des contacts mobiles.

1.1. Le principe de fonctionnement d'un moteur à courant continu

Le couple de forces électromagnétiques appliquées aux portions du conducteur parallèle à l'axe de rotation de la spire comme l'indique la figure, tendent à faire tourner la spire dans le même sens autour de l'axe de rotation. Après la demi-tour, le brin du dessus vient prendre la place du brin de dessous. Il se trouve parcouru par un courant de sens opposé. Le couple de force tendrait à tourner la spire et ainsi de suite. On assistera à une spire en mouvement de rotation autour d'un axe parallèle à la spire et perpendiculaire aux droites d'action du champ magnétique créé par l'aimant.



L'ESSENTIEL DU COURS

Un élément de circuit rectiligne, de longueur ℓ , parcouru par un courant d'intensité I et placé dans un champ magnétique \vec{B} , est soumis à une force magnétique \vec{F} appelée force de Laplace.

Caractéristiques de la force magnétique \vec{F} :

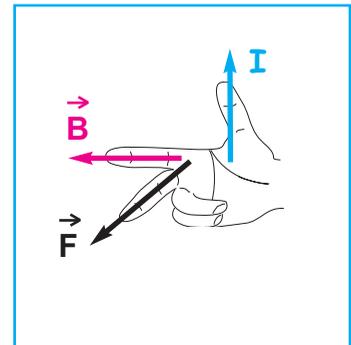
DIRECTION

Elle est perpendiculaire au plan formé par l'élément de conducteur de longueur ℓ parcouru par le courant électrique d'intensité I et la direction du vecteur champ magnétique \vec{B} .

SENS

Il est donné par la règle des trois doigts de la main droite :

- le pouce indique le sens du courant électrique
- l'index indique le sens du vecteur champ magnétique
- le majeur indique le sens du vecteur force de Laplace.



INTENSITÉ

Lorsque le champ magnétique est uniforme, elle est donnée par la relation

$$\|\vec{F}\| = I \cdot \ell \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = (\text{élément de conducteur}, \vec{B})$$

$$\|\vec{F}\| \text{ en N}$$

I en A

ℓ en m

$$\|\vec{B}\| \text{ en T}$$

ORIGINE DU VECTEUR FORCE \vec{F}

C'est le milieu du segment de longueur ℓ placé dans la région où règne le champ magnétique uniforme.

POUR EN SAVOIR PLUS LA BALANCE DE COTTON

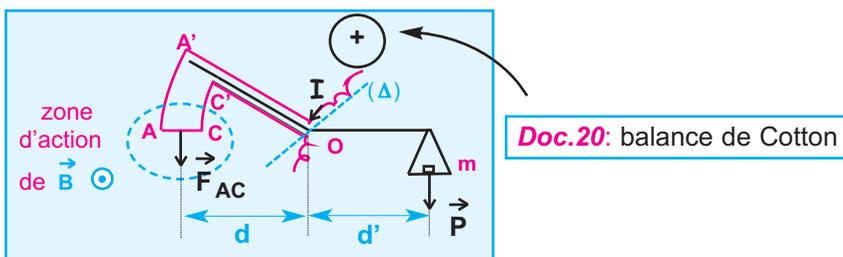
C'est une application à la mesure de la valeur du vecteur champ magnétique en un point de l'espace où règne un champ magnétique.

DESCRIPTION

Une balance de Cotton est constituée par un fléau rigide coudé (TOA') qui porte une plaque isolante A'ACC' et susceptible de tourner en O autour d'un axe fixe (Δ).

L'un des bras du fléau porte un fil conducteur appliqué le long de OA'ACC'O tel que AA' et CC' sont des arcs de cercle de centre O, alors que AC, OA' et OC' sont des parties rectilignes. L'autre bras du fléau supporte un plateau susceptible de recevoir des masses marquées.

Le brin de fil conducteur rectiligne AC de longueur ℓ baigne dans un champ magnétique uniforme pouvant être l'espace intérieur d'un aimant en U et tel que le vecteur champ magnétique B soit horizontal, sortant et normal à AC (Doc.20).



ETUDE THÉORIQUE

- En l'absence de tout courant électrique dans le conducteur OA'ACC'O et de toute surcharge sur le plateau, il y a équilibre.
- Faisons circuler un courant continu d'intensité I dirigé de A vers C. Le vecteur champ magnétique exerce des forces magnétiques sur les différentes portions du cadre conducteur baignant dans l'espace où règne le champ magnétique :

Le brin rectiligne AC est soumise à une force F_{AC} de valeur I . ℓ . || B ||, dirigé vers le bas. L'effet de cette force est déterminé par son moment par rapport à (Δ) de valeur

$$\mathcal{M}(\vec{F}_{AC} / (\Delta)) = I . \ell . || \vec{B} || . d$$

Sur les brins AA' et CC' s'exercent aussi des forces magnétiques ; décomposons ces brins circulaires en éléments de longueurs très petits, assimilables à de petits segments de droites ; sur un tel élément, de longueur dℓ, s'applique une force de valeur I . dℓ . || B || dirigée vers O et donc de moment par rapport à (Δ) nul donc sans effet sur la rotation du fléau. I en est de même de toutes les forces élémentaires qui s'exercent le long de AA' et CC'.

Les actions magnétiques sont donc caractérisées uniquement par M(F_{AC} / (Δ)); le bras du fléau gauche bascule vers le bas. Pour équilibrer la balance, il faut ajouter dans le plateau une masse marquée de valeur m ; le moment de son poids par rapport à (Δ) est

$$\mathcal{M}(\vec{P} / (\Delta)) = - m . || \vec{g} || . d'$$

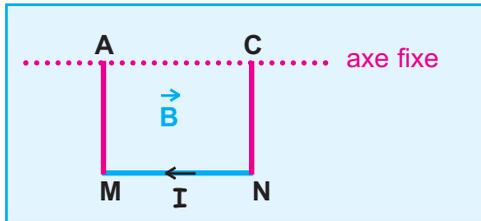
Condition d'équilibre du fléau : M(P / (Δ)) + M(F_{AC} / (Δ)) = 0

$$I . \ell . || \vec{B} || . d - m . || \vec{g} || . d' = 0 \quad \text{d'où} \quad || \vec{B} || = \frac{m . || \vec{g} || . d'}{I . \ell . d}$$

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

- 1- Un conducteur (**AMNC**) est composé de trois parties rectilignes de même section formant trois côtés d'un rectangle, parcouru par un courant continu et pouvant tourner sans frottement autour d'un axe fixe horizontal passant par **A** et **C** ; un dispositif approprié permet de faire circuler un courant **I** de **N** vers **M** (**Doc.1**).



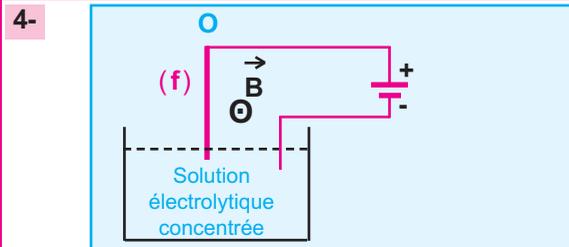
Doc.1

Placé dans un champ magnétique uniforme, le cadre quitte sa position d'équilibre stable si le vecteur champ magnétique **B** :

- a - est parallèle à (**MN**).
 - b - a une direction perpendiculaire au plan vertical contenant l'axe fixe de rotation et dirigé de l'arrière vers l'avant.
 - c - est vertical.
- 2- On considère la force de Laplace subie par un conducteur rectiligne parcouru par un courant électrique continu d'intensité **I** et placé dans un champ magnétique uniforme. La force de Laplace :
- a - a une valeur proportionnelle à celle du vecteur champ magnétique.
 - b - a une valeur maximale quand le conducteur est parallèle au vecteur champ magnétique.
 - c - est parallèle au vecteur champ magnétique.
 - d - a un sens qui dépend de celui du courant électrique.
 - e - a une valeur qui dépend de celle de **I**.
 - f - a une valeur proportionnelle à celle de **I**.

- 3- Dans l'expérience de la barre conductrice placée sur deux rails parallèles et baignant dans un champ magnétique uniforme, le déplacement de la barre a lieu :

- a - si le vecteur champ magnétique est parallèle à la barre parcourue par un courant électrique.
- b - si la barre n'est pas traversée par un courant électrique.
- c - si la barre est parcourue par un courant électrique, et le vecteur champ magnétique est perpendiculaire au plan formé par la barre conductrice et les rails.



Doc.2

- (f) est un fil de cuivre rigide et homogène susceptible de se mouvoir dans un plan vertical autour d'un axe horizontal, perpendiculaire au plan de la figure et passant par son extrémité **O** (**Doc.2**).

Il peut s'écarter de sa position d'équilibre si :

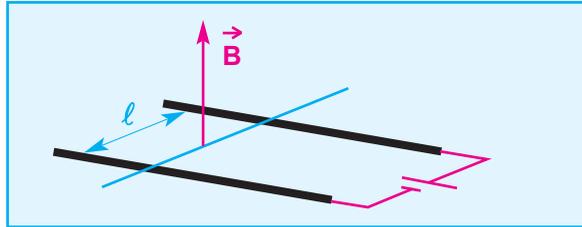
- a - $I \neq 0$ et $\|\vec{B}\| = 0$.
- b - $I = 0$ et $\|\vec{B}\| \neq 0$.
- c - $I \neq 0$ et $\|\vec{B}\| \neq 0$.

- 5- La force de Laplace :

- a - n'est pas toujours perpendiculaire au plan formé par \vec{B} et l'élément de conducteur parcouru par le courant d'intensité **I**.
- b - a un sens qui peut être donné par la règle des trois doigts de la main droite.
- c - peut être nulle.

Je sais appliquer mes connaissances : je sais raisonner

Ex-1- Dans l'expérience des rails de Laplace, la tige de masse $m = 50 \text{ g}$, placée dans le champ magnétique uniforme, a une longueur $\ell = 8 \text{ cm}$ (**Doc.3**).
Le vecteur champ magnétique a une valeur égale à $0,02 \text{ T}$, et l'intensité du courant électrique continu est $I = 10 \text{ A}$



Doc.3

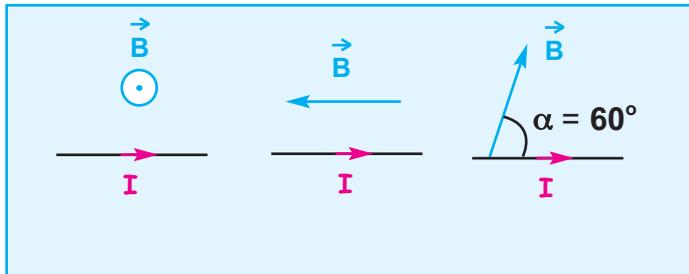
- 1 - Donner les caractéristiques de la force de Laplace.
- 2 - Comparer sa valeur à celle du poids de la barre.

Donnée : intensité du champ de pesanteur :

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$

Ex-2- Un conducteur rectiligne de longueur $\ell = 20 \text{ cm}$, parcouru par un courant électrique d'intensité $I = 1,5 \text{ A}$ est plongé dans un champ magnétique uniforme.

Dans chacun des cas représentés par les documents **4-a**, **4-b** et **4-c**, déterminer la direction, le sens et la valeur de la force de Laplace subie par le conducteur, sachant que la valeur du vecteur champ magnétique uniforme est égale à 200 mT .



Doc.4-a

Doc.4-b

Doc.4-c

Ex-3- Un conducteur (**AMNC**) est composé de trois parties rectilignes de même section, de même masse m et de longueur ℓ , formant trois côtés d'un carré pouvant tourner sans frottement autour d'un axe fixe horizontal passant par **A** et **C**. Ces deux extrémités sont reliées à un dipôle comprenant un générateur de tension continue (**G**), un rhéostat (**Rh**), un ampèremètre (**A**) et un interrupteur (**K**). Le cadre baigne dans un champ magnétique uniforme (**Doc.5-a**). (**K**) ouvert : le cadre occupe une position d'équilibre stable et verticale contenant l'axe fixe horizontal. (**K**) fermé : le cadre occupe la position vue de profil et indiquée dans le document **5-b**.

- 1- Recopier le schéma du document **5-b** sur lequel on annotera le sens du courant électrique d'intensité I sur le côté **AM**.

- 2 - Exprimer $\text{tg}\theta$ en fonction de m , I , ℓ , $\|\vec{B}\|$ et $\|\vec{g}\|$:

Données :

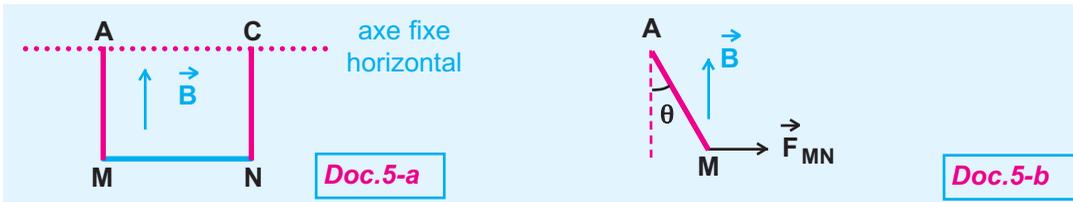
$$m = 6 \text{ g}$$

$$I = 1 \text{ A}$$

$$\ell = 12 \text{ cm}$$

$$\|\vec{B}\| = 0,2 \text{ T.}$$

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$



Ex-4- Le montage du document 6 comporte un dipôle (D) permettant de faire circuler un courant continu d'intensité I dans la barre (t) reposant sur deux rails conducteurs ; l'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme vertical et dirigé vers le haut. Pour empêcher la barre (t) de se déplacer sous l'effet de la force de Laplace on l'attache à un contrepoids (C) de masse M par l'intermédiaire d'un fil inextensible et de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie. L'ensemble des frottements exercés par les rails sur la barre (t) est équivalent à une force de valeur $\|\vec{f}\| = 0,5 \text{ N}$.

- 1 - Recopier le schéma et annoter le sens du courant électrique qui circule dans la barre (t).
- 2 - Déterminer la valeur de M pour que la barre soit en équilibre.

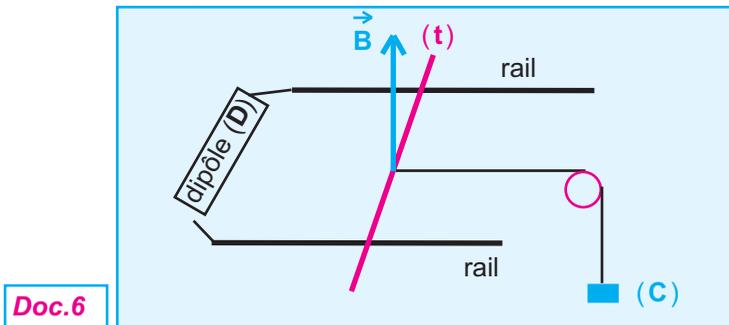
Données :

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$

$$I = 10 \text{ A}$$

$$\|\vec{B}\| = 1 \text{ T.}$$

distance entre les deux rails $\ell = 12 \text{ cm}$.



Ex-5- Le document 7 correspond à une balance de Cotton où les extrémités du fil conducteur (OA'ACC'O) sont reliées à un dipôle comprenant un générateur de tension continue, un rhéostat, un ampèremètre et un interrupteur. Ceci permet de choisir la valeur de l'intensité I du courant électrique continu. On ajoute sur le plateau une masse marquée m pour équilibrer la balance. Ainsi on remplit un tableau de mesures portant sur I et m .

- 1 - Tracer la courbe $m = f(I)$ selon l'échelle :
 abscisse $4 \text{ cm} \longleftrightarrow 1 \text{ A}$
 ordonnée $3 \text{ cm} \longleftrightarrow 0,1 \text{ g}$

Déterminer le coefficient directeur de la droite obtenue.

- 2 - A partir de l'étude faite dans la rubrique "Pour en savoir plus", établir la relation théorique $m = f(I)$.
- 3 - Dédire des résultats obtenus aux questions 1 - et 2 - la valeur $\|\vec{B}\|$ du vecteur champ magnétique.

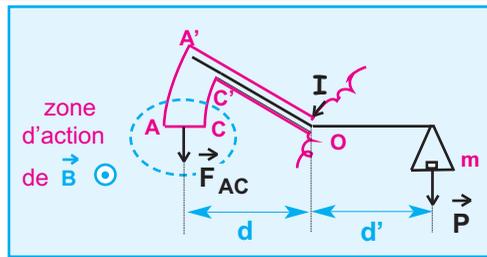
I (en A)	0	1	2	3	4	5
m (eng)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1

Données :

$$\|\vec{AC}\| = 2 \text{ cm}$$

$$\|\vec{g}\| = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$$

$$d' = d$$



Doc.7

Ex-6- Une roue de Barlow est formée de huit rayons conducteurs identiques de longueur $\ell = 4 \text{ cm}$ et également répartis autour de son axe horizontal. Seule la partie inférieure de la roue plonge dans une solution électrolytique concentrée.

Les deux fils de connexions (f_1) et (f_2) sont reliés à un dipôle comprenant, en série, un générateur de tension continue (G), un rhéostat (Rh), un ampèremètre (A) et un interrupteur (K).

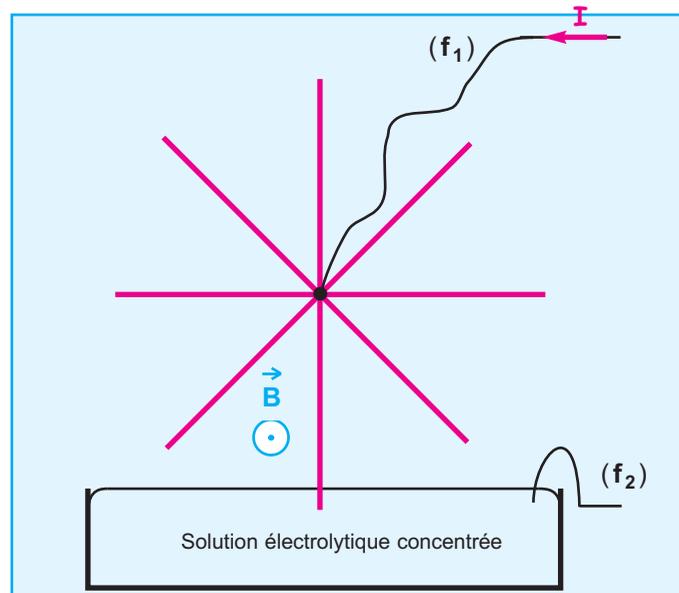
Ceci assure la circulation d'un courant électrique continu d'intensité $I = 10 \text{ A}$ dans

le rayon immergé dans la solution conductrice. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme (**Doc.8**).

1- Représenter le vecteur force de Laplace s'exerçant sur le rayon dont l'extrémité inférieure plonge dans la solution conductrice.

2- Indiquer le sens du mouvement de la roue de Barlow.

3- Calculer la valeur de cette force de Laplace, sachant que la valeur du vecteur champ magnétique est égale à 200 mT .



Doc.8

Ex-7- Une tige en cuivre (MJ), de poids \vec{P} , est suspendue à deux fils conducteurs ($M'M$) et ($J'J$) identiques, très souples, de masse négligeable et de longueur L .

Une partie de la tige (MJ) de longueur égale à la largeur D de l'aimant en U , baigne dans le champ magnétique uniforme créé entre les deux branches de cet aimant disposé comme l'indique le document 9-a et de telle sorte que les lignes de champ soient verticales

1- (K) fermé :

-a- Préciser le sens du courant électrique le long de la tige (MJ), pour que cette dernière soit déplacée vers la droite, les fils ($M'M$) et ($J'J$) formant un écart angulaire θ avec la verticale.

-b- Le document 9-b correspond à une coupe du dispositif du document 9-a suivant un plan vertical perpendiculaire à la tige (MJ) en son milieu. Représenter le vecteur champ magnétique et les forces extérieures qui s'exercent sur la tige (MJ) à l'équilibre.

-c- Déterminer la valeur de θ sachant que :

$D = 5 \text{ mm}$; $I = 5 \text{ A}$

$\|\vec{P}\| = 5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$; $\|\vec{B}\| = 0,15 \text{ T}$;

$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

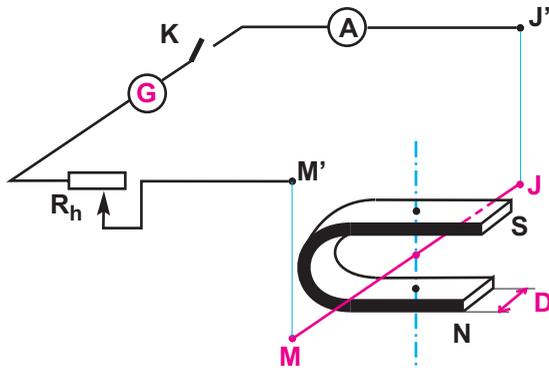
2 - On fait tourner l'aimant en U autour d'un axe horizontal matérialisé par la tige (MJ) de telle sorte que le vecteur champ magnétique uniforme \vec{B} au milieu de (MJ), occupe le même plan vertical tout en restant

orthogonal à la tige (MJ).

L'angle formé par \vec{B} et la verticale est désigné par β (doc.10).

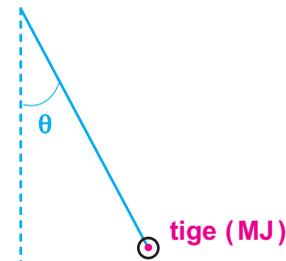
-a- Recopier le schéma du document 9-b et y représenter \vec{B} et les forces extérieures qui s'exercent sur la tige (MJ) en équilibre. dans le cas où $\beta < \theta$.

-b- Déterminer la valeur de l'inclinaison θ sachant que $\beta = 10^\circ$.

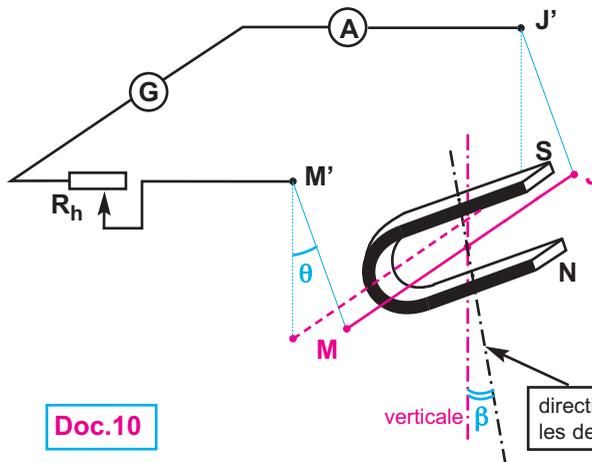


direction des lignes de champ entre les deux branches de l'aimant en U

Doc.9-a



Doc.9-b



Doc.10

verticale: β

direction des lignes de champ entre les deux branches de l'aimant en U

Ex-8-

1 - Avec un fil dont la section droite a un diamètre $d = 0,6 \text{ mm}$, on veut construire un solénoïde (S) comportant $n = 180$ spires ; l'espace laissé libre entre deux spires consécutives est $e = 1 \text{ mm}$.

a - Calculer la longueur L de ce solénoïde.

b - Le fil est parcouru par un courant électrique d'intensité $I = 9 \text{ A}$; calculer la valeur du vecteur champ magnétique

\vec{B}_1 au centre du solénoïde.

2 - Une tige (T) perpendiculaire en O à son axe de rotation horizontal (Δ) porte à son extrémité N un plateau .

À l'autre extrémité M , est fixé par le milieu de son côté horizontal (FG), un cadre rectangulaire (DEGF), indéformable, de masse négligeable et dont le plan est perpendiculaire à (T).

Ce cadre est parcouru par un courant électrique continu d'intensité I' .

Si $I' = 0$, la tige (T) et les côtés (DE) et (FG) sont horizontaux ; l'axe du solénoïde (S) est parallèle à (T), dans le même plan vertical et le milieu K du côté (DE) est au centre du solénoïde et le côté (FG) est à l'extérieur (doc.11)

-a- $I' = 0$; recopier le document 31 et y indiquer en le justifiant le sens du courant I' pour que la force de Laplace qui s'exerce sur (DE) soit dirigée vers le bas.

-b- Pour ramener la tige (T) à l'horizontale, on ajoute sur le plateau une masselotte de valeur $m = 0,226 \text{ g}$.

α - montrer que les forces qui s'exercent sur (FD) et (GE) n'interviennent pas dans l'étude de l'équilibre.

β - pour $I = 9 \text{ A}$ et $I' = 6,5 \text{ A}$ trouver à l'aide de cette expérience une expression de la valeur du vecteur champ magnétique \vec{B}_2 créé par le solénoïde en son centre en fonction de m , d , d' , ℓ , I' et $\|\vec{g}\|$.

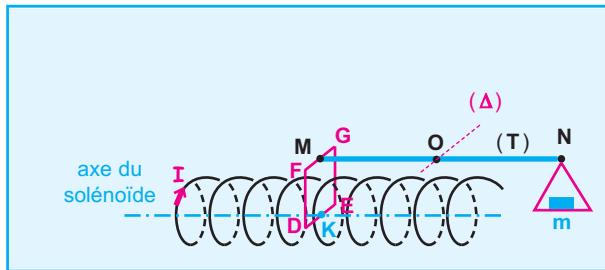
On donne : $DE = \ell = 2 \text{ cm}$

$MO = d = 25 \text{ cm}$

$NO = d' = 10 \text{ cm}$

$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$

3 - Comparer $\|\vec{B}_1\|$ à $\|\vec{B}_2\|$.



Doc.11

Mouvement

MOUVEMENTS

- Solide en translation.
- Solide en rotation autour d'un axe fixe.
- Energie cinétique.
- Mouvements dans les champs.



exemples de corps en mouvement





Hélico en mouvement

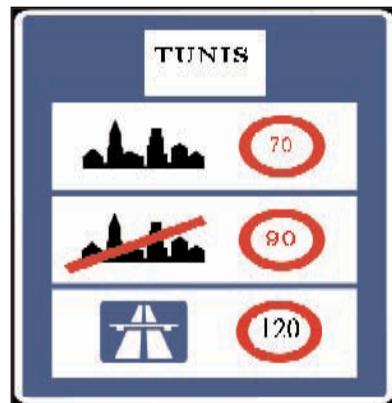
PREREQUIS :

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ol style="list-style-type: none"> 1. reconnaître un état de mouvement ou de repos par rapport à un autre objet, 2. reconnaître un mouvement accéléré, freiné et uniforme, 3. calculer une vitesse moyenne en mètres par seconde, 4. définir une force, 5. distinguer entre le poids et la masse d'un corps, 6. distinguer un système indéformable d'un système déformable 7. définir le moment d'une force par rapport à un axe fixe, 8. reconnaître un mobile en mouvement circulaire uniforme, 9. définir la vitesse angulaire d'un mobile en mouvement circulaire uniforme ainsi que sa période, 10. définir le travail d'une force constante, 11. préciser l'unité de l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et du travail 	<ol style="list-style-type: none"> 1. déterminer la nature de mouvement en exploitant un ensemble de positions associées à des dates sur sa trajectoire, 2. représenter une force par un vecteur, 3. exploiter la relation entre le poids et la masse d'un corps, 4. appliquer la condition d'équilibre d'un objet soumis à deux forces, 5. expliquer la 3ème loi de Newton (principe d'interaction), 6. identifier les forces intérieures et les forces extérieures appliquées à un système, 7. appliquer la condition d'équilibre d'un objet soumis à trois forces, 8. appliquer le théorème des moments, 9. reconnaître les transformations mutuelles de formes énergie, 10. Reconnaître les facteurs dont dépend l'énergie cinétique et l'énergie potentielle, 11. distinguer un travail moteur d'un travail résistant,



Situations et questionnements

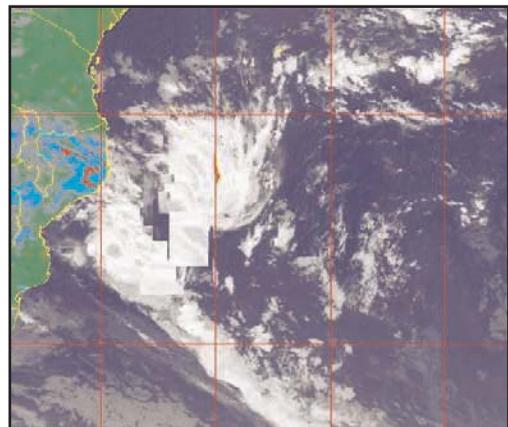
Pourquoi les vitesses des véhicules sont-elles plus limitées en temps pluvieux ?



Pourquoi les distances de sécurité routière diffèrent-elles d'un type de véhicule à un autre ?



En temps pluvieux, est-il préférable, de courir ou de marcher, sous la pluie et sans parapluie ?



SOLIDE EN TRANSLATION

6- Etude cinématique d'un solide en translation

7- Etude dynamique d'un solide en translation

Les fondateurs de la mécanique sont Aristote (385-323 av. J.C) qui distingue deux sortes de mouvement : le mouvement par nature et le mouvement par crainte. Archimède (288- 213 av. J.C.) conçoit le calcul intégral, introduit la notion de masse volumique et le barycentre de masse, principe d'Archimède... Nicolas Copernic (1474- 1543), astronome polonais, son système (système de Copernic) considère que les orbites des planètes comme circulaires, cette hypothèse a été vérifiée par Kepler un demi siècle plus tard. Galilée (1563-1644) découvre la loi de l'inertie, introduit la notion du moment, étudie les lois de chute des corps... Isaac Newton fondateur de la mécanique classique, découvre plusieurs lois et principes appliqués jusqu'au nos jours.. ;



Photo.1

TGV en mouvement

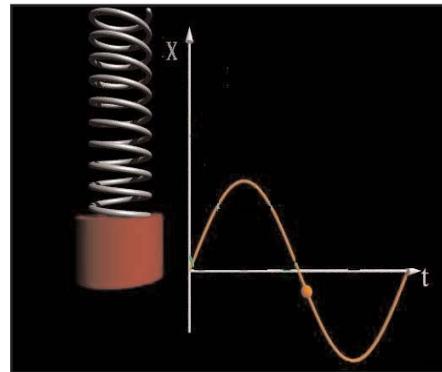


Photo.2

mouvement d'un pendule élastique

OBJECTIFS

- Reconnaître un solide en mouvement de translation.
- Représenter les vecteurs : position, vitesse et accélération d'un mobile.
- Reconnaître la nature du mouvement d'un mobile par recours à l'expérience.
- Connaissant l'expression d'une grandeur cinématique (x , v ou a) en fonction du temps ainsi que les conditions initiales, retrouver les expressions des deux autres.
- Etablir, pour un mouvement rectiligne uniformément varié, la relation :

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a \cdot (x_2 - x_1)$$
- Caractériser un mouvement rectiligne sinusoïdal par son amplitude X_m et sa période T .
- Etablir la relation ($a + \omega^2 x = 0$) entre l'accélération a et l'élongation x d'un mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal.
- Appliquer la loi fondamentale de la dynamique (2^{ème} loi de Newton).
- Appliquer le théorème du centre d'inertie.

6.

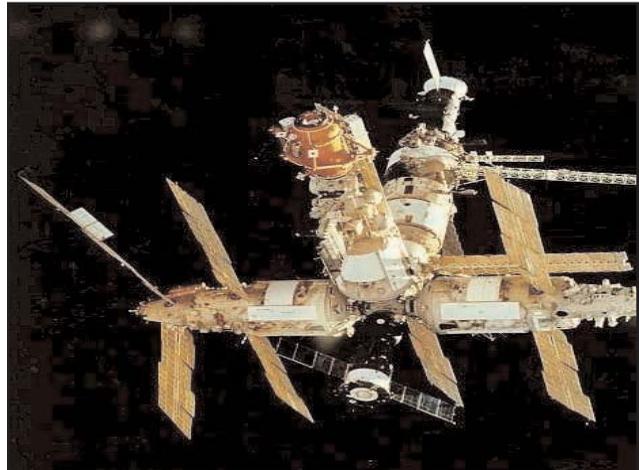
ETUDE CINEMATIQUE D'UN SOLIDE EN TRANSLATION

La cinématique est l'étude mathématique des mouvements, indépendamment des causes qui les produisent et de la masse des corps en mouvement ; elle les décrit, mais ne les explique pas.

Cependant, nous verrons dans les chapitres suivants que la détermination des causes des mouvements découle, en partie, de leur étude cinématique.

1- Généralités : Situations et questionnements

Dans un espace réduit, la chute de la navette spatiale russe «Mir» est rectiligne. Quelle est la loi appliquée à cette chute dans le vide ?



Quelle est la trajectoire décrite par la flèche lancée ?



1.1. Solide de référence

La cinématique s'intéresse à l'étude des mouvements des corps sans se préoccuper des causes de ces mouvements.

L'état de mouvement ou l'état de repos d'un corps est une notion relative : par exemple, dans un avion en vol, un passager endormi est à la fois dans un état de repos par rapport à l'avion et dans un état de mouvement par rapport à la Terre ; s'il se lève et se déplace, son mouvement par rapport à l'avion sera différent de celui par rapport à la Terre.

CONCLUSION :

La description d'un mouvement se fait par rapport à un corps choisi comme référence.

INSTANT

Un **instant** est caractérisé par un nombre algébrique t , appelé **date**, correspondant à l'intervalle de temps qui sépare cet instant d'un autre instant dont la date est prise arbitrairement égale à **zéro**.

L'instant de date $t = 0$ est appelé **origine des temps**.

La date associée à un instant antérieur à l'origine des temps est négative.

1.2. Repères d'espace et de temps

Pour décrire mathématiquement les caractéristiques d'un mouvement, un observateur utilise un **repère d'espace** lié au solide de référence et un **repère de temps**.

Le repère d'espace est déterminé par une origine O et **trois axes** le plus souvent **orthonormés** ; il est noté $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Le repère temps est constitué par une **origine des temps** ($t = 0$) et une horloge (ou chronomètre) ; l'**unité de temps** est la **seconde** de symbole s dans le système international.

1.3 . Référentiels

Un **référentiel** est un ensemble constitué par un objet de référence, un repère d'espace dont l'origine est le centre de l'objet de référence et un repère temps.

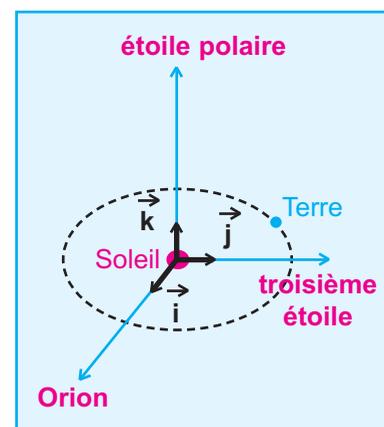
Les référentiels les plus connus sont :

RÉFÉRENTIEL HÉLIOCENTRIQUE dit DE COPERNIC

Le référentiel de Copernic est constitué par :

- **un corps de référence** : le système solaire.
- **un repère d'espace** : l'origine est le centre d'inertie du système solaire (pratiquement confondu avec le centre du Soleil), les trois vecteurs unitaires sont orientés vers trois corps lointains et pratiquement fixes : l'étoile polaire, la constellation Orion et une troisième étoile (**Doc.1**).
- **un repère temps** : une origine des temps et une horloge.

Ce référentiel est utilisé pour étudier le mouvement des planètes, des étoiles ...



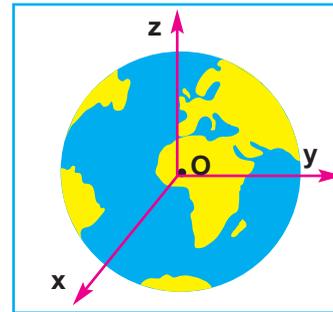
Doc.1

RÉFÉRENTIEL GÉOCENTRIQUE

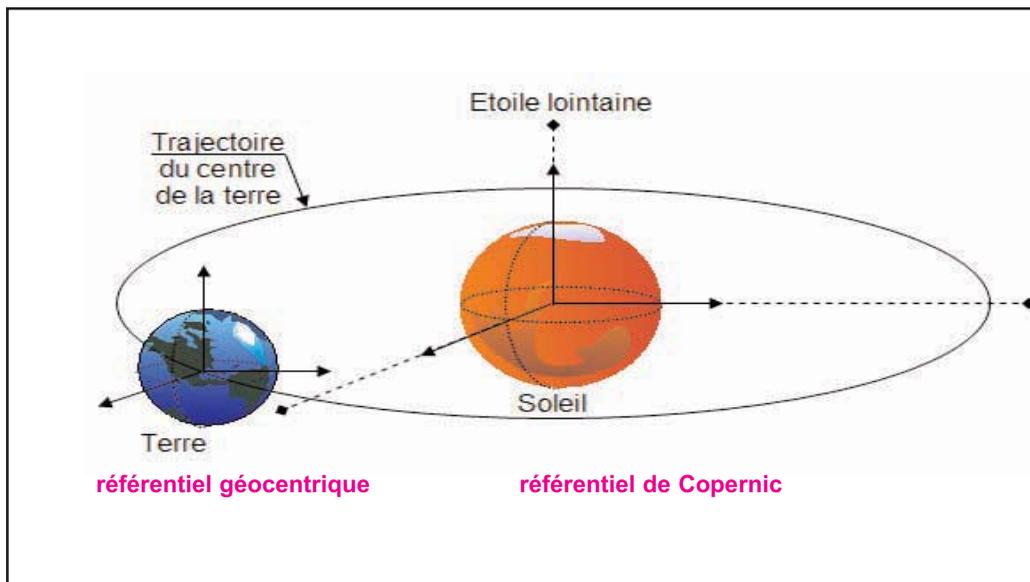
Il est encore appelé **référentiel de Coriolis** ; il est constitué par :

- **un objet de référence** : la Terre
- **un repère d'espace** : l'origine est le centre de la Terre, les trois vecteurs unitaires sont orientés vers trois étoiles lointaines, pratiquement fixes et dont l'une est l'étoile polaire (**Doc.2**).
- **un repère temps** : une origine des temps et une horloge.

Ce référentiel est utilisé pour étudier le mouvement de la Lune et des satellites artificiels autour de la Terre.



Doc.2

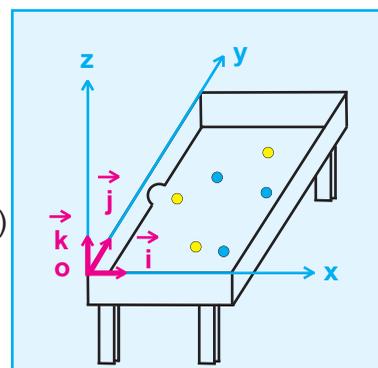


RÉFÉRENTIEL TERRESTRE

Il est encore appelé **référentiel de laboratoire** ; il est constitué par :

- **un objet de référence** : la Terre
- **un repère d'espace** : l'origine est un point de la surface de la Terre ou d'un corps au contact de la Terre, et les trois vecteurs unitaires constituent une base généralement orthonormée ; exemple : le repère d'espace $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié à la table de billard (**Doc.3**).
- **un repère temps** : une origine des temps et une horloge.

Ce référentiel est bien adapté à tout mouvement se produisant à la surface de la Terre.



Doc.3

2. Grandeurs cinématiques

2.1 . Repérage du point mobile

COORDONNÉES CARTÉSIENNES

La position **M** d'un point mobile à un instant de date **t** est définie dans l'espace rapporté au repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ généralement orthonormé par ses coordonnées cartésiennes **x**, **y** et **z** (**Doc.4**) ; elles dépendent de la date **t**.

Les fonctions **x = f(t)**, **y = h(t)** et **z = g(t)** sont appelées **équations horaires** ou **équations paramétriques de la trajectoire**.

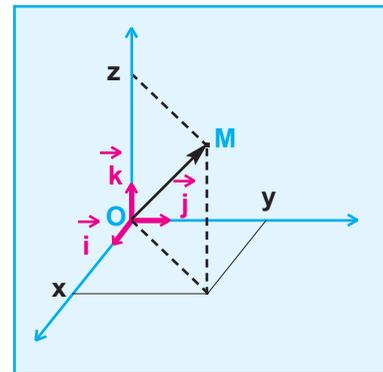
VECTEUR POSITION

A cette position **M** du point mobile, au cours de son mouvement, est associé un **vecteur position**

$$\vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} \quad (\text{Doc.4}).$$

On peut le noter comme suit :

$$\vec{OM} \left\{ \begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array} \right.$$



Doc.4

$x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ les équations horaires du mouvement du mobile

La trajectoire d'un point en mouvement est l'ensemble des positions occupées successivement par ce point

ABSCISSE CURVILIGNE

Si la trajectoire est curviligne, on peut l'orienter et choisir un point **A** comme origine.

La position **M** du point mobile à un instant **t** est donnée

par la valeur algébrique de l'arc $s = \widehat{AM}$ appelée **abscisse curviligne** (**Doc.5**).

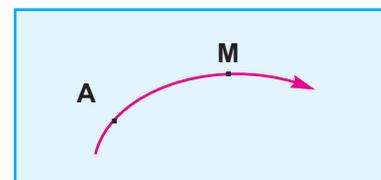
2.2. Vecteur vitesse instantanée

2.2.1. Cas d'un point matériel

Désignons par **M** la position d'un point mobile à un instant **t** et par **M'** sa position à un instant **t + Δt** ; **Δt** est une grandeur positive correspondant à un intervalle de temps.

Le **vecteur vitesse moyenne** du mobile entre les dates **t** et **t + Δt** est défini par la relation vectorielle :

$$\vec{v}_m(t, t + \Delta t) = \frac{\vec{MM'}}{\Delta t} \quad (\text{Doc.6})$$



Doc.5

Il a même direction et même sens que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$; seulement ce vecteur vitesse moyenne ne décrit pas avec précision le mouvement car, pendant l'intervalle de temps Δt , le déplacement réel du mobile s'effectue le long d'une courbe et non pas suivant le vecteur $\overrightarrow{MM'}$.

DÉFINITION

Pour que la description du mouvement dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ soit plus précise, il faut réduire Δt . Si cet intervalle de temps Δt est très petit devant la durée du mouvement et tend vers zéro, le vecteur

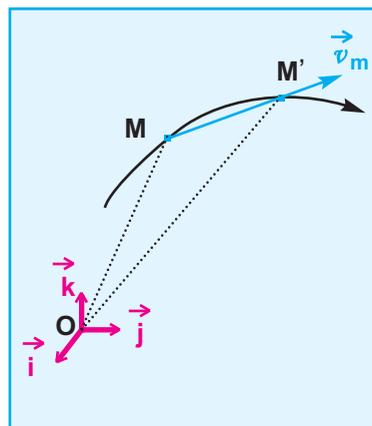
$$\vec{v}_m(t, t + \Delta t) = \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} \text{ correspond pratiquement}$$

au **vecteur vitesse instantanée** $\vec{v}(t)$ à l'instant de date t .

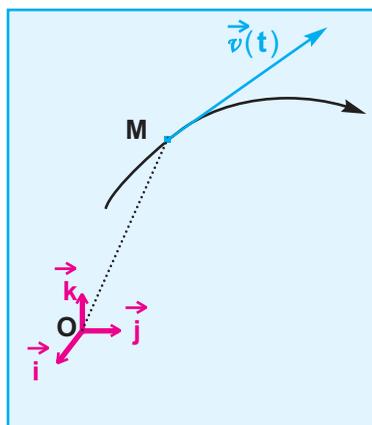
$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} \\ \vec{v}(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{\Delta OM}}{\Delta t} = \frac{d \overrightarrow{OM}}{dt} \end{aligned}$$

Le vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$ est la dérivée par rapport au temps du vecteur position \overrightarrow{OM}

$$\vec{v}(t) = \frac{d \overrightarrow{OM}}{dt}$$



Doc.6



Doc.7

DIRECTION ET SENS

Lorsque $\Delta t \rightarrow 0$, $M' \rightarrow M$ et la direction du vecteur $\overrightarrow{MM'}$ tend vers la tangente à la trajectoire au point M (Doc.7).

La direction du vecteur vitesse instantanée en un point M de la courbe est donnée par la tangente à la courbe en ce point.

Δt étant positif, le sens de $\vec{v}(t)$ est celui de $\overrightarrow{MM'}$ donc celui du mouvement.

Le sens du vecteur vitesse instantanée est celui du mouvement.

COORDONNÉES DU VECTEUR VITESSE INSTANTANÉE

$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= \frac{d \overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt} [x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}] = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \\ &= v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \end{aligned}$$

QUELQUES VALEURS DE VITESSES

- électron dans un conducteur métallique : **quelques millimètres par seconde**
- piéton : **1,5 m.s⁻¹** environ
- coureur à pied : **7 à 10 m.s⁻¹**
- insecte : **8 à 16 m.s⁻¹**
- projectile d'une arme à feu : **400 à 1200 m.s⁻¹**
- train T.G.V : **105 m.s⁻¹** correspondant à **380 km.h⁻¹**
- satellite artificiel : **quelques milliers de m.s⁻¹**

On peut le noter comme suit :

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \frac{dz}{dt} \end{cases}$$

$v_x = \frac{dx}{dt}$; $v_y = \frac{dy}{dt}$ et $v_z = \frac{dz}{dt}$ sont les coordonnées du vecteur vitesse instantanée

dans le repère orthonormé $(\mathbf{O} ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

La valeur du vecteur vitesse instantanée est : $\|\vec{v}(t)\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

2.2.2. Cas d'un solide en mouvement de translation

Pour un solide en mouvement de translation, on s'intéresse à l'étude du mouvement de son centre d'inertie \mathbf{G} car il a le même mouvement que tous les autres points du solide.

Lorsque le mouvement est rectiligne, on associe un repère d'espace (\mathbf{O}, \vec{i}) constitué par un seul axe.

Le vecteur position de \mathbf{G} est : $\vec{OG} = x \vec{i}$ Son vecteur vitesse instantanée est :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i}$$

2.3 . Vecteur accélération instantanée

2.3.1. Cas d'un point matériel

Le vecteur accélération moyenne \vec{a}_m d'un point mobile entre les instants de dates t et $t + \Delta t$ est défini par la relation vectorielle :

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

DÉFINITION

Le vecteur accélération instantanée $\vec{a}(t)$ est la limite, lorsque Δt tend vers **zéro**, du vecteur accélération moyenne entre les instants de dates t et $t + \Delta t$.

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Le vecteur accélération instantanée $\vec{a}(t)$
est la dérivé par rapport au temps du vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

L'accélération d'un point mobile est liée à la variation du vecteur vitesse par unité de temps du point mobile et non pas à l'augmentation de la valeur de sa vitesse comme on peut le penser communément.

COORDONNÉES DU VECTEUR ACCÉLÉRATION INSTANTANÉE

$$\begin{aligned}
 \vec{a}(t) &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k})}{dt} \\
 &= \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} \\
 &= \frac{d}{dt} \left[\frac{dx}{dt} \right] \vec{i} + \frac{d}{dt} \left[\frac{dy}{dt} \right] \vec{j} + \frac{d}{dt} \left[\frac{dz}{dt} \right] \vec{k} \\
 &= \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k} \\
 &= a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}
 \end{aligned}$$

On peut le noter comme suit :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

sont les coordonnées du vecteur accélération instantanée ; sa norme est :

$$\|\vec{a}(t)\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

2.3.2. Vecteur accélération instantanée dans le repère de Frenet

Dans le cas d'une trajectoire plane, le vecteur accélération instantanée \vec{a} peut s'écrire dans le **repère de Frenet**

$$(\mathbf{M}, \vec{T}, \vec{N}) \text{ (Doc.8) : } \vec{a} = a_t \cdot \vec{T} + a_n \cdot \vec{N}$$

\vec{a}_t : est l'accélération tangentielle ; elle traduit la variation par rapport au temps de la valeur de la vitesse \vec{v} .

\vec{a}_n : est l'accélération normale ; elle est responsable du changement de direction du vecteur vitesse \vec{v} .

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{r} \vec{N}$$

On peut le noter comme suit :

$$\vec{a} \begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} \\ a_n = \frac{v^2}{r} \end{cases}$$

REPÈRE DE FRENET

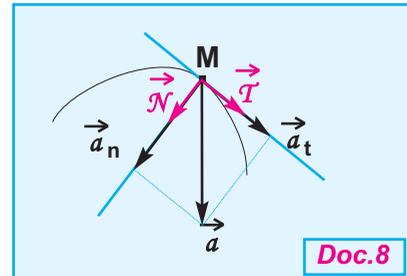
Le **repère de Frenet** est un repère d'espace lié au point mobile en mouvement.

Son origine est, à chaque instant au cours du mouvement plan, la position **M** du point mobile.

Ses vecteurs unitaires sont :

- le vecteur \vec{T} tangent à la trajectoire et dirigé dans le sens positif choisi arbitrairement sur la trajectoire.

- le vecteur \vec{N} , perpendiculaire à \vec{T} , est dirigé vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire.



r est le rayon de courbure au point **M** ; il est supposé être le rayon du cercle auquel appartient l'élément d'arc où se trouve le point **M**.

La composante normale de l'accélération est centripète car sa valeur $\frac{v^2}{r}$ est positive ; donc l'accélération \vec{a} est toujours tournée vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire.

Si le point **M** appartient à une droite (cas d'une trajectoire rectiligne), r est infini et $a_n = 0$; le vecteur accélération est réduit à sa composante tangentielle ; il est porté par la trajectoire rectiligne.

Si le point **M** décrit une trajectoire circulaire avec une vitesse \vec{v} de valeur absolue constante :

$$\|\vec{v}\| \text{ constante} \implies \frac{dv}{dt} = 0 \implies a_t = 0$$

l'accélération a est réduite à sa composante normale :

$$\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{v^2}{r} \vec{N}$$

a est un vecteur radial c'est à dire portée par un rayon, et centripète c'est à dire dirigée vers le centre de la trajectoire circulaire.

2.3.3. Cas d'un solide en mouvement de translation

Pour un solide en mouvement de translation, et comme pour la vitesse instantanée, on s'intéresse à l'accélération instantanée de son centre d'inertie **G**.

Dans un repère d'espace (\mathbf{O}, \vec{i}) constitué par un seul axe le vecteur accélération instantanée, lorsque la trajectoire est rectiligne, s'écrit :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i}$$

Evaluation

Enoncé

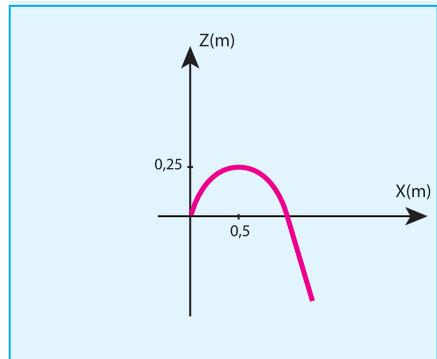
La position d'un point M mobile dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, est défini par le vecteur, $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ avec $x = 3t$, $y = 0$ et $z = -9t^2 + 3t$.

Les durées sont mesurées en secondes et les paramètres x, y et z sont exprimés en mètre.

- 1- Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de M.
- 2- Déterminer son vecteur vitesse :
 - a- Lorsque le point M passe par le sommet de la trajectoire.
 - b- Lorsque le point M coupe l'axe des abscisses ($z = 0$).
 - c- A la date $t = 10s$
- 3- Déterminer le vecteur accélération du point mobile. Conclure.

Réponse

1- l'équation cartésienne de la trajectoire de M, est obtenue en éliminant le facteur temps t, $t = \frac{x}{3}$, $z = -x^2 + x$; $z(x)$ est l'équation d'une parabole d'axe vertical passant par l'origine ($x=0, z=0$), le point est animé d'un mouvement caractérisé par une trajectoire parabolique.



a) le vecteur vitesse est $\vec{v} = 3\vec{i} + 0\vec{j} + (-18t + 3)\vec{k}$ au sommet, la vitesse \vec{v} est parallèle à l'axe Ox, donc la composante de la vitesse sur l'axe Oz est nulle, d'où $-18t + 3 = 0$, soit $t' = 3/18 s$, est $\vec{v} = 3\vec{i}$
 $\|\vec{v}\| = 3 \text{ m.s}^{-1}$. signalons que $\|\vec{v}\|^2 = 3^2 + (-18t + 3)^2$

b) le point matériel coupe l'axe des z ($z = 0$), d'où $z = -x^2 + x = 0$, soit $x = 0$ et $x = 1 \text{ m}$, ce qui a lieu à $t_1 = 0s$ et $t_2 = 1/3 = 0,33 s$, les vecteurs correspondant sont $\vec{v}_1 = 3\vec{i} + 3\vec{k}$ et $\vec{v}_2 = 3\vec{i} - 3\vec{k}$
 $\|\vec{v}\| = 4,2 \text{ m.s}^{-1}$. la direction des composantes de la vitesse est symétrique par rapport à l'axe de la parabole.

c) la vitesse à la date $t = 10s$ est : $\|\vec{v}\|^2 = 3^2 + (-18t + 3)^2$; $\|\vec{v}\| = 177,03 \text{ m.s}^{-1}$

3- l'accélération \vec{a} est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps ; $\vec{a} = -18\vec{k}$, \vec{a} ne dépend pas du temps, dirigé suivant l'axe Oz, donc $\|\vec{a}\| = 18 \text{ m.s}^{-2} \approx 2 \|\vec{g}\|$.

ACTIVITÉS EXPÉRIMENTALES

PRINCIPE DE LA DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE LA VALEUR ABSOLUE DE LA VITESSE INSTANTANÉE DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE EN MOUVEMENT DE TRANSLATION

UTILISATION D'UN CAPTEUR MESUREUR DE TEMPS

On utilise cette approche expérimentale dans les montages utilisant un solide auquel on peut coller un carton de largeur e (**Doc.9**).

L'un des deux bras du capteur comporte une source de lumière permettant d'émettre un pinceau lumineux très fin ; l'autre bras comporte une fente fine et rectiligne.

Le capteur sera disposé de sorte que la fente occupe la position d'abscisse x .

Le solide étant en mouvement, lorsque le côté avant du carton cache la fente, empêchant le pinceau lumineux

de l'atteindre, le comptage du temps se déclenche ; il s'arrête dès que le côté arrière du carton passe devant la fente, lui permettant d'être de nouveau éclairée.

L'intervalle de temps Δt relevé sur l'afficheur du chronomètre correspond à la durée du passage du carton au niveau de la position d'abscisse x .

La valeur absolue de la vitesse instantanée du solide, à son passage par cette position, est donnée par la relation :

$$\|\vec{v}\| = \frac{e}{\Delta t}$$

à condition que Δt soit faible devant la durée du trajet

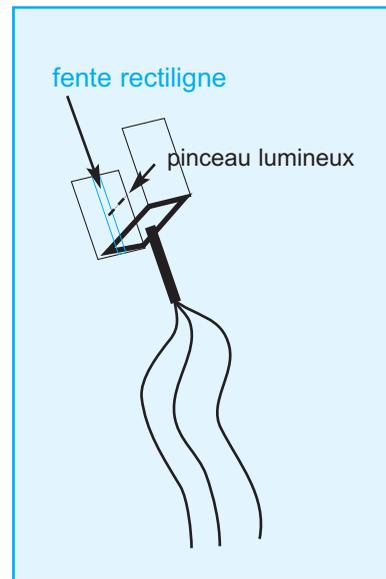
e en **m**, Δt en **s** et $\|\vec{v}\|$ en **m.s⁻¹**.

UTILISATION D'UN CAPTEUR MESUREUR DE VITESSE

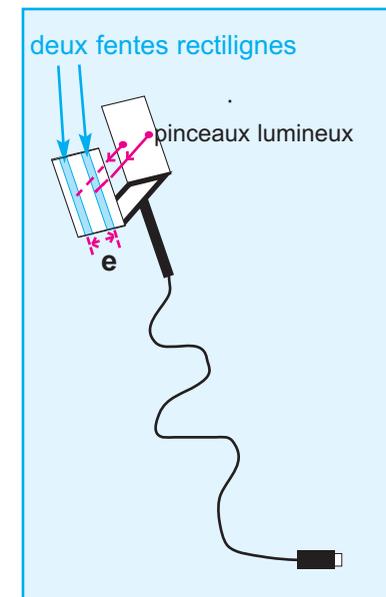
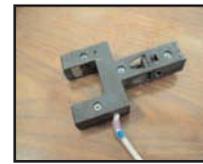
Contrairement au précédent, le capteur mesureur de vitesse comporte deux fentes fines espacées d'une distance e choisie par le constructeur (**Doc.10**).

Lorsque le carton accolé au solide cache la première fente le comptage se déclenche ; il s'arrête dès que l'autre fente est à son tour cachée.

Ce qu'on lit sur l'afficheur correspond à la valeur absolue de la vitesse instantanée du solide à son passage par la position d'abscisse x ; en effet le chronomètre se charge lui-même d'effectuer le calcul de $\frac{e}{\Delta t}$ où Δt représente la durée que met le centre d'inertie G du solide pour effectuer le trajet e .



Doc.9



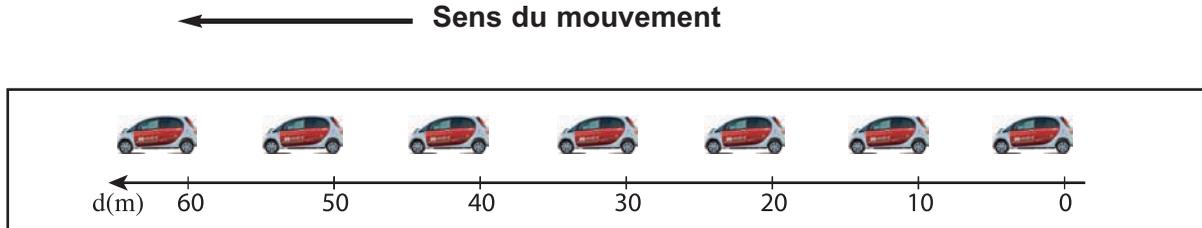
Doc.10



3. Mouvement rectiligne uniforme

Exemple :

Chronophotographie d'une voiture en mouvement rectiligne uniforme



3.1 . Choix du repère d'espace

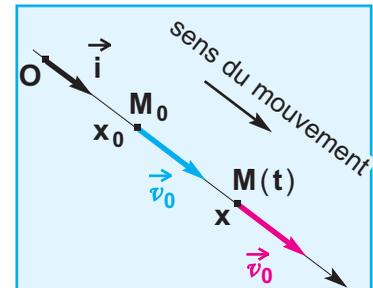
Le mouvement est dit rectiligne si la trajectoire du point mobile est une ligne droite ; il est dans ces conditions plus commode de repérer la position $\mathbf{M}(t)$ du point mobile dans un repère (O, \vec{i}) porté par la trajectoire.

Dans ce repère, on peut écrire :

$\vec{OM} = x \cdot \vec{i}$; x est l'abscisse du point mobile à l'instant t .

$\vec{v} = v \cdot \vec{i}$; $v = \frac{dx}{dt}$ est la vitesse du point mobile à l'instant t .

$\vec{a} = a \cdot \vec{i}$; $a = \frac{dv}{dt}$ est l'accélération du point mobile à l'instant t .



Doc.11

3.2 . Equation horaire

Un mouvement est rectiligne uniforme si le vecteur vitesse garde la même direction, le même sens et la même valeur au cours du mouvement (**Doc.11**).

Désignons par v_0 la valeur algébrique de cette vitesse

$$\vec{v} = v_0 \cdot \vec{i} = \vec{C}^{te} ; v = v_0 = \frac{dx}{dt} = C^{te}, \text{ d'où } x = v_0 t + b$$

L'abscisse instantanée x est une fonction affine du temps car sa dérivée v_0 est une constante. La constante b représente l'abscisse x_0 du point mobile à la date $t = 0$; elle est appelée **abscisse initiale** :

$$x = v_0 \cdot t + x_0$$

C'est l'équation horaire du mouvement rectiligne uniforme d'un point mobile.

4. Mouvement rectiligne uniformément varié

En 2ème année, nous avons vu qu'un mouvement rectiligne est uniformément accéléré ou retardé si la vitesse instantanée du mobile varie proportionnellement au temps.

Un mouvement rectiligne est **uniformément** varié (accéléré ou retardé) si le vecteur accélération instantané est constant au cours du temps :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{i} = \overrightarrow{\text{Constante}}$$

La valeur de la vitesse instantanée v est une fonction affine du temps car sa dérivée a est une constante ; ceci permet d'écrire : $v = at + b$

b est une constante qui correspond à la valeur de v à l'instant $t = 0$; elle est appelée **vitesse initiale**, et on la note v_0 .

$$v = at + v_0$$

Sachant que $v = \frac{dx}{dt}$, la fonction $x(t)$ qui admet pour dérivée $v = at + v_0$ s'écrit

$$x(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + C$$

La constante C représente l'abscisse x_0 du point mobile

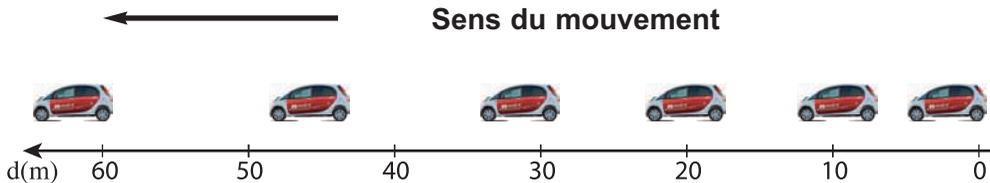
à l'instant $t = 0$; elle est appelée **abscisse initiale**.

$$x(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

C'est l'équation horaire d'un mouvement rectiligne uniformément varié (accéléré ou retardé).

MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ

Exemple : Chronophotographie d'une voiture en mouvement rectiligne uniformément accéléré.

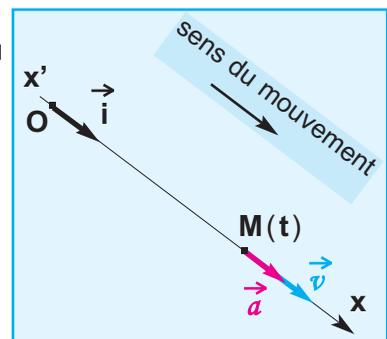


Un mouvement rectiligne est uniformément accéléré si :

- la valeur absolue de la vitesse instantanée augmente au cours du temps, l'accélération étant constante et non nulle.
- Puisque $\|\vec{v}\|$ augmente, $\|\vec{v}\|^2$ augmente aussi, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{d(\|\vec{v}\|^2)}{dt} > 0 \quad \text{soit} \quad \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{dt} > 0$$

$$\implies 2\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} > 0 \quad \implies \vec{a} \cdot \vec{v} > 0$$



Doc.12

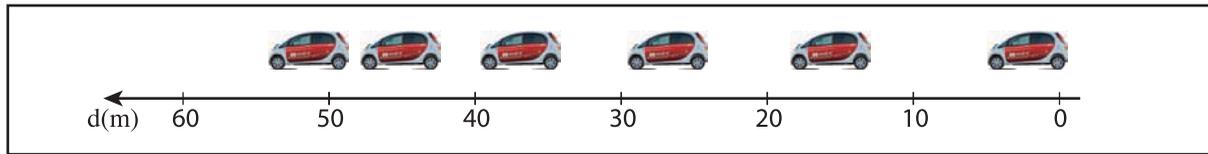
- le vecteur accélération est de même sens que celui du mouvement, ce qui peut être exprimé par la relation $\vec{a} \cdot \vec{v} \geq 0$ le signe = concerne un point mobile qui est mis en mouvement rectiligne uniformément accéléré à partir du repos (**Doc.12**).

Remarque : le sens du mouvement ne veut pas dire le sens positif choisi arbitrairement pour le repère d'espace (O, \vec{i}) .

MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORMÉMENT DECELERE

Exemple :

Chronotraphie d'une voiture en mouvement réctiligne uniformément retardé :



Un mouvement rectiligne est uniformément retardé si :

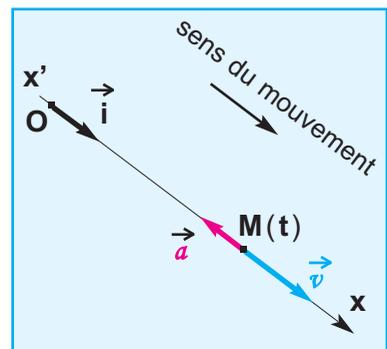
- la valeur absolue de la vitesse instantannée diminue au cours du temps, l'accélération étant constante et non nulle.

Puisque $\|\vec{v}\|$ diminue, $\|\vec{v}\|^2$ diminue aussi, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{d(\|\vec{v}\|^2)}{dt} < 0 \quad \text{soit} \quad \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{dt} < 0$$

$$\implies 2\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} < 0 \quad \implies \vec{a} \cdot \vec{v} < 0$$

- le vecteur accélération est de sens contraire à celui du mouvement, ce qui peut être exprimé par la relation $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$; un tel mouvement finit par conduire à $v = 0$, qui peut être le point de départ d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré (**Doc.13**).



Doc.13

RELATION ENTRE LES CARRÉS DES VITESSES

Considérons deux positions du point mobile à deux instants t_1 et t_2 (**Doc.14**) ; les abscisses et les vitesses du point mobile à ces deux instants sont exprimées par les relations (1), (2), (3) et (4) :

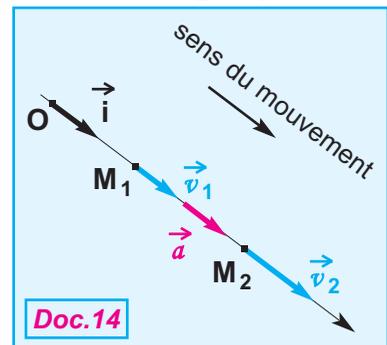
$$x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 + v_0 t_1 + x_0 \quad (1) \quad v_1 = a t_1 + v_0 \quad (2)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} a t_2^2 + v_0 t_2 + x_0 \quad (3) \quad v_2 = a t_2 + v_0 \quad (4)$$

A l'aide des équations (2) et (4) exprimons $(v_2)^2 - (v_1)^2$ en fonction de $(x_2 - x_1)$

$$\begin{aligned} (v_2)^2 - (v_1)^2 &= (a t_2 + v_0)^2 - (a t_1 + v_0)^2 \\ &= a^2 t_2^2 + 2 a v_0 t_2 + v_0^2 - (a^2 t_1^2 + 2 a v_0 t_1 + v_0^2) \\ &= a^2 t_2^2 + 2 a v_0 t_2 - a^2 t_1^2 - 2 a v_0 t_1 \\ &= 2a \left[\left(\frac{a}{2} t_2^2 + v_0 t_2 \right) - \left(\frac{a}{2} t_1^2 + v_0 t_1 \right) \right] \\ &= 2a \left[\left(\frac{a}{2} t_2^2 + v_0 t_2 + x_0 \right) - \left(\frac{a}{2} t_1^2 + v_0 t_1 + x_0 \right) \right] = 2a(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

d'où $(v_2)^2 - (v_1)^2 = 2a(x_2 - x_1)$



Doc.14

EXERCICE RÉSOLU N° 1

ENONCÉ :

Dans un repère $\{ \mathbf{O}, \vec{i}, \vec{j} \}$, le vecteur vitesse d'un point mobile

$$\vec{v} = 5\vec{i} - (3t - 5)\vec{j} \quad (v \text{ en m.s}^{-1})$$

A l'instant $t_0 = 1 \text{ s}$, il passe par le point M_0 de coordonnées $x_0 = 2 \text{ m}$ et $y_0 = 3 \text{ m}$.

1- a - Donner les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération.

- b - Donner les équations horaires $x = f(t)$ et $y = h(t)$ du point mobile.

- c - Ecrire l'équation cartésienne de la trajectoire.

2- a - Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse du mobile à l'instant $t = 1 \text{ s}$.

On précisera la valeur de l'angle α que fait \vec{v} avec le vecteur unitaire \vec{i} .

- b - Déterminer les composantes normale et tangentielle \vec{a}_T et \vec{a}_N du vecteur accélération à l'instant $t = 1 \text{ s}$.

- c - En déduire le rayon de courbure r à cet instant.

SOLUTION

1 - a - Coordonnées cartésiennes du vecteur accélération :

$$v_x = 5 \text{ m.s}^{-1} \text{ et } a_x = \frac{dv_x}{dt} \text{ permettent d'écrire } a_x = 0$$

$$v_y = -3t + 5 \text{ et } a_y = \frac{dv_y}{dt} \text{ permettent d'écrire } a_y = -3 \text{ m.s}^{-2}$$

- b - Equations horaires :

$$v_x = 5 \text{ m.s}^{-1} \text{ et } v_x = \frac{dx}{dt} \text{ permettent d'écrire } x = 5t + C_1$$

Détermination de la constante C_1 :

$$x(t_0 = 1\text{s}) = 5 \cdot 1 + C_1 = 2 \text{ d'où } C_1 = -3 \text{ m}$$

$$x = 5t - 3 \quad (1)$$

$$v_y = -3t + 5 \text{ et } v_y = \frac{dy}{dt} \text{ permettent d'écrire}$$

$$y = -\frac{3}{2}t^2 + 5t + C_2$$

Détermination de la constante C_2 :

$$y(t_0 = 1\text{s}) = -\frac{3}{2} \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 + C_2 = 3 \text{ d'où } C_2 = -0,5 \text{ m}$$

$$y = -1,5t^2 + 5t - 0,5 \quad (2)$$

- c - Equation cartésienne de la trajectoire :

De la relation (1), on tire $t = \frac{x+3}{5}$ que l'on emplace dans (2) ;

$$y = -1,5 \frac{(x+3)^2}{25} + 5 \frac{(x+3)}{5} - 0,5$$

d'où

$$y = -0,06x^2 + 0,64x + 1,96$$

la trajectoire est un arc de parabole (**Doc.15**).

2- a - Caractéristiques du vecteur vitesse à t = 1 s :

$$v_x = 5 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{et} \quad v_y = 2 \text{ m.s}^{-1} \quad (\text{Doc.15}).$$

Valeur de la vitesse : $\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Application numérique :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{5^2 + 2^2}$$

$$\|\vec{v}\| = 5,39 \text{ m.s}^{-1}$$

Détermination de l'angle $\alpha = (\vec{v}, \vec{i})$ à t = 1 s :

$$\text{tg} \alpha = \frac{\|\vec{v}_y\|}{\|\vec{v}_x\|}$$

Application numérique :

$$\text{tg} \alpha = \frac{2}{5}$$

$$\alpha = 21,8^\circ$$

- b - Composantes normale et tangentielle de \vec{a} à t = 1 s :

$$\|\vec{a}_T\| = \|\vec{a}\| \sin \alpha \quad \text{et} \quad \|\vec{a}_N\| = \|\vec{a}\| \cos \alpha$$

Application numérique :

$$\|\vec{a}_T\| = 3 \cdot \sin(21,8) \quad \|\vec{a}_T\| = 1,11 \text{ m.s}^{-2}$$

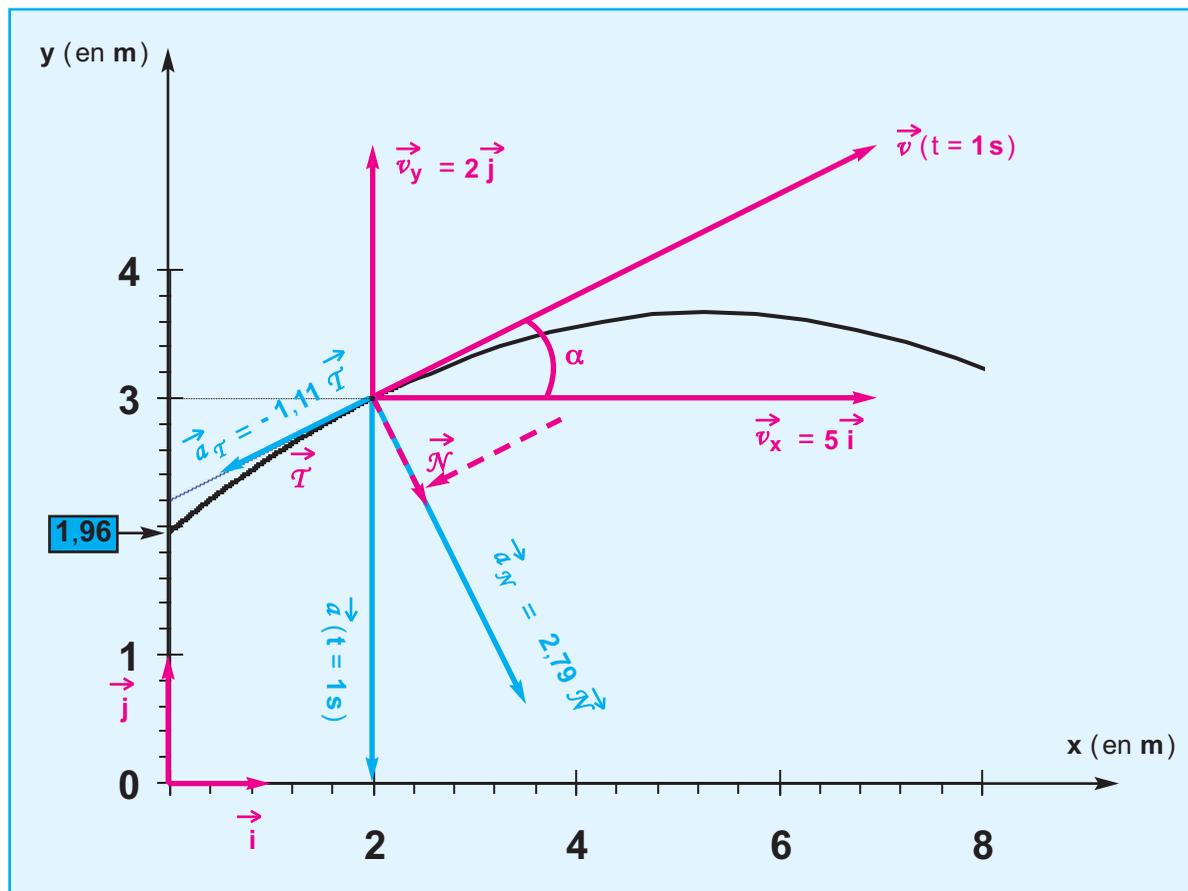
$$\|\vec{a}_N\| = 3 \cdot \cos(21,8) \quad \|\vec{a}_N\| = 2,79 \text{ m.s}^{-2} \quad (\text{Doc.15})$$

- c - Rayon de courbure à t = 1 s :

$$\|\vec{a}_N\| = \frac{v^2}{r} \quad \text{d'où} \quad r = \frac{v^2}{\|\vec{a}_N\|}$$

Application numérique : $r = \frac{(5,39)^2}{2,79}$

$$r = 10,41 \text{ m}$$

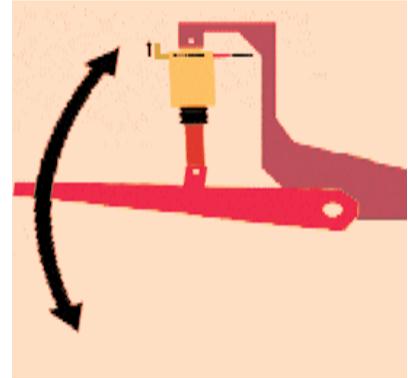


Doc.15

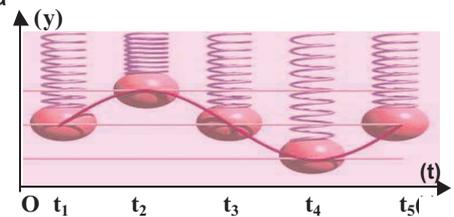
5. Mouvement rectiligne sinusoïdal

Situations et questionnements

Le jeu de ressorts de suspension, utilisé dans les amortisseurs des voitures, les motos, les trains..., améliore la tenue de route du véhicule ; ce dispositif permet de réduire l'amplitude des oscillations engendrées lors d'un choc de l'ordre de 30mm pour certains marques des voitures.
 Quelles sont les caractéristiques d'un mouvement oscillatoire ?

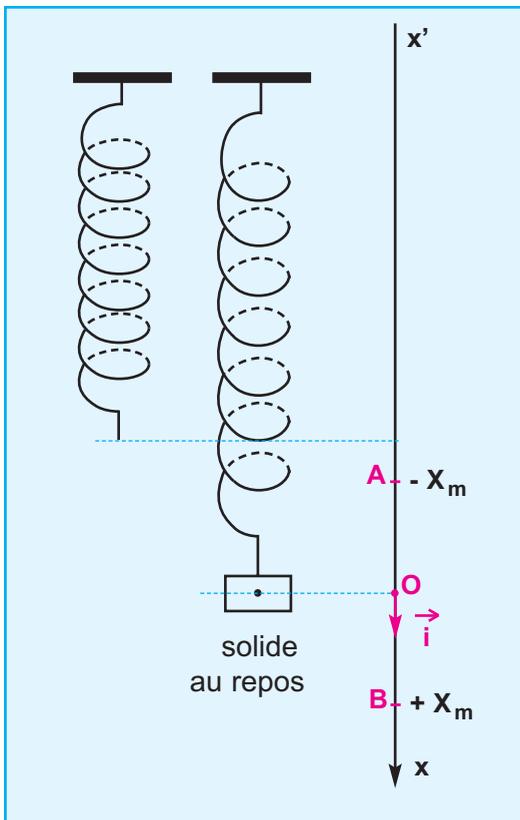


Le mouvement rectiligne uniformément varié obéit à la loi $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ est-il possible d'appliquer cette même loi au mouvement rectiligne sinusoïdal ?

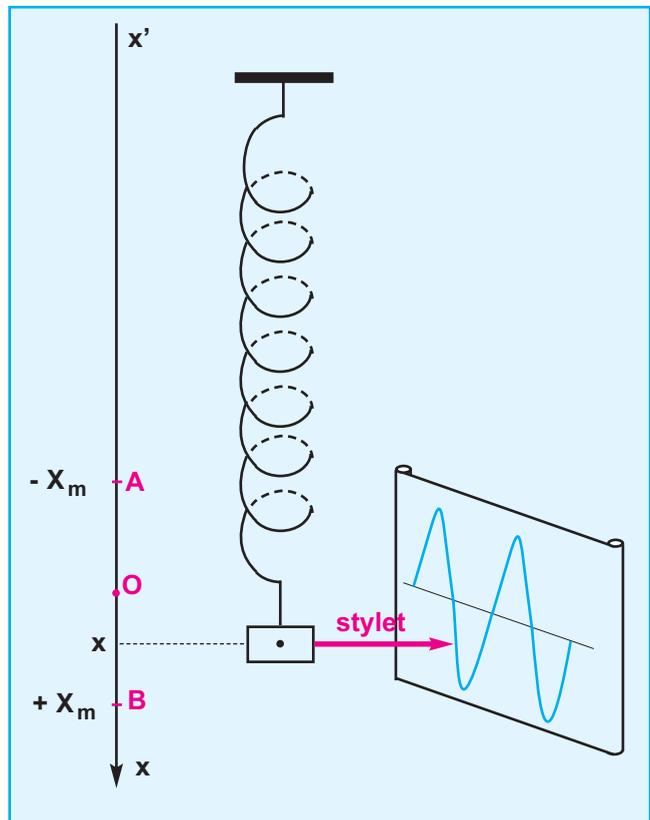


Introduction

Considérons le dispositif expérimental du document **16-a**.



Doc.16-a



Doc.16-b

un solide (**S**) de centre d'inertie **G**, l'autre extrémité étant fixe.

Lorsque le solide est en équilibre, **G** est en **O**, origine d'un repère (**O**, \vec{i}). On écarte (**S**) de sa position d'équilibre verticalement de X_m et on le lâche sans lui communiquer de vitesse initiale ; son centre d'inertie **G** se met à osciller entre les deux positions d'abscisses $+X_m$ et $-X_m$.

On dit que **G** effectue un mouvement rectiligne périodique.

Un stylet solidaire du solide inscrit les différentes positions de **G** sur le papier qui se déroule à vitesse constante (**Doc.16-b**).

La courbe obtenue correspondant à la représentation graphique du centre d'inertie en fonction du temps est une sinusoïde.

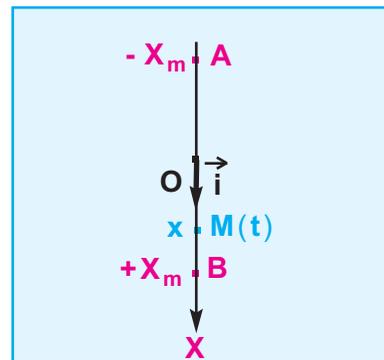
Le mouvement de G est dit alors rectiligne sinusoïdal.

5.1 . Définition

Un point mobile est en mouvement rectiligne sinusoïdal si :

- sa trajectoire est un segment de droite **[AB]** de milieu **O** (**Doc.17**)
- dans le repère (**O**, \vec{i}) d'origine **O** et porté par la trajectoire, son abscisse $x(t)$ (ou élongation instantanée) est une fonction sinusoïdale de la forme

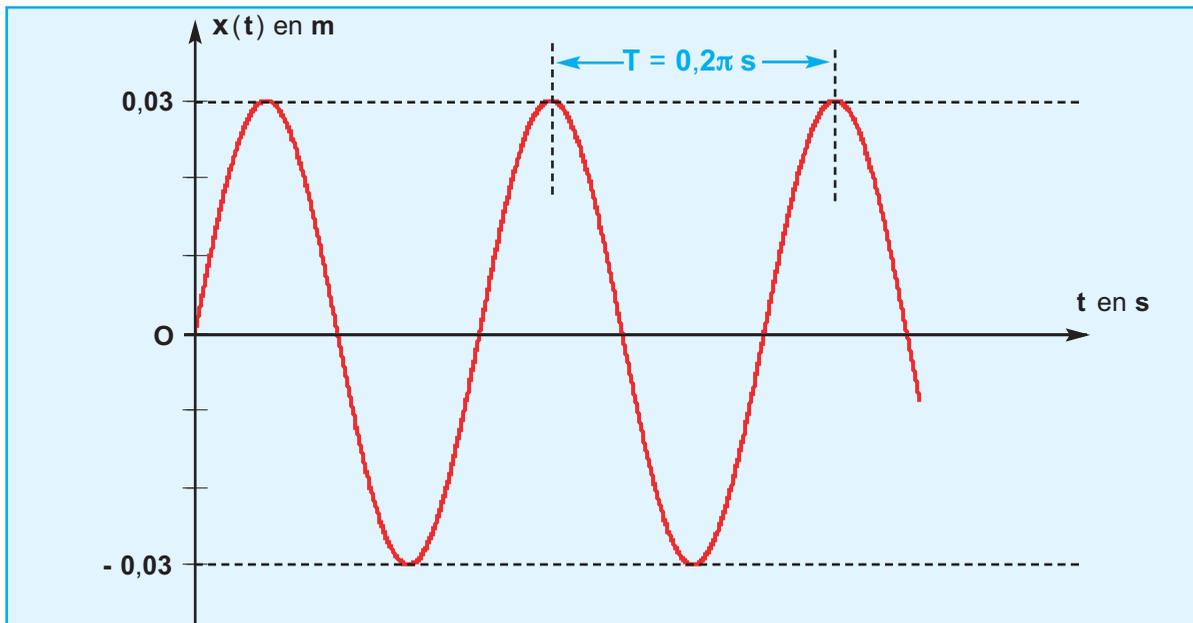
$$x(t) = X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right)$$



Doc.17

C'est l'équation horaire d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.

Exemple : le document (**Doc.18**) correspond à la fonction $x(t) = 3.10^{-2} \sin \left(\frac{2\pi}{T} t \right)$



Doc.18

PÉRIODE : T en **seconde**.

$$x(t + T) = X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T}(t + T) + \varphi_x \right)$$

$$X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + 2\pi + \varphi_x \right)$$

$$X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) = x(t)$$

Le point mobile se retrouve dans la même position d'abscisse $x(t)$ après avoir effectué une oscillation. T est mesurée à l'aide d'un chronomètre.

FRÉQUENCE : $N = \frac{1}{T}$ correspond au nombre d'oscillations effectuées en une seconde ; l'unité est le Hertz (**Hz**).

AMPLITUDE DU MOUVEMENT ou **ÉLONGATION MAXIMALE** :

Elle est donnée par X_m , et s'exprime en **m** ; elle est déterminée à l'aide des conditions initiales.

ÉLONGATION À L'INSTANT t ou **ABSCISSE À L'INSTANT t** :

Elle est donnée par $x(t)$, et s'exprime en **m** ; elle varie entre $-X_m$ et $+X_m$.

PULSATION DU MOUVEMENT : $\omega = \frac{2\pi}{T}$ en **rad.s⁻¹**

PHASE À L'INSTANT t : $\frac{2\pi}{T} t + \varphi$

c'est un angle qui s'exprime en radian (**rad**).

PHASE À L'INSTANT $t = 0$ ou **PHASE INITIALE** : φ en **rad**.

φ est déterminée à l'aide des conditions initiales :
à $t = 0$, $x(0) = X_m \sin(\varphi_x)$ d'où les valeurs possibles de φ_x .

MOUVEMENT PÉRIODIQUE

Il se répète identique à lui-même à des intervalles de temps égaux. Pendant une période le point mobile effectue une oscillation.

Au cours du mouvement périodique décrit dans le document (**Doc.17**) une oscillation peut être

M → B → M → A → M

A → O → B → O → A

O → B → O → A → O

La valeur commune à ces intervalles de temps est la période T du mouvement.

5.2 . Vecteur vitesse instantanée

Le vecteur position s'écrit :

$$\vec{OM} = x(t) \vec{i} \quad \text{avec } x(t) = X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right)$$

Le vecteur vitesse instantanée s'écrit :

$$\vec{v} = \frac{d \vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} = v(t) \vec{i}$$

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{dx(t)}{dt} = X_m \frac{2\pi}{T} \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) \\ &= X_m \frac{2\pi}{T} \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

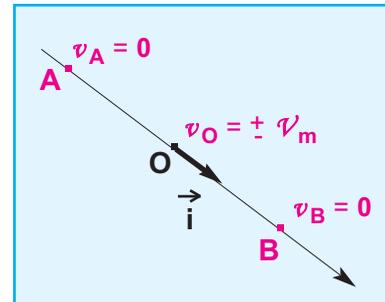
que l'on peut écrire sous la forme :

$$v(t) = \mathcal{V}_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_v \right)$$

avec $\mathcal{V}_m = X_m \frac{2\pi}{T}$ et $\varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2}$

$v(t)$ et \mathcal{V}_m en m.s^{-1}

La vitesse est nulle aux points de rebroussement **A** et **B**, par contre elle est maximale en valeur absolue au milieu **O** telle que $v_O = \pm \mathcal{V}_m$ (**Doc.19**) ; le signe de v_O dépend du sens dans lequel évolue le mouvement du point mobile.



Doc.19

5.4 . Relation entre $x(t)$ et $v(t)$

$$\begin{cases} x(t) = X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) \\ v(t) = X_m \frac{2\pi}{T} \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) \end{cases}$$

que l'on peut écrire

$$\begin{cases} x(t) = X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) & (1) \\ \frac{v(t)}{\left(\frac{2\pi}{T} \right)} = X_m \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) & (2) \end{cases}$$

(1)² + (2)² donne :

$$\frac{v^2(t)}{\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2} + x^2(t) = X_m^2$$

X_m est constante ; lorsque $x(t)$ augmente en valeur absolue, $v(t)$ diminue en valeur absolue ; en **O**, $v(t)$ est maximale et égale à $\pm X_m \frac{2\pi}{T} = \pm X_m \omega$

5.5 . Vecteur accélération instantanée

Dans le repère (O, \vec{i}) porté par la trajectoire, on peut écrire

$$\vec{a} = a(t) \vec{i}$$

RELATION ENTRE $a(t)$ ET $x(t)$

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[X_m \frac{2\pi}{T} \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) \right] = - X_m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) \\ &= - \frac{4\pi^2}{T^2} x(t) = - \omega^2 x(t) = \omega^2 X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x + \pi \right) \end{aligned}$$

L'accélération peut s'écrire encore :

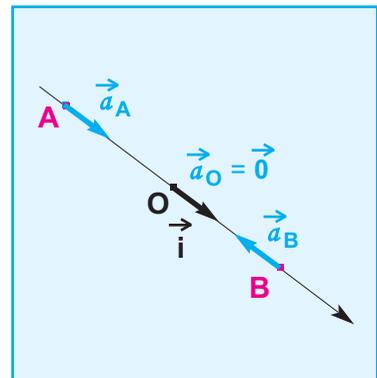
$$a(t) = \mathcal{A}_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_a \right)$$

avec $\mathcal{A}_m = \omega^2 X_m$ et $\varphi_a = \varphi_x + \pi$

$$a(t) = - \frac{4\pi^2}{T^2} x(t) \quad a(t) \text{ en } \text{m.s}^{-2}$$

L'accélération est nulle en O mais maximale en valeur absolue aux points A et B telle que :

$$a_A = \frac{4\pi^2}{T^2} X_m = \omega^2 X_m \quad \text{et} \quad a_B = - \frac{4\pi^2}{T^2} X_m = - \omega^2 X_m \quad (\text{Doc.19}).$$



Doc.19

RELATION ENTRE $x(t)$ ET $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$

$$a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = - \frac{4\pi^2}{T^2} x(t) = - \omega^2 x(t)$$

d'où

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0$$

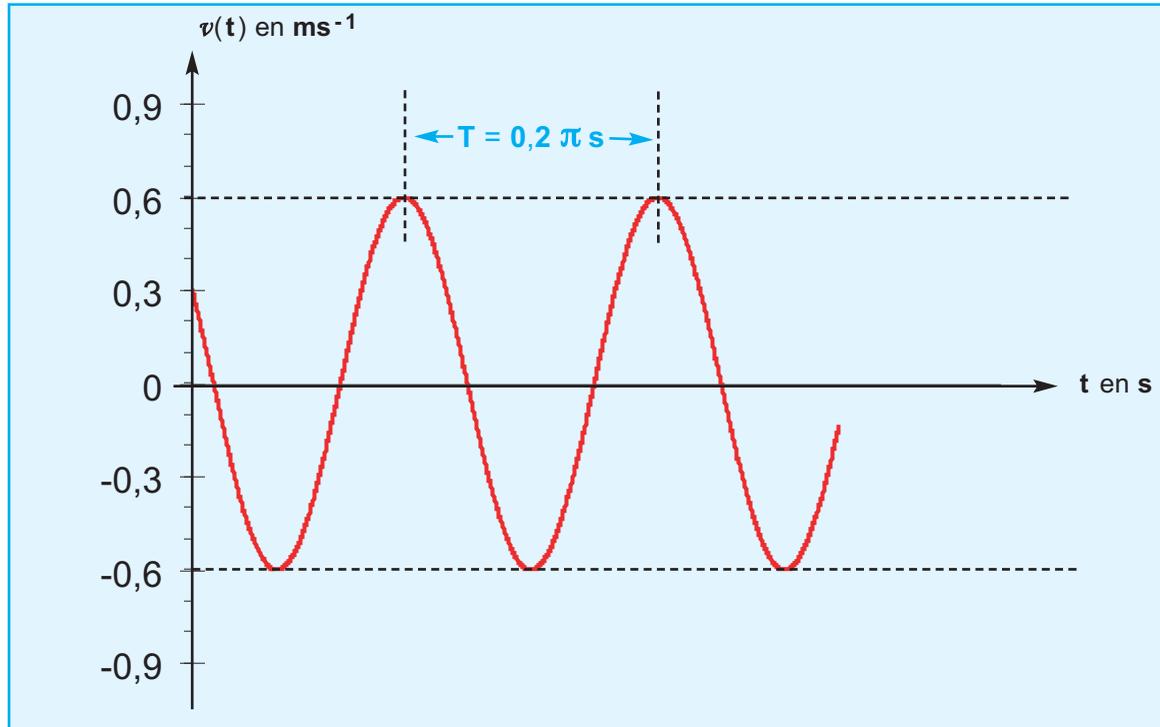
$$x(t) = X_m \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right) = X_m \sin (\omega t + \varphi_x)$$

est une solution de cette équation.

EXERCICE RÉSOLU N°2

ENONCÉ :

La courbe du document **20** représente les variations de la vitesse $v(t) = \mathcal{V}_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_v\right)$ d'un point mobile en mouvement rectiligne sinusoïdal.



- 1-a- Nommer les paramètres \mathcal{V}_m , T et φ_v ; déterminer leurs valeurs numériques.
 - b- En déduire l'amplitude X_m et la phase à l'origine φ_x de l'abscisse $x(t)$.
 - c- Ecrire l'équation horaire de $x(t)$.
- 2 - A quels instants le mobile passe-t-il par le point d'élongation $x = 0,03 \text{ m}$ avec une vitesse négative?

SOLUTION

1-a- Nomenclature des paramètres \mathcal{V}_m , T et φ_v :

\mathcal{V}_m : amplitude de la vitesse.

T : période du mouvement.

φ_v : phase à l'origine de la vitesse.

Valeurs numériques des paramètres \mathcal{V}_m , T et φ_v :

On relève directement sur la courbe du document **20**,

$$\mathcal{V}_m = 0,6 \text{ m.s}^{-1}$$

$$T = 0,2\pi \text{ s}$$

A l'instant $t = 0$, la fonction $v(t)$ est égale à $0,3 \text{ m.s}^{-1}$ et décroissante :

$$v(t=0) = v_m \sin(\varphi_v) \quad (1)$$

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = v_m \frac{2\pi}{T} \cos(\varphi_v) < 0 \quad (2)$$

De la relation (1), on tire $\sin(\varphi_v) = \frac{v(t=0)}{v_m}$

Application numérique :

$$\sin(\varphi_v) = \frac{0,3}{0,6} = 0,5$$

$$\varphi_v = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \quad \text{ou bien} \quad \varphi_v = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

D'après (2), nous retiendrons $\frac{5\pi}{6}$ car $\cos(\varphi_v) < 0$

$$\varphi_v = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

-b- Valeurs numériques des paramètres x_m et φ_x :

$$x_m = \frac{v_m}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)}$$

Application numérique :

$$x_m = \frac{0,6}{\left(\frac{2\pi}{0,2\pi}\right)}$$

$$x_m = 0,06 \text{ m}$$

$$\varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2} \quad \text{d'où} \quad \varphi_x = \varphi_v - \frac{\pi}{2}$$

Application numérique : $\varphi_x = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2}$

$$\varphi_x = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

-c- Equation horaire de l'abscisse x :

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2\pi} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$x(t) = 0,06 \cdot \sin\left(10 t + \frac{\pi}{3}\right)$$

2- Détermination des instants tels que $x = 0,03 \text{ m}$ et $v < 0$:

$$x(t) = 0,06 \sin\left(10 t + \frac{\pi}{3}\right) = 0,03 \text{ m}$$

$$\sin \left(10 t + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$$

$$10 t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\text{comme } v(t) = 0,6 \cdot \cos \left(10 t + \frac{\pi}{3} \right) < 0$$

$$10 t + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

$$t = \frac{1}{10} \left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right)$$

$$t = \frac{\pi}{20} + \frac{2k\pi}{10} = \frac{T}{4} + k.T$$

TRAVAUX PRATIQUES

OBJECTIFS

- Réaliser en classe un enregistrement chronophotographique du mouvement d'une bille lâchée sans vitesse initiale.
- Reconnaître, à partir de cet enregistrement, la nature du mouvement du corps en chute libre.

ENREGISTREMENT CHRONOPHOTOGRAPHIQUE

Il y a deux possibilités :

- à l'aide d'une caméra Cam Web
- à l'aide d'un appareil photographique
- ou, à défaut, exploiter la figure du document (**Doc.21**).

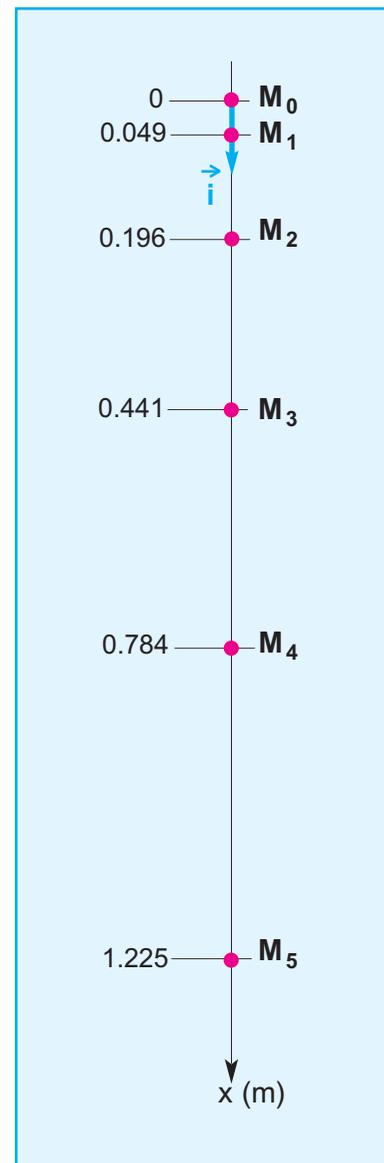
Les positions du centre d'inertie de la bille étant repérées à intervalles de temps réguliers de durée $\theta = 100$ ms.

TABLEAU DE MESURES

points	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
t (en s)						
x (en m)						

QUESTIONS :

Tracer la courbe $x = h(t^2)$; établir l'expression de $x = h(t^2)$.
 Déterminer l'accélération du mouvement de la bille.
 Conclure sur la nature de son mouvement.



Doc.21

L'ESSENTIEL DU COURS

Les grandeurs cinématiques (trajectoire, coordonnées, vitesse et accélération) dépendent du référentiel d'observation qui est constitué d'un objet de référence, d'un repère d'espace et d'un repère temps.

Le repérage de la position d'un point est déterminé par la connaissance des coordonnées cartésiennes x , y et z du point mobile dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$;

Dans le référentiel lié au point O , un point mobile M est défini par :

- un vecteur position

$$\vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

- un vecteur vitesse

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

- un vecteur accélération

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$$

Le vecteur accélération peut s'exprimer dans le repère de Frenet (M, \vec{T}, \vec{N}) :

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{r} \vec{N}$$

Un point mobile peut être :

- en mouvement rectiligne uniforme :

$$\vec{a} = \vec{0} ; \vec{v} = \text{Constante} ; \vec{OM} = (vt + x_0) \vec{i}$$

- en mouvement rectiligne uniformément varié :

$$\vec{a} = \text{Constante} ; \vec{v} = (at + v_0) \vec{i} ; \vec{OM} = \left(\frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \right) \vec{i}$$

il est accéléré si $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$, retardé si $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$.

- en mouvement rectiligne sinusoïdal :

$$\vec{OM} = x(t) \vec{i} \text{ avec } x(t) = X_m \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_x \right)$$

$$\vec{a} = a(t) \vec{i} \text{ avec } a(t) = - \frac{4\pi^2}{T^2} x(t) = - \omega^2 x(t)$$

Je vérifie mes connaissances

1- Complétez les phrases suivantes :

- La valeur algébrique de la vitesse instantanée d'un point mobile est la dérivée de son par rapport au temps.
- Le vecteur accélération a le sens contraire du vecteur vitesse lorsque diminue.
- Dans un mouvement rectiligne uniforme l'accélération est .
- Dans un mouvement où la vitesse est constante, l'accélération est nulle.
- Dans un mouvement rectiligne uniformément varié, est constante.
- Lorsque le vecteur accélération est constant, la trajectoire est ou .

Chaque QCM peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

2- L'équation horaire $x = f(t)$ du mouvement rectiligne uniforme d'un point mobile permet de connaître à tout instant :

- a - la vitesse du point mobile.
- b - l'accélération du point mobile.
- c - la position du point mobile.

3- L'équation horaire $x = f(t)$ du mouvement rectiligne uniformément retardé d'un point mobile permet de connaître à tout instant :

- a - la vitesse du mouvement du point mobile.
- b - l'accélération du mouvement du point mobile.
- c - la position du point mobile.
- d - l'instant où le mouvement du point mobile change de sens.
- e - la position où le mouvement du point mobile change de sens.

4- Les équations horaires $x = f(t)$ et $y = h(t)$ du mouvement plan d'un point mobile selon une trajectoire curviligne permettent de connaître à tout instant :

- a - la vitesse du point mobile.
- b - l'accélération du point mobile.
- c - la position du point mobile.
- d - les coordonnées de l'accélération du point mobile dans le repère de Frenet.
- e - le rayon de courbure de la trajectoire.

5- La trajectoire d'un point mobile est une courbe située dans un plan; sa vitesse est constante. À tout instant au cours du mouvement, le vecteur accélération du point mobile est :

- a - nul.
- b - perpendiculaire au vecteur vitesse.
- c - de direction tout à fait quelconque.

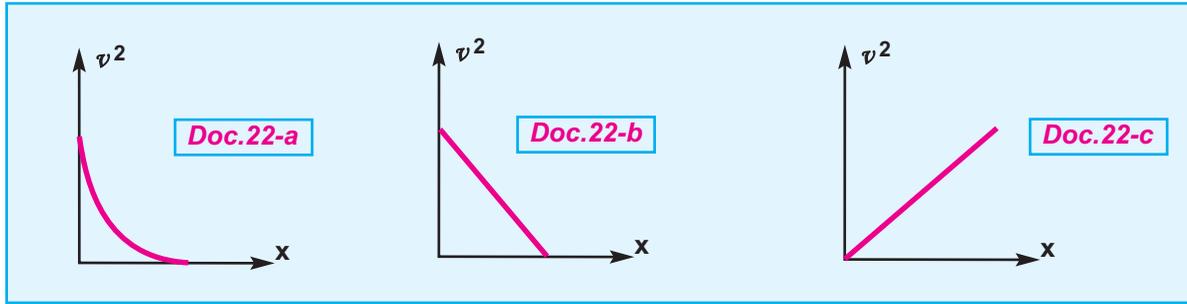
6- Un point mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. Lorsqu'il passe par le milieu de sa trajectoire :

- a - sa vitesse est nulle.
- b - son accélération est maximale.
- c - la vitesse et l'accélération sont nulles.
- d - la vitesse est maximale en valeur absolue.

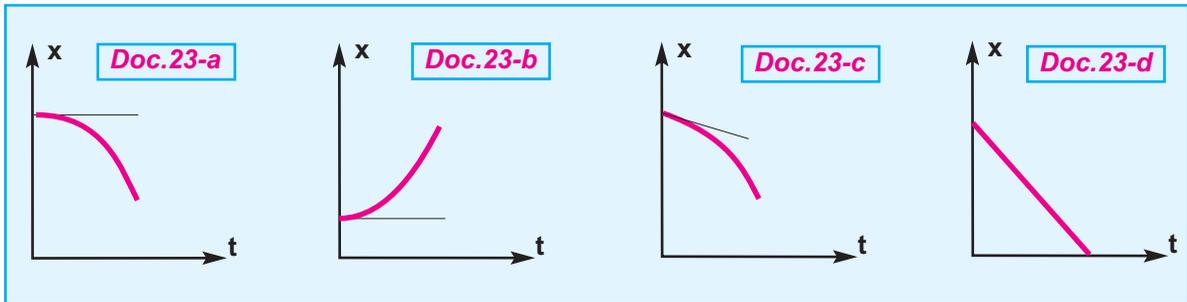
7- Un point mobile est animé d'un mouvement tel que le vecteur accélération varie au cours du temps :

- a - sa vitesse est constante.
- b - le sens du mouvement peut changer.
- c - la trajectoire est nécessairement rectiligne.

8- Un solide, lâché sur un plan incliné, glisse sans frottements selon un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Lequel parmi les documents **22-a**, **b** ou **c** peut-il correspondre à la représentation graphique de v^2 en fonction de l'abscisse x ?



- 9- Un solide, lâché sans vitesse initiale, glisse sans frottement sur un plan incliné selon un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Lequel parmi les documents **23-a**, **b**, **c** ou **d** correspond-il à la représentation graphique de $x = f(t)$?

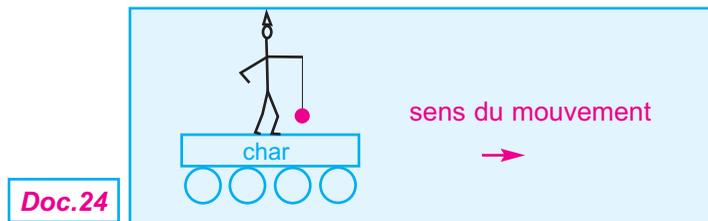


Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- Un clown est debout et immobile sur un char de carnaval avançant à vitesse constante. Il fait osciller régulièrement un Yo-Yo (boule attachée à un élastique) dans une direction perpendiculaire au plateau du char. (**Doc.24**)

Au centre du Yo-Yo est disposé une petite lampe allumée.

- 1 - Tracer la forme de la trajectoire de la lampe par rapport au référentiel du char.
- 2 - Tracer l'allure de la trajectoire de la lampe par rapport à un référentiel terrestre.



Ex-2- La vitesse d'écoulement du sang dans une artère est supposée constante et de valeur égale à $\|\vec{v}_s\| = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$

- 1 - Calculer le chemin parcouru par une globule rouge pendant une durée de **4 s**.

- 2 - En supposant cette vitesse d'écoulement indépendante de la grosseur des artères, quelle est la durée de parcours d'un globule rouge partant du coeur et arrivant au pied d'un individu, après un parcours de **1,5 m** ?

Ex-3- Un automobiliste **A** quitte Tunis à **10h 30 min** et se dirige vers Sousse par l'autoroute. Un automobiliste **B** quitte Sousse à **10h 45 min** et se dirige vers Tunis par la même autoroute. Les valeurs de leurs vitesses respectives,

que l'on suppose constantes, sont :

$$\|\vec{v}_A\| = 100 \text{ km.h}^{-1}$$

$$\|\vec{v}_B\| = 130 \text{ km.h}^{-1}$$

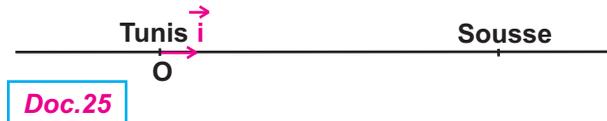
La distance Tunis-Sousse, par l'autoroute, est égale à **D = 120 km** (**Doc.25**).

La distance Tunis-Sousse, par l'autoroute, est égale à $D = 120 \text{ km}$.

1 - Ecrire les équations horaires des mouvements de **A** et **B** sachant que l'automobiliste **A** quitte **Tunis**, qui est confondu avec **O**, à $t = 0$.

On supposera que l'autoroute suit une ligne droite.

2 - A quelle distance de **Tunis** et à quelle heure les deux automobilistes se croisent-ils ?



Ex-4- Un mobile (**M**) décrit une trajectoire rectiligne munie d'un repère espace (**O**, \vec{i}) ; son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à $t_f = 5 \text{ s}$.

A l'instant $t_0 = 0$, le mobile part du point **M**₀ d'abscisse $x_0 = -0,5 \text{ m}$, avec une vitesse $\vec{v}_0 = -\vec{i}$ (v_0 en m.s^{-1}), puis il passe au point **M**₁, d'abscisse $x_1 = 5 \text{ m}$, avec la vitesse $\vec{v}_1 = 4,7 \vec{i}$ (v_1 en m.s^{-1}).

1 - Déterminer les caractéristiques de l'accélération \vec{a}_1 du mobile.

2 - Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe au point **M**₁.

3 - Donner l'équation horaire du mobile.

4 - A la date $t = 2 \text{ s}$, un deuxième mobile (**N**) part de la position d'abscisse $x_1 = 5 \text{ m}$, avec un mouvement rectiligne uniforme dont la vitesse est $\vec{v}_N = 4 \vec{i}$ (v_N en m.s^{-1}).

Calculer la date t_R et l'abscisse x_R en lesquelles le mobile (**M**) rattrape le mobile (**N**).

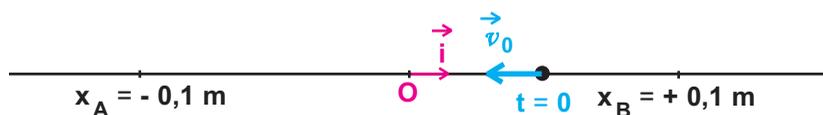
5- Vérifier ces deux derniers résultats à l'aide des représentations graphiques des équations horaires des deux mobiles.

Ex-5- Un point matériel, animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal, se déplace sur un segment **AB** de longueur 20 cm . La période du mouvement est $T_0 = 2 \text{ s}$. A l'origine des temps le mobile est

à la position d'abscisse $x = 5 \text{ cm}$ et sa vitesse est négative. (**Doc.26**)

1 - Ecrire l'équation horaire du mouvement.

2 - A quel instant le mobile passe-t-il pour la 1^{ère} fois par la position d'équilibre ?



Ex-6- Un mobile ponctuel (**M**), supposé ponctuel, est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal de période $T = \frac{\pi}{10} \text{ s}$ de part et d'autre d'un point **O**.

1 - En choisissant comme origine des élongations le point **O**, déterminer l'équation horaire du mouvement de (**M**) sachant qu'à l'origine des temps, son abscisse x_0 est égale à 2 cm et sa vitesse est nulle.

2 - Quelle est la vitesse maximale du mobile ?

En quel point le mobile acquiert cette vitesse ?

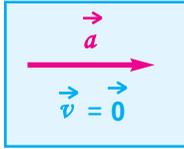
3 - Quelle est la vitesse du mobile (**M**) quand son élongation vaut $0,5 \text{ cm}$.

4 - Quelle est la vitesse du mobile à la date $t = 1 \text{ s}$?

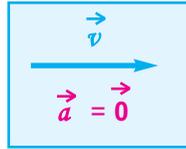
Quel est alors le sens du vecteur accélération ?

Ex-7- Identifier dans chacun des documents **27-** **a**, **b**, **c** ou **d**, la nature (rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré,

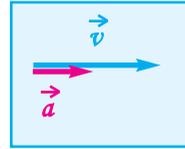
rectiligne uniformément retardé) du mouvement décrit par les vecteurs \vec{a} et \vec{v} représentés à un instant t quelconque.



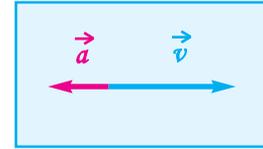
Doc.27-a



Doc.27-b



Doc.27-c



Doc.27-d

Ex-8- Un mobile est en mouvement rectiligne sinusoïdal. Le document (**Doc.28**) correspond à la courbe $v = f(t)$

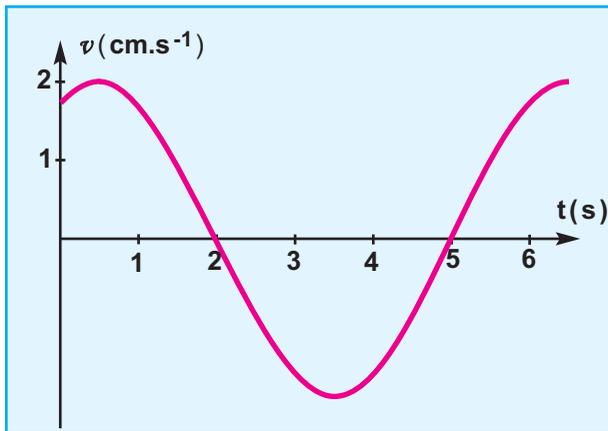
1 - Déduire de cette courbe:

- l'amplitude \mathcal{V}_m de la vitesse
- la période **T** du mouvement

- la phase φ_v de la vitesse.

2 - Déterminer l'amplitude \mathcal{X}_m et la phase φ_x de l'abscisse **x** du mobile (**M**).

3 - Déduire de la courbe $v = f(t)$ la courbe $x = g(t)$ sans préciser d'échelle pour l'élongation **x** (**Doc.28**).

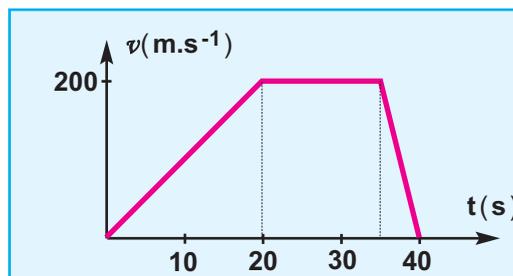


Doc.28

Ex-9- Un mobile décrit une trajectoire rectiligne. Sa position par rapport à un point **O** de la trajectoire orientée est repérée à l'instant **t** par son abscisse **x**.

1 - Caractériser le mouvement du mobile durant les différentes étapes du trajet à partir du diagramme des vitesses. (**Doc.28 a**)

2 - Déterminer la distance totale parcourue par le mobile pendant les **40 s**.



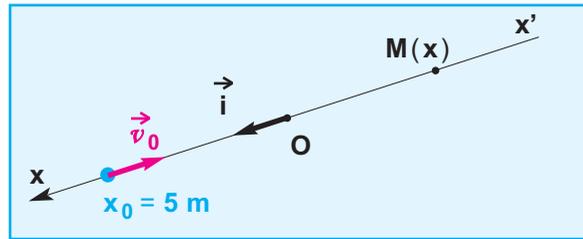
Doc.28-a

Ex-10- Le mouvement d'une bille lancée dans le sens **Ox** dans une gouttière rectiligne est déterminé par les données suivantes : $a = 2 \text{ m.s}^{-2}$ et à $t = 0$ (instant du lancement) $v_0 = -6 \text{ m.s}^{-1}$ et $x_0 = 5 \text{ m}$ (**Doc.29**).

1 - Etablir les équations du mouvement.

2 - Déterminer l'intervalle de temps qui sépare les deux passages par l'origine **O**.

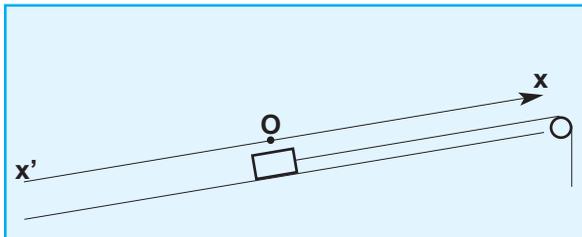
Calculer la valeur de la vitesse de la bille à ces passages.



Doc.29

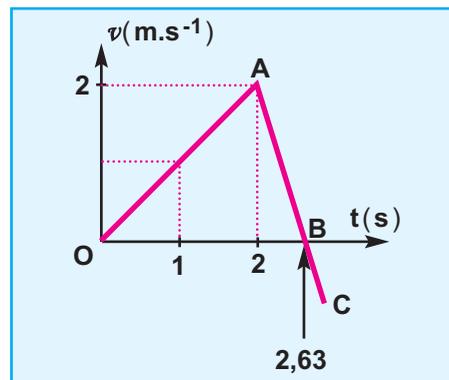
Ex-11- Un mobile M peut glisser sans frottement le long de la ligne de plus grande pente $x'Ox$ d'un plan incliné. Il est attaché à un fil inextensible tendu parallèle à $x'Ox$ (**Doc.30-a**). A l'instant $t_0 = 0$, le mobile (M) est au repos au point O , (origine de l'axe,)

on applique au fil une traction qui fait gravir à (M) le plan incliné. On étudie le mouvement de (M). On en déduit la mesure v de la vitesse du mobile (M) à chaque instant et on trace le graphique $v = f(t)$ qui est le segment de droite OA (**Doc.30-b**).



Doc.30-a

Au temps $t_1 = 2$ s, le fil de traction casse. En représentant maintenant la vitesse v du mobile en fonction du temps t , on obtient la demi-droite ABC qui coupe l'axe des temps au point B d'abscisse $t_2 = 2,63$ s.



Doc.30-b

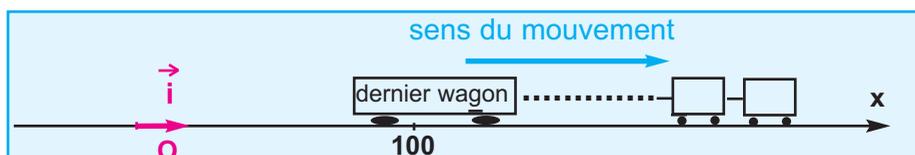
- 1- Dédire du graphique, sans calcul, la nature du mouvement de (M) et le sens du déplacement entre les dates t_0 et t_1 , t_1 et t_2 et $t > t_2$.
- 2- Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération au cours de chacune des trois phases.
- 3- Déterminer la distance parcourue entre t_0 et t_2 .

Ex-12- Sur le quai d'une gare, une voyageuse, en retard, court avec une vitesse constante de valeur 8 m.s^{-1} pour essayer de prendre son train en stationnement à la gare. En $t = 0$, le train démarre alors qu'elle est encore à **100 mètres** du dernier wagon, au niveau de l'origine O d'un repère (O, \vec{i}) . L'accélération constante du train

a une valeur de $0,5 \text{ m.s}^{-2}$ (**Doc.31**).

- 1- La voyageuse rejoindra-t-elle son train ? Sinon, à quelle distance minimale s'en trouvera-t-elle ?
- 2- Quelle devrait être, à l'instant du démarrage, la distance minimale entre le train et la voyageuse pour que celle-ci atteigne effectivement le dernier wagon ?

Doc.31



7.

ETUDE DYNAMIQUE D'UN SOLIDE EN MOUVEMENT DE TRANSLATION

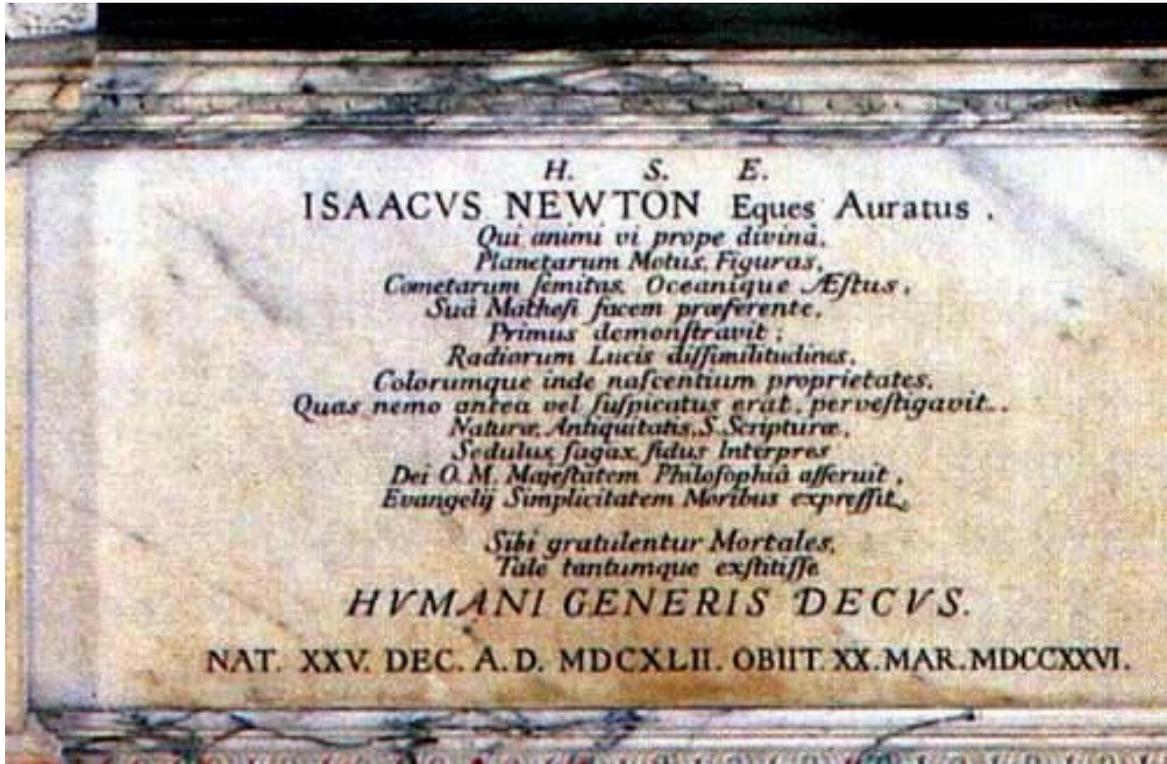


Photo.1

L'építaphe* de Newton traduite du latin par Etienne DANIEL

ISAAC NEWTON Chevalier d'Or

Qui, par la pénétration de sa pensée quasi divine, portant haut le flambeau de la connaissance, démontra le premier les déplacements et les configurations des planètes les trajectoires des comètes et les mouvements des océans ;

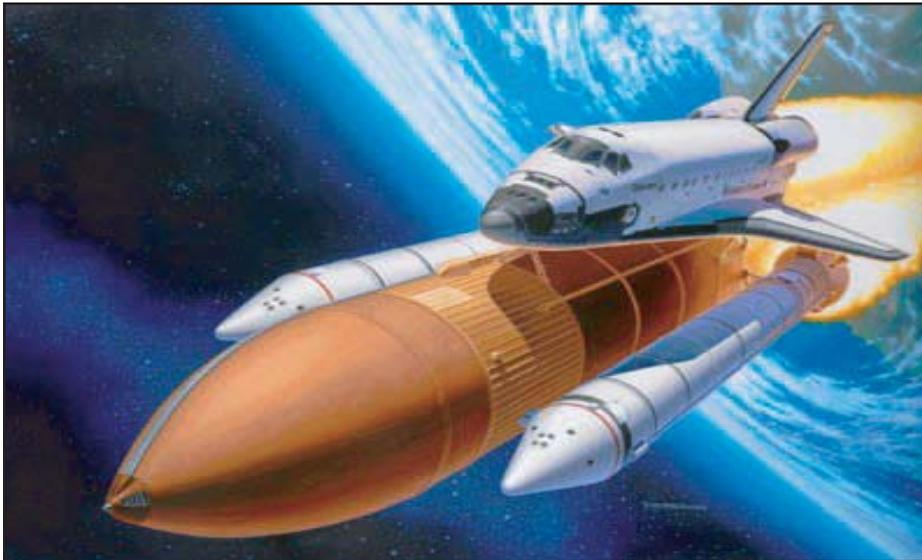
Qui explora les différences de rayonnement de la lumière, et, de là, les fondements de la genèse des couleurs que personne jusqu'alors n'avait imaginés ; Interprète appliqué, rapide et sûr de la Nature, de l'Antiquité et des Saintes Ecritures, il a affirmé par sa philosophie la Majesté de Dieu.

* építaphe : inscription gravée sur un tombeau

OBJECTIFS

- Reconnaître un référentiel galiléen.
- Distinguer entre la deuxième loi de Newton et le théorème du centre d'inertie.
- Appliquer la deuxième loi de Newton.
- Appliquer le théorème du centre d'inertie.
- Reconnaître un solide isolé et un solide pseudo-isolé.

Situations et questionnements



La navette spatiale est propulsée sous l'effet de l'échappement gazeux en lui exerçant une force de sens contraire à celui de la vitesse d'éjection des gaz. Existe-t-elle une relation entre l'effet et la cause ?



Pourquoi le skieur prend une position accroupie bien déterminée au cours de son mouvement ?

1. Référentiel galiléen

DÉFINITION : un référentiel galiléen est un référentiel où la première loi de Newton (ou principe d'inertie) peut être vérifiée.

Le référentiel de Copernic peut être considéré comme un référentiel galiléen.

Tout référentiel en mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport à un référentiel galiléen est galiléen.

EXEMPLES DE RÉFÉRENTIELS CONSIDÉRÉS COMME GALILÉENS :

- le référentiel héliocentrique peut être considéré comme galiléen
- le référentiel géocentrique peut être considéré comme galiléen pour des expériences ayant lieu pendant des durées petites devant une année, par exemple le mouvement d'un satellite autour de la Terre.
- le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen pour des expériences à la surface de la Terre ayant lieu pendant des durées petites devant un jour ; dans les expériences de laboratoire, les mouvements des objets sont étudiés par rapport à des référentiels terrestres où l'origine du repère d'espace est relié au laboratoire : ces référentiels sont supposés galiléens.

EXEMPLES DE RÉFÉRENTIELS NE POUVANT PAS ÊTRE CONSIDÉRÉS COMME GALILÉENS :

- au cours d'un freinage, d'une accélération ou dans un virage, le référentiel lié à une automobile ne peut pas être considéré comme galiléen.
- le référentiel lié à un manège en mouvement de rotation, ne peut pas être considéré comme galiléen.

2. Deuxième loi de Newton

Il est facile de constater, qu'une force peut ralentir ou accélérer le mouvement d'un solide ou modifier la direction de son vecteur vitesse.

La deuxième loi de Newton précise la relation qui existe entre les forces s'exerçant sur un corps, entre autre, en mouvement de translation et le vecteur accélération.

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

On reprend le tableau de mesures rempli au cours des travaux pratiques réalisés dans le chapitre-5-

points	M ₀	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅
t (en s)						
x (en m)						
$\ \vec{a}\ $ (en m.s ⁻²)						

On calcule la valeur du poids de la bille $\|\vec{P}\| = m\|\vec{g}\|$ avec $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

On compare cette valeur au produit $m\|\vec{a}\|$;
vérifier que : $\|\vec{P}\| = m\|\vec{a}\|$.

Exploitation

- Le poids de la bille, assimilable à un objet ponctuel, est une force exercée par la Terre sur la bille, donc orientée vers le bas suivant la verticale passant par le centre de la bille.
- Au cours du déplacement de la bille, la valeur de sa vitesse augmente ce qui implique que son mouvement est accéléré ; ceci permet de conclure que le vecteur accélération \vec{a} est, autant que le vecteur vitesse, de direction verticale et dirigé vers le bas.
- D'une part, les deux grandeurs vectorielles poids et accélération sont de même sens, d'autre part $\|\vec{P}\| = m\|\vec{a}\|$ ceci permet d'écrire $\vec{P} = m\vec{a}$

- Ce résultat est applicable à tout corps ponctuel soumis à un système de forces $\{\vec{F}_i\}$ équivalent à une force unique $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$; ce qui permet d'écrire :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

ENONCÉ DE LA DEUXIÈME LOI DE NEWTON

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle de forces s'exerçant sur un corps ponctuel est égale, à chaque instant, au produit de la masse m de l'objet par son vecteur accélération \vec{a}

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

Cette relation est appelée aussi :

relation fondamentale de la dynamique pour un point matériel.



Photo.2

ISAAC NEWTON (1642 - 1727)

Est né le 25 Décembre 1642 (année de la mort de Galilée) à Woolsthorpe dans le Lincolnshire (Angleterre), de parents paysans.

A 12 ans, il part pour l'école secondaire de Grantham où il est un élève médiocre, il y reste quatre années jusqu'à ce que sa mère le rappelle à Woolsthorpe pour qu'il devienne fermier et qu'il apprenne à administrer son domaine. Pourtant, sa mère s'apercevant que son fils était plus doué pour la mécanique que pour le bétail, l'autorisa à retourner à l'école pour peut-être pouvoir entrer un jour à l'université.

Newton est devenu l'un des plus grands génies et savants de l'histoire humaine. On peut le comparer, par l'envergure des ses travaux et découvertes, à deux autres grands noms de la science : Archimède et Albert Einstein.

L'étendue de ses travaux et son éclectisme sont tels qu'il auraient suffi à faire la réputation d'une bonne douzaine de savants.

Il meurt le 30 mars 1727, son corps fut alors inhumé à Westminster, aux côtés des rois d'Angleterre.

Cette écriture vectorielle traduit une relation de cause à effet ; ceci permet d'affirmer que c'est la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur le corps ponctuel qui est responsable de la variation de sa vitesse au cours du mouvement.

3. Théorème du centre d'inertie

Considérons un système matériel $(S) = \{M_i\}$ de masse m , constitué d'un ensemble de points matériels M_i de masses m_i .

Dans un repère galiléen, la relation fondamentale de la dynamique appliquée à un point matériel M_i

appartenant au système (S) s'écrit : $\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i$

La somme des forces agissantes sur (S) est alors :

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n (m_i \vec{a}_i)$$

soit
$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{int})} + \sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{ext})} = \sum_{i=1}^n (m_i \vec{a}_i)$$

Les forces intérieures s'annulent deux à deux, leur somme est alors nulle ; ceci nous permet d'écrire :

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{ext})} = \sum (m_i \vec{a}_i) = \sum m_i \left(\frac{d^2}{dt^2} \vec{OM}_i \right)$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{ext})} = \frac{d^2}{dt^2} \left(\sum m_i \vec{OM}_i \right)$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{ext})} = \frac{d^2}{dt^2} (m \vec{OG})$$

finalement, on obtient :

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{i(\text{ext})} = m \cdot \vec{a}_G$$

BARYCENTRE D'UN SYSTÈME MATÉRIEL

Le centre d'inertie G d'un système matériel est le barycentre des points matériels $M_1, M_2, \dots, M_i \dots$ qui le constituent pondérés chacun de sa masse m_i

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{OM}_i = \vec{OG} \sum m_i = m \vec{OG}$$

ENONCÉ DU THÉORÈME DU CENTRE D'INERTIE

Dans un repère galiléen, le centre d'inertie d'un système matériel de masse m a le même mouvement qu'un point matériel de même masse soumis à l'action de l'ensemble des seules forces extérieures au système.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G$$

REMARQUE :

La deuxième loi de Newton et le théorème du centre d'inertie sont valables dans le cadre de la mécanique newtonienne, c'est-à-dire tant que les vitesses des corps en mouvement étudiés sont petites devant celle de la lumière.

4. Applications

GLISSEMENT D'UN SOLIDE SUR UN PLAN INCLINÉ

On considère un solide (**S**) de masse **m** qui glisse sans frottement suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

On se propose de déterminer les caractéristiques du vecteur accélération du centre d'inertie **G** du solide.



Photo.2

Démarche à suivre :

- Référentiel :

référentiel terrestre supposé galiléen ; le repère d'espace (**O**, \vec{i} , \vec{j}) est lié au plan incliné comme l'indique le document 1.

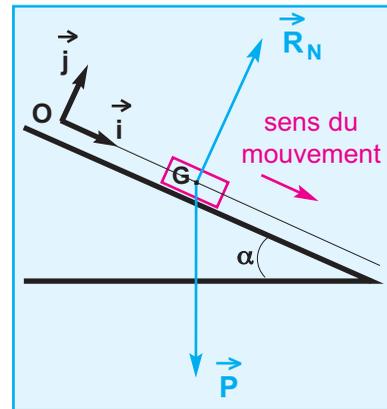
- Système : solide (**S**).

- **Forces extérieures** : * $\vec{P} = m\vec{g}$: le poids, force exercée par la Terre sur le solide

$$\vec{P} \begin{cases} P_x = m \|\vec{g}\| \sin\alpha \\ P_y = -m \|\vec{g}\| \cos\alpha \end{cases}$$

* \vec{R}_N : la réaction normale du plan, force exercée par le plan sur le solide

$$\vec{R}_N = R_N \vec{j}$$



Doc.1

On négligera tout type de frottement.

Le solide (**S**) est constamment en contact avec le plan incliné; la coordonnée y_G de son centre d'inertie **G** est constante au cours de ce mouvement rectiligne ; ceci permet d'écrire :

$$a_{Gy} = \frac{d^2 y_G}{dt^2} = 0 \quad \text{d'où} \quad \vec{a}_G = a_{Gx} \vec{i}$$

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$$\vec{P} + \vec{R}_N = m \vec{a}_G \quad (1)$$

La projection de la relation (1) sur l'axe (**O** ; \vec{i}) porté par la ligne de plus grande pente du plan incliné donne

$$P_x = m a_G$$

soit $m \|\vec{g}\| \sin\alpha = m a_G$

Le vecteur accélération est donnée par la relation :

$$\vec{a}_G = (\|\vec{g}\| \sin\alpha) \vec{i}$$

SOLIDE ISOLÉ; SOLIDE PSEUDO-ISOLÉ

Un solide isolé est un solide qui ne subit aucune action extérieure. Un tel solide ne peut exister dans le champ de pesanteur.

Si les actions extérieures qu'il subit se compensent, le solide est dit pseudo-isolé.

Dans les deux cas on a :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

d'après le théorème du centre d'inertie :

$$m \cdot \vec{a}_G = \vec{0} \implies \vec{a}_G = \vec{0}$$

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} \implies \left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_G = \vec{0} \\ \vec{v}_G = \text{constante} \end{array} \right.$$

solide au repos

solide en mouvement rectiligne uniforme.

Conclusion : le centre d'inertie du solide reste au repos s'il est initialement au repos sinon il continue à se déplacer selon un mouvement rectiligne uniforme.

Ce résultat est déjà connu depuis la Classe de 1^{ère} année sous le nom de "Première loi de Newton" ou "Principe d'inertie".

EXERCICE RÉSOLU

ENONCÉ :

Cet exercice décrit un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie \mathbf{G} d'un skieur le long d'un trajet (\mathbf{AB}) rectiligne et horizontal.

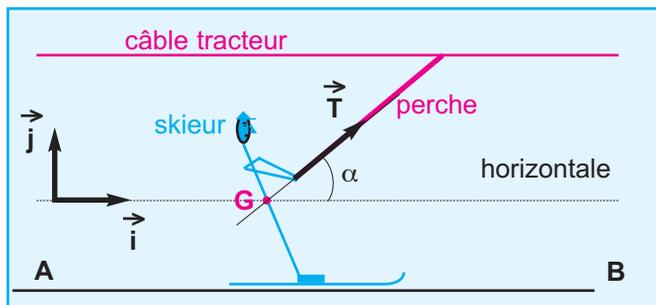
Durant tout le déplacement, l'ensemble des frottements est équivalent à une force \vec{f} de valeur constante et égale à 50 N , supposée être appliquée en \mathbf{G} .

On supposera que le skieur, considéré comme un solide, reste constamment en contact avec la piste; soit $m = 80 \text{ kg}$ sa masse lorsqu'il est muni de son équipement.

On donne la valeur du champ de pesanteur $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

Le skieur se tient immobile en \mathbf{A} sur l'aire de départ d'un téléski. Afin d'atteindre, au bout de 8 s , vitesse de valeur égale à 2 m.s^{-1} en \mathbf{B} , il s'accroche à une perche faisant un angle α

égal à 45° avec l'horizontale et exerçant sur lui une force de traction \vec{T} constante (**Doc.2**).



Doc.2

- 1 - Faire l'inventaire de toutes les forces qui s'exercent sur le skieur au cours du mouvement. Recopier le schéma et y représenter les forces.
- 2 - Déterminer les caractéristiques de l'accélération \vec{a} du centre d'inertie \mathbf{G} du skieur.
- 3 - En déduire la valeur de \vec{T} .

SOLUTION

1 - Forces s'exerçant sur le skieur le long du trajet (\mathbf{AB})

- \vec{P} : poids du skieur
- \vec{R}_n : réaction normale de la piste sur le skieur
- \vec{f} : force de frottement
- \vec{T} : force exercée par la perche (**Doc.3**).

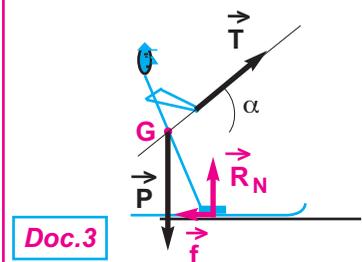
2 - Accélération \vec{a} du centre d'inertie du skieur

Au cours de son mouvement, le skieur reste constamment au contact de la piste, et sa coordonnée y_G est constante :

$$\text{d'où } a_y = \frac{d^2 y_G}{dt^2} = 0 \implies \vec{a} = a_x \vec{i}$$

L'accélération \vec{a} a une direction horizontale.

COMMENTAIRE



Doc.3

A propos de la direction et du sens du vecteur accélération de \mathbf{G} , on peut procéder autrement. En effet, \mathbf{G} décrit un mouvement rectiligne au cours duquel la valeur de la vitesse augmente ; on peut affirmer que le vecteur

Entre **A** et **B**, la valeur de la vitesse augmente; ceci implique que l'accélération \vec{a} est de même sens que le mouvement.

L'accélération \vec{a} est orientée de **A** vers **B**.

Montrons que la valeur de l'accélération \vec{a} est constante :

- **Référentiel** : référentiel terrestre supposé galiléen ;

le repère d'espace : (O, \vec{i}, \vec{j}) lié à la piste comme l'indique le document 4 .

- **Système** : { skieur }

- **Forces extérieures** : les vecteurs forces sont reportés à partir d'un même point pour en faciliter l'exploitation ;

$$\vec{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -m \|\vec{g}\| \end{cases} \quad \vec{R}_N \begin{cases} R_{Nx} = 0 \\ R_{Ny} = \|\vec{R}_N\| \end{cases}$$

$$\vec{f} \begin{cases} f_x = -\|\vec{f}\| \\ f_y = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{T} \begin{cases} T_x = \|\vec{T}\| \cos\alpha \\ T_y = \|\vec{T}\| \sin\alpha \end{cases}$$

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{T} = m \vec{a} \quad (1)$$

La projection de la relation (1) sur l'axe $(O; \vec{i})$ donne

$$-\|\vec{f}\| + \|\vec{T}\| \cos\alpha = m a \quad (2)$$

Tous les paramètres, autres que a , et intervenant dans la relation (2), sont constants ; donc la valeur de l'accélération est constante.

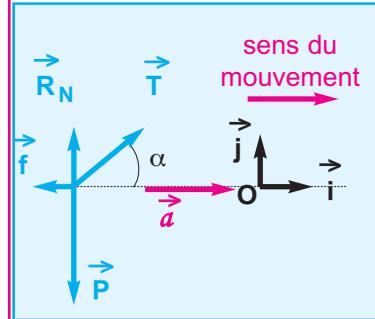
D'où $\vec{v} = \vec{a} \cdot t + \vec{v}_0$

Donc
$$\|\vec{a}\| = \frac{\|\vec{v}_B\|}{t_B - t_A}$$

Application numérique : $\|\vec{a}\| = \frac{2}{8}$

$a = + 0,25 \text{ m.s}^{-2}$

l'accélération est de même sens que celui du mouvement.



Doc.4

à $t = t_B$, $\vec{v} = \vec{v}_B$

d'où $\vec{v}_B = \vec{a} \cdot t_B + \vec{v}_0 \quad (3)$

à $t = t_A$, $\vec{v} = \vec{v}_A = \vec{0}$

d'où $\vec{0} = \vec{a} \cdot t_A + \vec{v}_0 \quad (4)$

(3) - (4)

\Rightarrow

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_B}{t_B - t_A}$$

3 - Valeur de la force \vec{T}

A partir de la relation (2) on peut écrire $\|\vec{T}\| = \frac{m a + \|\vec{f}\|}{\cos\alpha}$

Application numérique : $\|\vec{T}\| = \frac{80 \cdot 0,25 + 50}{\cos 45^\circ}$ $\|\vec{T}\| = 99 \text{ N}$

L'ESSENTIEL DU COURS

Un référentiel galiléen est un référentiel où la première loi de Newton (ou principe d'inertie) peut être vérifiée.

Un référentiel terrestre sera considéré comme galiléen avec une approximation suffisante.

Deuxième loi de Newton :

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces $\sum \vec{F}$ s'exerçant sur un corps ponctuel est égale au produit de la masse m du corps par son vecteur accélération \vec{a} , soit

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Cette relation est appelé aussi **relation fondamentale de la dynamique**.

Théorème du centre d'inertie

Soit un système de centre d'inertie G , et $\sum \vec{F}_{\text{ext}}$ la somme vectorielle des forces extérieures agissant sur le système à l'instant t :

alors dans un référentiel galiléen :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G(t)$$

Un solide, qui glisse sans frottement suivant la ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant l'angle α avec l'horizontale, possède un mouvement rectiligne uniformément varié dont l'accélération a pour valeur

$$\|\vec{a}\| = \|\vec{g}\| \sin \alpha.$$

Un solide isolé est un solide qui ne subit aucune action extérieure.

Un solide est dit pseudo-isolé, s'il subit des actions extérieures qui se compensent.

TRAVAUX PRATIQUES

OBJECTIFS

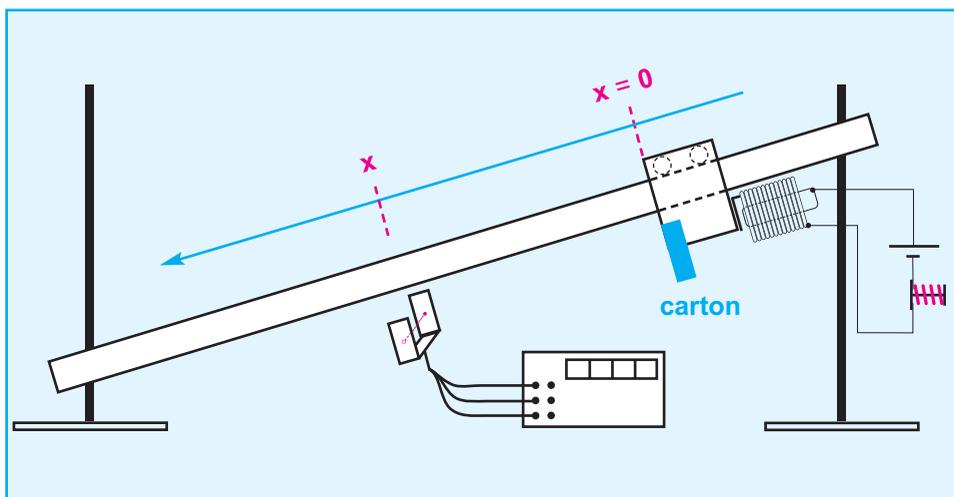
Appliquer le théorème du centre d'inertie à un solide en mouvement de translation, afin de déterminer la valeur de l'intensité de la force de frottement à laquelle il est soumis.

MATÉRIEL

- un chariot de masse m muni d'une bande en carton et pouvant se déplacer sur un rail incliné d'un angle α d'une dizaine de degrés par rapport à l'horizontale
- six chronomètres électriques au millième de seconde reliés chacun à un capteur
- un système électromécanique permettant de lâcher le chariot sans vitesse initiale
- une règle graduée au millimètre permet de repérer la position du chariot au cours de son mouvement
- une balance électronique
- un rapporteur muni d'un fil à plomb
- un papier millimétré.



A défaut de matériels, on peut utiliser un seul chronomètre muni d'un capteur pour réaliser les mêmes mesures ; il suffit de changer la position du capteur selon les valeurs de x indiquées dans le tableau de mesures, et lâcher de nouveau le chariot dans les mêmes conditions initiales.

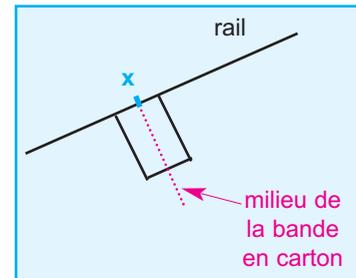


Doc.5

Matérialisation du mouvement skieur

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

- réaliser le montage correspondant au schéma du document 5
- déterminer la valeur de m à l'aide de la balance électronique
- mesurer la largeur e de la bande en carton fixé au chariot
- déterminer la valeur de l'angle α
- régler la position de l'électro-aimant de sorte que, lorsque celui-ci retient le chariot, l'abscisse du milieu de la bande en carton est $x = 0$ (**Doc.6**)
- pour une position quelconque du chariot, le milieu de la bande en carton d'abscisse x doit être au centre du capteur
- pour chaque position d'abscisse x , on notera, sur le tableau de mesures, l'intervalle de temps Δt indiqué sur le chronomètre.



Doc.6

TABLEAU DE MESURES

Position	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
x (en s)						
Δt (en s)						

EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES

1- Détermination de la valeur absolue de la vitesse au point M d'abscisse x

Parce que Δt est faible par rapport à la durée totale du mouvement du chariot, on supposera que la valeur absolue de la vitesse du chariot à son passage par la position

d'abscisse x correspond au rapport $\frac{e}{\Delta t}$

Si l'on dispose de mesureurs de vitesse, il suffit de les placer aux différentes positions M et de relever directement les différentes valeurs de la vitesse.

2- Compléter le tableau de mesures

3- Tracer le graphique $v^2 = f(x)$

Position	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
x (en m)						
Δt (en s)						
v (en $m \cdot s^{-1}$)						
v^2 (en $m^2 s^{-2}$)						

En déduire la valeur de l'accélération \vec{a} du chariot.

- 4- En appliquant le théorème du centre d'inertie au solide en mouvement de translation, exprimer la valeur de la force de frottement en fonction de m , $\|\vec{g}\|$, α et a .
en déduire la valeur de $\|\vec{f}\|$.

Dans tous les exercices qui seront traités, les mouvements des corps ont lieu dans des repères terrestres supposés galiléens.

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

1- Lorsqu'un solide est soumis à des forces dont la somme est constante, et de direction verticale :

- a - tous les points du solide ont une accélération constante.
- b - le centre d'inertie du solide a une accélération constante.
- c - le mouvement du centre d'inertie du solide a lieu avec une vitesse de valeur constante.

3- Le newton est la valeur de la force nécessaire pour :

- a - déplacer à la vitesse de 1 m.s^{-1} un objet de masse $m = 1 \text{ kg}$
- b - maintenir égale à 1 m.s^{-2} la valeur de l'accélération d'un objet de masse $m = 1 \text{ kg}$
- c - maintenir égale à 10^{-3} m.s^{-2} la valeur de l'accélération d'un objet de masse $m = 1000 \text{ kg}$.

2- En La somme \vec{F} des forces agissant sur un corps ponctuel de masse m produit une accélération \vec{a} .

Si on quadruple la valeur de la masse, la valeur de l'accélération est divisée par 2 lorsque la valeur de \vec{F} est :

- a - multipliée par 8
- b - multipliée par 2
- c - divisée par 2.

4- Un solide est animé d'un mouvement rectiligne uniformément retardé :



- a - la somme des forces extérieures qui s'exercent sur le solide est constante et positive
- b - la somme des forces extérieures qui s'exercent sur le solide augmente au cours du mouvement
- c - la somme des forces extérieures qui s'exercent sur le solide diminue au cours du mouvement .
- d - la somme des forces extérieures est de sens contraire au mouvement.

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

Ex-1- Un traîneau de masse $m = 150 \text{ kg}$ est tiré par des chiens sur un plan horizontal. Les frottements agissant sur le traîneau sont assimilables à une force \vec{f} horizontale de valeur constante et égale à 400 N . L'attelage des chiens exerce sur le traîneau une force \vec{F} horizontale de valeur constante.

- 1 - Quelles sont les forces exercées sur le traîneau ?
- 2 - Calculer la valeur de la somme de ces forces.
- 3 - Calculer la valeur de \vec{F} si le mouvement du traîneau a lieu avec une vitesse de valeur constante.

Ex-2- Cet exercice décrit un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie G d'un skieur le long d'un trajet comportant une portion (BC) rectiligne et inclinée d'un angle $\beta = 40^\circ$ par rapport à l'horizontale, et une plateforme (CD) rectiligne et horizontale.

Durant tout le déplacement, l'ensemble des frottements est équivalent à une force \vec{f} de valeur constante et égale à 50 N , et qui est supposée être appliquée en G .

On supposera que le skieur, considéré comme un solide, reste constamment en contact avec la piste; soit $m = 60 \text{ kg}$ sa masse lorsqu'il est muni de son équipement.

On donne la valeur du champ de pesanteur

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2} \text{ (Doc.7)}.$$

Trajet (BC)

1 - Faire l'inventaire de toutes les forces qui s'exercent sur le skieur au cours du mouvement.

Recopier le schéma et y représenter les forces.

2 - Le skieur quitte B avec une vitesse de valeur

2 m.s^{-1} , et qui est maintenue constante jusqu'en C grâce à une perche à laquelle il est accroché et qui exerce sur lui une force de traction \vec{T} inclinée par rapport à la piste d'un angle $\delta = 30^\circ$ et de valeur constante.

Déterminer les caractéristiques de la tension \vec{T} .

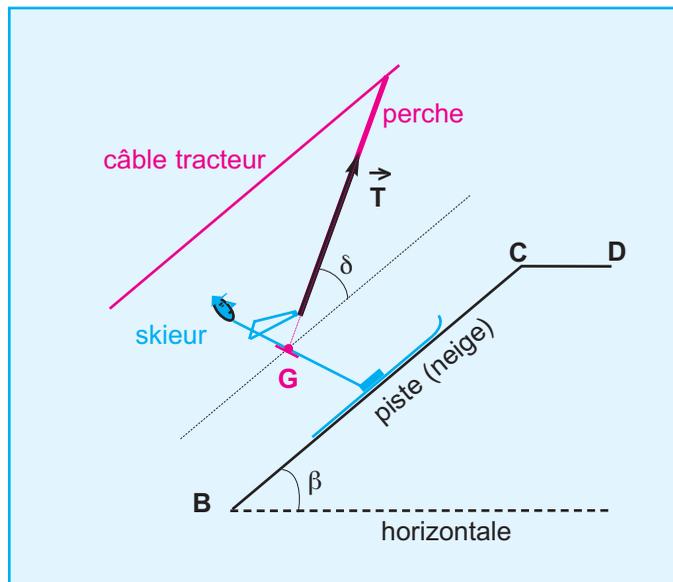
Trajet (CD)

Arrivé en C , le skieur lâche la perche et s'engage sur la plate-forme avec une vitesse de 2 m.s^{-1} qui l'amène jusqu'à l'arrêt en D .

3 - Faire l'inventaire de toutes les forces qui s'exercent sur le skieur au cours du mouvement.

Recopier le schéma et y représenter les forces.

4 - Déterminer les caractéristiques de l'accélération \vec{a} du centre d'inertie G du skieur.



Doc.7

Ex-3- Une voiture de masse $M = 1200 \text{ kg}$ se déplace sur une route horizontale rectiligne. Elle est soumise à des actions mécaniques extérieures de deux types :

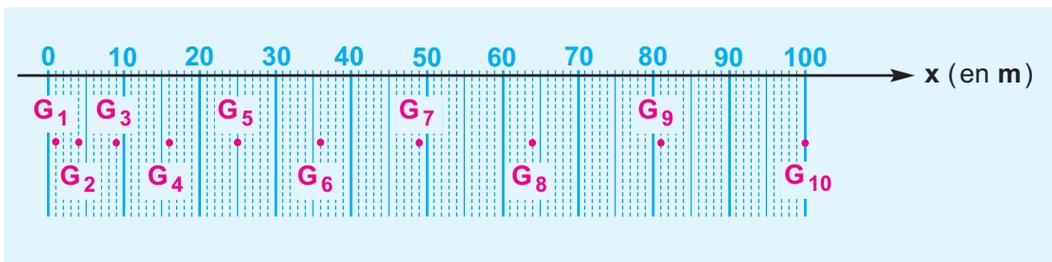
- les actions motrices, modélisées par un vecteur force \vec{F} , parallèle à la route, de valeur constante et égale à 3000 N ;
- les actions résistantes, modélisées par un vecteur force horizontal \vec{f} de valeur inconnue mais constante.

Afin de déterminer la valeur de la force \vec{f} , on procède à la mesure de la vitesse de la voiture à différents instants, durant la phase de démarrage.

On photographie les positions successives de la voiture toutes les secondes.

Le départ des photographies est synchronisé avec celui de la voiture. A $t = 0$, l'avant de la voiture au repos coïncide avec la position origine $x = 0$; la première position représentée est celle à l'instant $t = 1 \text{ s}$ (**Doc.8**).

- 1- Tracer la courbe représentant les variations de l'abscisse x en fonction de t^2 .
- 2- Déterminer les caractéristiques de l'accélération \vec{a} de la voiture.
- 3- En déduire la valeur de la force \vec{f} .



Doc.8

Ex-4- On peut lire dans une revue sportive définition suivante :

Curling : jeu écossais qui remonte au **XVI^{ème}** siècle. On y joue sur une patinoire horizontale; il s'agit d'atteindre un but circulaire avec un palet de pierre, muni d'une poignée, que l'on fait glisser sur la glace.

Le palet "pèse" **20 kg**. Le curling se joue entre équipes de quatre. Quand un joueur tire, deux de ses partenaires peuvent balayer la glace devant le palet pour en faciliter le glissement.

- 1- Dans cette question les forces de frottement sont négligées.

Un joueur pousse le palet pendant **3 s** avec une force \vec{F} constante, suivant une trajectoire rectiligne, le faisant ainsi passer de l'immobilité à la vitesse de lancement \vec{v}_L de valeur **2,1 m.s⁻¹**; ensuite le palet poursuit seul sa trajectoire sur la glace.

- a- Préciser, en le justifiant, la nature du mouvement du centre d'inertie du palet pendant sa phase de lancement.

- b- Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération \vec{a}_1 associé à ce mouvement ; en déduire la valeur de $\|\vec{F}\|$.

- d- Préciser, en le justifiant, la nature du mouvement du centre d'inertie du palet pour $t > 3,0 \text{ s}$?

- 2- En réalité il y a des frottements équivalents à une force \vec{f} constante, et le palet lancé avec la vitesse \vec{v}_L précédente parcourt **40 m** et atteint le but avec une vitesse que l'on considère comme nulle.

- a- Préciser, en le justifiant, la nature du mouvement du centre d'inertie du palet au cours de cette phase du mouvement.

- b- Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération \vec{a}_2 associé à ce mouvement ; en déduire la valeur de $\|\vec{f}\|$.

- c- Calculer la durée mise pour effectuer le trajet de **40 m**.

Ex-5- Etude d'un appontage

Un avion atterrit (apponte) sur le pont d'un porte-avions. Ce pont est supposé plan et horizontal. Il est assimilable à un référentiel galiléen. Le freinage de l'avion est uniquement assuré par des câbles, solidaires du pont, qui s'accrochent sous l'avion et le stoppent progressivement. Le mouvement de l'avion sur le pont peut être considéré comme un mouvement de translation rectiligne.

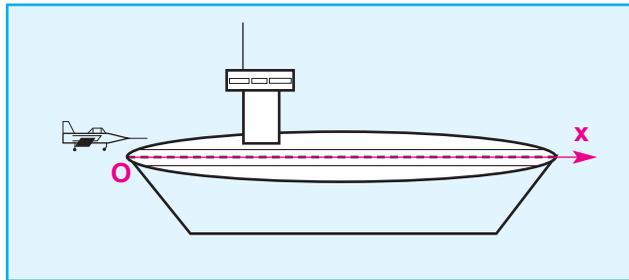
Dans tout cet exercice, on ne tiendra pas compte des forces de frottement. La masse de l'avion est $m = 1,2 \cdot 10^4 \text{ kg}$.

On choisit comme instant initial ($t = 0$), celui où l'avion touche le pont. Pour repérer la position de l'avion sur le pont du porte-avions on mesure la coordonnée d'un de ses points sur un axe (Ox), parallèle à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement et dont l'origine O se trouve à l'extrémité du pont (**Doc.9**).

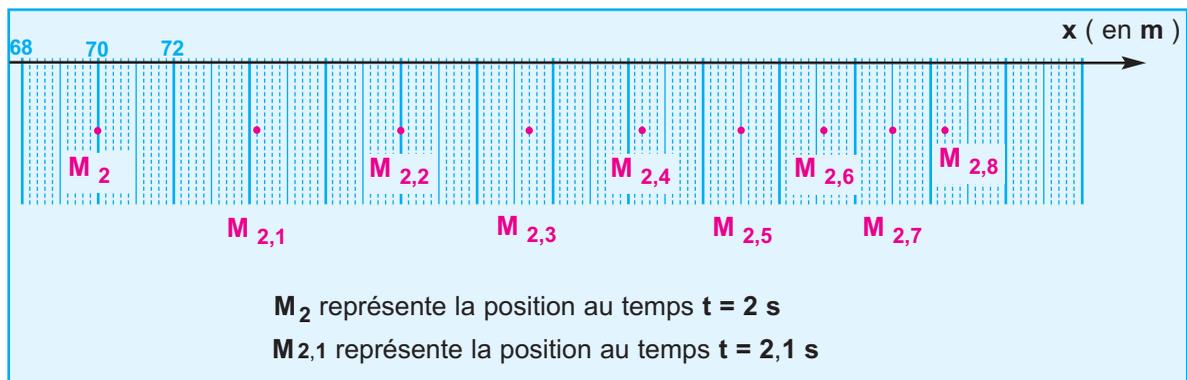
A l'instant $t = 2 \text{ s}$ (donc 2 s après que l'avion ait touché le pont), une série de clichés de l'avion est prise à intervalles de temps réguliers $\tau = 0,1 \text{ s}$.

On obtient le document (**Doc.10**) où, pour davantage de clarté, l'avion n'a pas été systématiquement figuré sur les clichés ; seul un point a été représenté.

- 1 - Tracer la courbe représentant les variations de l'abscisse x en fonction de t^2 .
- 3 - En utilisant le graphe précédent, déterminer, sur l'intervalle de temps $[2,1 \text{ s} ; 2,7 \text{ s}]$, les caractéristiques du vecteur accélération du mouvement. Préciser, en le justifiant, quel est le type de mouvement de l'avion.
- 4 - Dédurre, en explicitant le raisonnement, les caractéristiques de la force \vec{F} exercée par les câbles sur l'avion.



Doc.9



Doc.10

8.

SOLIDE EN MOUVEMENT DE ROTATION



Photo.1

l'effet du vent sur les pales se manifeste par un couple de forces qui fait tourner l'hélice.

OBJECTIFS

- Distinguer un mouvement de rotation uniforme d'un mouvement de rotation uniformément varié.
- Reconnaître la nature du mouvement d'un solide en rotation, par recours à l'expérience.
- Connaissant l'expression d'une grandeur cinématique (θ , $\dot{\theta}$ ou $\ddot{\theta}$) en fonction du temps ainsi que les conditions initiales, retrouver les expressions des deux autres.
- Etablir, pour un mouvement de rotation uniformément varié, la relation :

$$\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2 = 2 \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1)$$

- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique de rotation.

Situation et questionnement

Cette image de tourbillon ou de vortex s'observe naturellement lorsque on vide une baignoire. Mais, également dans la nature surtout dans les phénomènes météorologiques tel que les cyclone.

Est-ce que le mouvement de rotation peut expliquer ces phénomènes ?



Une mini tornade dans un verre d'eau

1. Mouvement d'un point matériel sur une trajectoire circulaire

INTRODUCTION

Dans la vie courante, nous observons couramment des corps en rotation : plateau d'un manège, roues, pales d'un ventilateur ou d'une éolienne, etc...

Dans ce chapitre, nous allons étudier les relations entre le mouvement de rotation et la cause qui lui donne naissance.

Nous allons nous intéresser d'abord à l'étude cinématique et dynamique d'un corps ponctuel puis on abordera l'étude du mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe.

1.1 . Etude cinématique

1.1.1. ABCISSE ANGULAIRE ET ABCISSE CURVILIGNE

Considérons un point mobile décrivant une trajectoire circulaire de centre **O** et de rayon **R**. Choisissons une origine **A** sur le cercle, un sens positif de rotation et un axe **Ox** (**Doc.1**).

Le repérage de la position **M** du point mobile sur sa trajectoire peut se faire :

- soit par son **abscisse curviligne s** correspondant à la mesure algébrique de l'arc **AM**

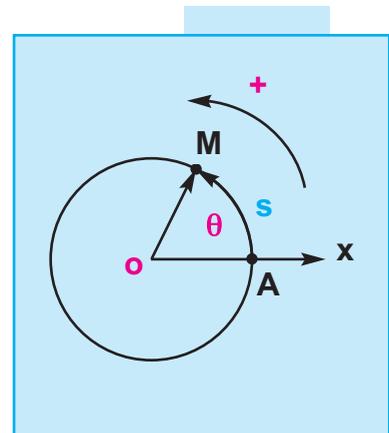
$$s = \widehat{AM} \quad (\text{en m})$$

- soit par son **abscisse angulaire θ** correspondant la mesure algébrique de l'angle orienté formé par l'axe \vec{Ox} et le vecteur \vec{OM}

$$\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM}) \quad (\text{en rad})$$

La relation entre **s** et θ est :

$$\boxed{s = R \theta} \quad (1)$$



Doc.1

1.1.2 .VECTEUR VITESSE ET VITESSE ANGULAIRE

Dérivons la relation (1) par rapport à la variable **t**

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d(R\theta)}{dt}$$

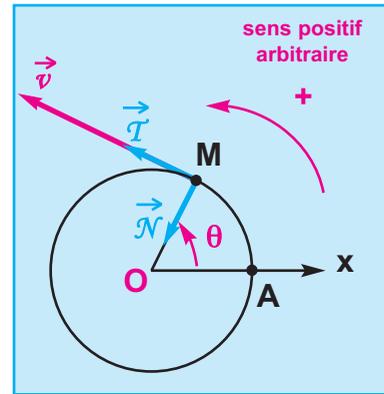
R étant constant, on peut écrire :

$$\frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt}$$

$\frac{ds}{dt}$ correspond à la mesure algébrique de la **vitesse linéaire** v ; elle est telle que :
 $\vec{v}(t) = v \cdot \vec{T}$ dans le repère de Frenet $(\vec{M}, \vec{T}, \vec{N})$ (Doc.2).

Pour simplifier l'écriture, on adoptera la notation $\dot{\theta}$ pour $\frac{d\theta}{dt}$.

$\dot{\theta}$ représente la **vitesse angulaire instantanée** du point mobile ; elle s'exprime en **rad.s⁻¹**.



Doc.2

RELATION ENTRE LA VITESSE LINÉAIRE ET LA VITESSE ANGULAIRE

$$v = R \dot{\theta}$$

v (en **m.s⁻¹**)

R (en **m**)

$\dot{\theta}$ (en **rad.s⁻¹**)

1.1.3. VECTEUR ACCÉLÉRATION ET ACCÉLÉRATION ANGULAIRE

Dans le repère de **Frenet** $(\vec{M}, \vec{T}, \vec{N})$, le vecteur accélération admet deux composantes \vec{a}_t et \vec{a}_n (Doc.3) :

- la composante normale

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{N} = \frac{(R \dot{\theta})^2}{R} \vec{N} = R \dot{\theta}^2 \vec{N}$$

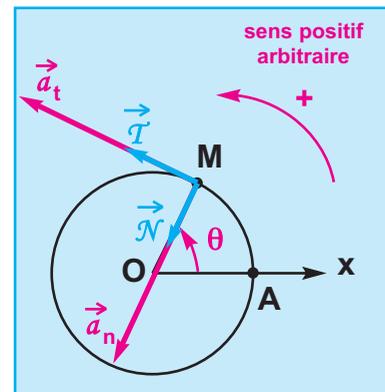
- la composante tangentielle

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{T} = \frac{d(R \dot{\theta})}{dt} \vec{T} = R \frac{d\dot{\theta}}{dt} \vec{T} = R \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{T}$$

Pour simplifier, on adoptera la notation $\ddot{\theta}$ pour $\frac{d^2\theta}{dt^2}$.

$\ddot{\theta}$ représente l'accélération angulaire du point mobile ;

elle s'exprime en **rad.s⁻²**.



Doc.3

$$\vec{a}_t = R \ddot{\theta} \vec{T}$$

Dans le repère de **Frenet** $(\vec{M}, \vec{T}, \vec{N})$ le vecteur accélération s'écrit :

$$\vec{a} = R \ddot{\theta} \vec{T} + R \dot{\theta}^2 \vec{N}$$

1.1.4 . Mouvement circulaire uniforme

Considérons un corps ponctuel décrivant une trajectoire circulaire de centre **O**, avec une vitesse de valeur constante (**Doc.4**) :

On dit qu'il est animé d'un **mouvement circulaire uniforme** ; $v = R \dot{\theta} = Cte$, or le rayon **R** est constant, donc la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ est constante.

VECTEUR ACCÉLÉRATION

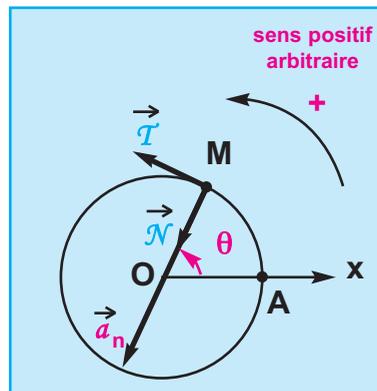
La valeur de la vitesse angulaire étant constante :

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = 0 \quad \text{d'où} \quad a_t = R \ddot{\theta} = 0 \quad \text{et} \quad a_n = R \dot{\theta}^2 = Cte$$

Les variations de la direction du vecteur vitesse sont donc traduites par un vecteur accélération \vec{a} qui est réduit à sa composante normale \vec{a}_n .

D'où :

$$\vec{a} = a_n \vec{\mathcal{N}} = R \dot{\theta}^2 \vec{\mathcal{N}}$$



Doc.4

LOI HORAIRE

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = Cte$$

L'abscisse angulaire, dont la dérivée par rapport au temps est constante, s'écrit :

$$\theta = \dot{\theta} t + \theta_0$$

θ_0 étant l'abscisse angulaire à l'instant $t = 0$.

CONCLUSION

Un mouvement circulaire uniforme est caractérisé par :

- une accélération angulaire nulle $\ddot{\theta} = 0$
- une vitesse angulaire constante $\dot{\theta} = Cte$
- une abscisse angulaire $\theta = \dot{\theta} t + \theta_0$ qui correspond à l'équation horaire du mouvement.
- une accélération $\vec{a} = R \dot{\theta}^2 \vec{\mathcal{N}}$ centripète et constante en valeur.

FRÉQUENCE ET PÉRIODE

La fréquence **N** du mouvement du solide en rotation uniforme, dont l'unité est le **hertz**, correspond à la vitesse angulaire exprimée en **tours par seconde**.

La période **T** de ce mouvement correspond à la durée d'un tour ; elle est telle que $T = \frac{1}{N}$

On peut établir une analogie entre le mouvement rectiligne uniforme et le mouvement circulaire uniforme d'un point matériel ; elle est récapitulée dans le tableau d'analogie suivant :

Mouvement rectiligne uniforme	Mouvement circulaire uniforme
accélération : $a = 0$	accélération angulaire $\ddot{\theta} = 0$ accélération \vec{a} centripète de valeur $R \dot{\theta}^2$ constante
vitesse : $v = \text{Cte}$	vitesse angulaire : $\dot{\theta} = \text{Cte}$
abscisse : $x = vt + x_0$	abscisse angulaire : $\theta = \dot{\theta} t + \theta_0$

1.1.5. Mouvement circulaire uniformément varié

Un corps ponctuel a un mouvement circulaire uniformément varié si :

- sa trajectoire est un cercle
- son accélération angulaire $\ddot{\theta}$ est constante

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \text{Cte}$$

la vitesse angulaire, dont la dérivée par rapport au temps est constante, s'écrit :

$$\dot{\theta} = \ddot{\theta} t + \dot{\theta}_0$$

$\dot{\theta}_0$ étant une constante correspondant à la vitesse angulaire à l'instant $t = 0$.

D'autre part $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$

l'abscisse angulaire θ , dont la dérivée par rapport au temps est $\dot{\theta} = \ddot{\theta} t + \dot{\theta}_0$, s'écrit :

$$\theta = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0$$

θ_0 est une constante correspondant à l'abscisse angulaire à l'instant $t = 0$.

● **Mouvement circulaire uniformément accéléré**

Considérons le cas où le point mobile tourne de plus en plus vite, on dit que le mouvement est accéléré. La valeur absolue de sa vitesse angulaire augmente au cours du temps et par suite le carré de sa vitesse angulaire est une fonction croissante du temps.

Cette propriété est traduite mathématiquement par :

$$\frac{d(\dot{\theta})^2}{dt} > 0$$

soit

$$2\dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{dt} = 2\dot{\theta}\ddot{\theta} > 0$$

REMARQUE : si la vitesse angulaire initiale est nulle, sa valeur absolue ne peut que croître et le mouvement est accéléré.

CONCLUSION

Un mouvement circulaire est uniformément accéléré si,

$$\ddot{\theta} \text{ étant constante, } \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} \geq 0$$

● **Mouvement circulaire uniformément retardé**

Considérons le cas où le point mobile tourne de moins en moins vite, on dit que le mouvement est décéléré. La valeur absolue de sa vitesse angulaire diminue au cours du temps et par suite le carré de sa vitesse angulaire est une fonction décroissante du temps.

Cette propriété est traduite mathématiquement par :

$$\frac{d(\dot{\theta})^2}{dt} < 0$$

soit

$$2\dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{dt} = 2\dot{\theta}\ddot{\theta} < 0$$

CONCLUSION

Un mouvement circulaire est uniformément retardé si,

$$\ddot{\theta} \text{ étant constante, } \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} < 0$$

Dans le cas où le mouvement comporte deux phases, le produit $\dot{\theta} \cdot \ddot{\theta}$ est nul à l'instant où le mobile rebrousse chemin.

- Relation entre les carrés des vitesses angulaires et les abscisses angulaires

Considérons deux positions du point mobile à deux instants t_1 et t_2 ; les abscisses angulaires et les vitesses angulaires du point, à ces deux instants, sont exprimées par les relations (1), (2), (3) et (4) :

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t_1^2 + \dot{\theta}_0 t_1 + \theta_0 \quad (1); \quad \dot{\theta}_1 = \ddot{\theta} t_1 + \dot{\theta}_0 \quad (2)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t_2^2 + \dot{\theta}_0 t_2 + \theta_0 \quad (3); \quad \dot{\theta}_2 = \ddot{\theta} t_2 + \dot{\theta}_0 \quad (4)$$

A l'aide des équations (2) et (4) exprimons $\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2$ en fonction de $(\theta_2 - \theta_1)$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2 &= (\ddot{\theta} t_2 + \dot{\theta}_0)^2 - (\ddot{\theta} t_1 + \dot{\theta}_0)^2 \\ &= (\ddot{\theta}^2 t_2^2 + 2 \ddot{\theta} \dot{\theta}_0 t_2 + \dot{\theta}_0^2) - (\ddot{\theta}^2 t_1^2 + 2 \ddot{\theta} \dot{\theta}_0 t_1 + \dot{\theta}_0^2) \\ &= 2 \ddot{\theta} \left[\left(\frac{1}{2} \ddot{\theta} t_2^2 + \dot{\theta}_0 t_2 \right) - \left(\frac{1}{2} \ddot{\theta} t_1^2 + \dot{\theta}_0 t_1 \right) \right] \\ &= 2 \ddot{\theta} \left[\left(\frac{1}{2} \ddot{\theta} t_2^2 + \dot{\theta}_0 t_2 + \theta_0 \right) - \left(\frac{1}{2} \ddot{\theta} t_1^2 + \dot{\theta}_0 t_1 + \theta_0 \right) \right] \\ &= 2 \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1) \end{aligned}$$

d'où :

$$\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2 = 2 \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1)$$



Mesureur de la vitesse du vent

1.2 . Etude dynamique du mouvement circulaire d'un point matériel

Désignons par \vec{F} la somme des forces s'exerçant sur un point matériel de masse m décrivant une trajectoire circulaire de centre O et de rayon R .

Appliquons la deuxième loi de Newton dans un repère terrestre supposé galiléen :

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (\text{Doc.5}).$$

En tenant compte des composantes tangentielle et normale du vecteur accélération \vec{a} dans le repère (M, \vec{T}, \vec{N}) , on peut écrire :

$$\vec{F} = m (\vec{a}_t + \vec{a}_n) \quad (\text{Doc.6})$$

$$\vec{F} = m R \ddot{\theta} \vec{T} + m \frac{v^2}{R} \vec{N}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

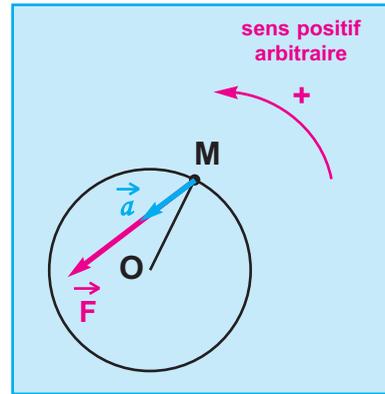
Pour établir une relation mathématique entre la cause et l'effet, calculons le moment de la force \vec{F} par rapport à l'axe de rotation (Δ) normal en O au plan de la figure.

$$\mathcal{M}_{\vec{F}/(\Delta)} = \mathcal{M}_{\vec{F}_n/(\Delta)} + \mathcal{M}_{\vec{F}_t/(\Delta)}$$

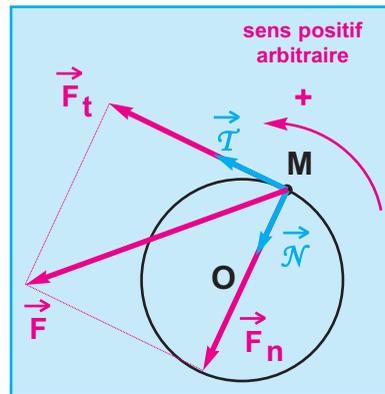
$$\mathcal{M}_{\vec{F}_n/(\Delta)} = 0 \quad \text{car la droite d'action de } \vec{F}_n \text{ coupe l'axe } (\Delta)$$

$$\mathcal{M}_{\vec{F}/(\Delta)} = \|\vec{F}_t\| \cdot R = (m R \ddot{\theta}) R = m R^2 \ddot{\theta}$$

d'où $\mathcal{M}_{\vec{F}/(\Delta)} = m R^2 \ddot{\theta}$



Doc.5



Doc.6

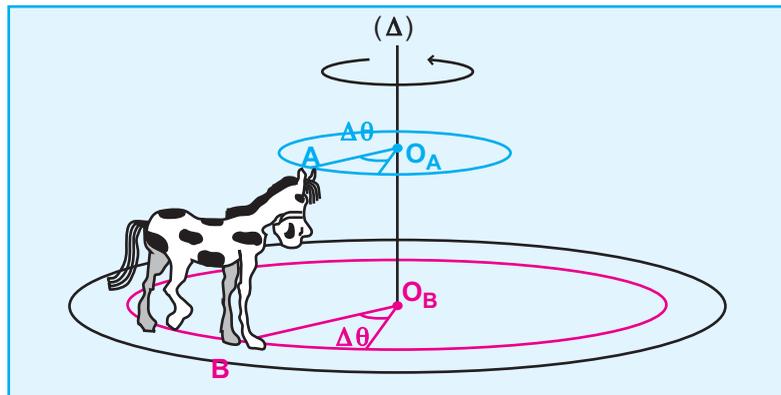
Le produit $m R^2$ traduit l'inertie qu'oppose le point matériel à la variation de sa vitesse angulaire. $m R^2$ est le moment d'inertie du point matériel par rapport à l'axe de rotation (Δ) .

2. Rotation d'un solide autour d'un axe fixe

2.1 . Abscisse et vitesse angulaires d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

Considérons un cheval en bois fixé sur le plateau d'un manège ; l'ensemble est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ) (**Doc.7**).

Tous ses points décrivent dans un plan perpendiculaire à (Δ) , des cercles centrés sur cet axe ; ils balayent le même angle $\Delta\theta$ pendant un même intervalle de temps Δt et par suite ils décrivent des mouvements circulaires autour de l'axe (Δ) avec la même vitesse angulaire donc avec la même accélération angulaire.



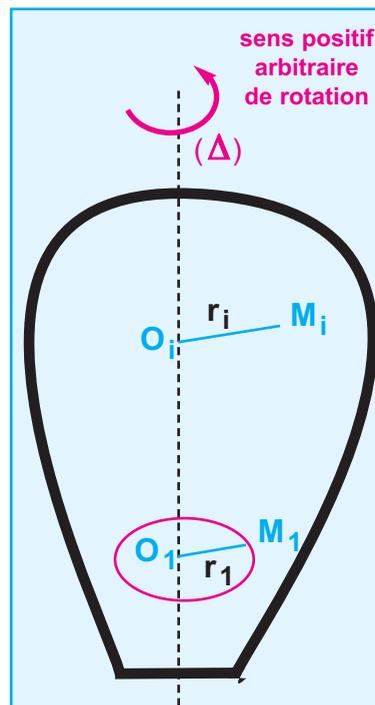
Doc.7 : tous les points du solide, en mouvement de rotation autour de l'axe fixe (Δ) , ont donc la même vitesse angulaire et la même accélération angulaire appelées respectivement vitesse angulaire et accélération angulaire du solide.

2.2 . Relation fondamentale de la dynamique pour un solide en rotation

Un solide (S) en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ) est un système constitué d'un ensemble de points matériels M_i de masse m_i décrivant chacun un mouvement circulaire de rayon r_i autour de (Δ) (**Doc.8**).

La somme des forces \vec{F}_i exercées sur un point matériel M_i , animé d'un mouvement circulaire d'accélération angulaire $\ddot{\theta}$, est telle que :

$$\mathcal{M}_{\vec{F}_i / (\Delta)} = m_i r_i^2 \ddot{\theta} \quad (1)$$



Doc.8

Calculons la somme algébrique \mathcal{M} des moments de toutes les forces qui s'exercent sur les différents points matériels qui constituent le solide ; il vient, d'après (1) :

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_{\vec{F}_1 / (\Delta)} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2 / (\Delta)} + \dots + \mathcal{M}_{\vec{F}_i / (\Delta)} + \dots$$

$$\mathcal{M} = (m_1 r_1^2) \ddot{\theta} + (m_2 r_2^2) \ddot{\theta} + \dots + (m_i r_i^2) \ddot{\theta} + \dots$$

$$\mathcal{M} = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_i r_i^2 + \dots) \ddot{\theta}$$

$$\mathcal{M} = \{ \sum m_i r_i^2 \} \ddot{\theta}$$

\mathcal{M} représente la somme des moments par rapport à l'axe de rotation (Δ) des forces extérieures et des forces intérieures qui s'exercent sur les points matériels qui constituent le solide ; comme les forces intérieures forment deux à deux des couples de moment nul, \mathcal{M} correspond donc à la somme des moments par rapport à l'axe de rotation (Δ) des forces extérieures qui s'exercent sur le solide.

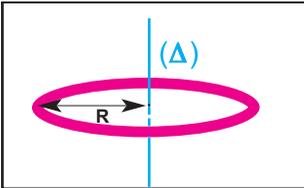
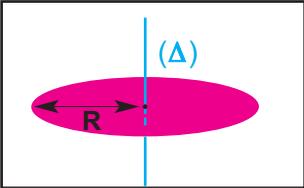
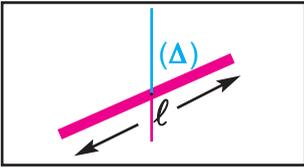
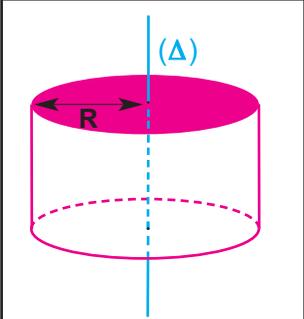
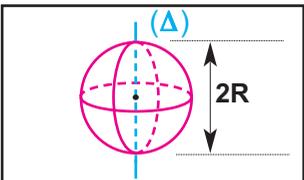
La grandeur $\sum m_i r_i^2$, notée \mathbf{J} , est le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (Δ) ; elle caractérise l'inertie qu'oppose le solide à la variation de sa vitesse angulaire lorsqu'il est mis en mouvement de rotation autour de l'axe (Δ).

$$\mathcal{M} = \mathbf{J} \ddot{\theta}$$

Cette expression traduit la relation fondamentale de la dynamique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe (Δ).

- \mathcal{M} représente la somme algébrique des moments par rapport (Δ), des forces extérieures exercées sur le solide ; elle s'exprime en $\mathbf{N} \cdot \mathbf{m}$
- \mathbf{J} est le moment d'inertie du solide par rapport à (Δ) ; il s'exprime en $\mathbf{kg} \cdot \mathbf{m}^2$
- $\ddot{\theta}$ est l'accélération angulaire du solide ; elle s'exprime en $\mathbf{rad} \cdot \mathbf{s}^{-2}$.

Expressions des moments d'inertie de quelques solides homogènes par rapport à leurs axes de symétrie (Δ)

Jante circulaire		$J = m R^2$
Disque homogène		$J = \frac{1}{2} m R^2$
Barreau homogène		$J = \frac{1}{12} m \ell^2$
Cylindre plein homogène		$J = \frac{1}{2} m R^2$
Sphère pleine homogène		$J = \frac{2}{5} m R^2$

À masses et à rayons égaux, le moment d'inertie n'est pas le même; il dépend en plus de la forme du solide et de la répartition de la masse.

2.2 . Application

DÉTERMINATION DU MOMENT D'UN COUPLE DE FROTTEMENT SUPPOSÉ CONSTANT

Considérons un solide de moment d'inertie J entraîné, à l'aide d'un moteur, dans un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe. On débraye le moteur, le solide effectue quelques tours puis s'immobilise sous l'action des forces de frottement équivalentes à un couple résistant de moment \mathcal{M}_f que nous supposons constant.

On détermine l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du solide et on calcule le moment du couple de frottement \mathcal{M}_f en utilisant la relation fondamentale de la dynamique de rotation (exercice résolu).

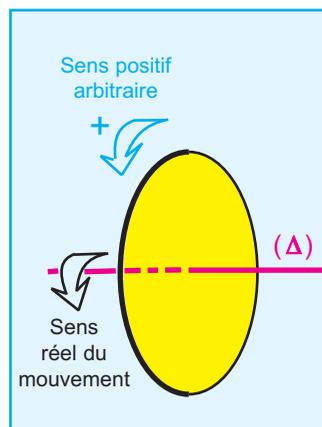
EXERCICE RÉSOLU

ENONCÉ :

Un disque homogène de masse m égale à **100 g**, de rayon $R = 5 \text{ cm}$ tourne autour de son axe de révolution (Δ) à raison de $N = 3600$ **tours.min⁻¹** (*Doc.9-a*).

A l'instant $t_0 = 0$, on lui applique un couple de freinage de moment \mathcal{M}_f constant ; il s'arrête à l'instant de date $t_1 = 3 \text{ min}$.

- 1- a- Préciser le signe de \mathcal{M}_f .
- b- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique de rotation, déterminer la nature du mouvement du disque.
- 2- a- Calculer la valeur de son accélération angulaire.
- b- Calculer la valeur du moment \mathcal{M}_f .
- 3 - Calculer le nombre de tours effectués par le disque durant la phase de freinage.



Doc.9-a

SOLUTION

1 -a- Le signe de \mathcal{M}_f :

\mathcal{M}_f est le moment d'un couple de freinage qui agit dans le sens contraire du sens réel du mouvement . Or ce dernier coïncide avec le sens positif choisi arbitrairement, donc \mathcal{M}_f est **négatif**.

-b- Nature du mouvement du disque :

Appliquons , dans un référentiel terrestre supposé galiléen, la relation fondamentale de la dynamique de rotation au système {**disque**}

Forces extérieures :

- le poids $m \vec{g}$
- la réaction \vec{R} exercée par l'axe de rotation (Δ) sur le disque
- le couple de frottement de moment \mathcal{M}_f ; il n'est pas représenté sur le schéma du document (*Doc.9-b*).

Les droites d'action du poids $m \vec{g}$ et de la réaction \vec{R} coupent l'axe de rotation (Δ) ; leurs moments par rapport à cet axe sont nuls.

La relation fondamentale de la dynamique de rotation s'écrit alors :

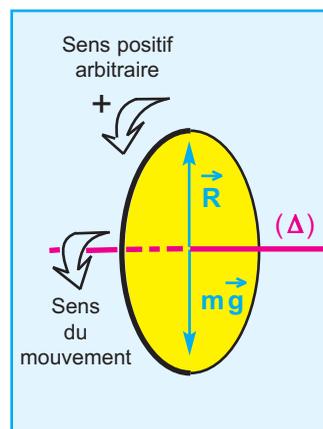
$$\mathcal{M}_f = J \ddot{\theta}$$

Le moment d'inertie J d'un disque par rapport à (Δ) est $\frac{1}{2} m R^2$;

il est positif et constant; d'autre part \mathcal{M}_f est négatif et constant :

d'où $\ddot{\theta} = \frac{\mathcal{M}_f}{J}$ est négative et constante.

L'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ est constante et a le signe contraire du sens réel du mouvement ; le produit $\ddot{\theta} \dot{\theta}$ est négatif et le mouvement de rotation du disque est donc uniformément retardé.



Doc.9-b

2-a- Calcul de la valeur de l'accélération angulaire :

L'accélération angulaire étant constante, la vitesse angulaire s'écrit

$$\dot{\theta} = \ddot{\theta} t + \dot{\theta}_0$$

A l'instant t_0 : $\dot{\theta}_0 = \ddot{\theta} t_0 + \dot{\theta}_0$

A l'instant t_1 : $\dot{\theta}_1 = \ddot{\theta} t_1 + \dot{\theta}_0$

D'où

$$\ddot{\theta} = \frac{\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_0}{t_1 - t_0} = \frac{-\dot{\theta}_0}{t_1}$$

Application numérique :

$$t_1 = 180 \text{ s}, \quad \dot{\theta}_0 = \frac{2 \pi \cdot 3600}{60} = 120 \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-\left(\frac{2 \pi \cdot 3600}{60}\right)}{180}$$

$$\ddot{\theta} = -2,1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

-b- La valeur du moment du couple de frottement \mathcal{M}_f :

$$\mathcal{M}_f = \frac{1}{2} m R^2 \ddot{\theta}$$

Application numérique : $\mathcal{M}_f = 0,5 \cdot 0,1 \cdot (0,05)^2 \cdot (-2,1)$

$$\mathcal{M} = -2,625 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}$$

3- Le nombre de tours n effectués par le disque durant la phase de freinage :

La relation entre les carrés des vitesses angulaires, appliquée au disque, entre les instants de dates $t_0 = 0$ et $t_1 = 3 \text{ min}$ s'écrit :

$$\dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_0^2 = 2 \ddot{\theta} (\theta_1 - \theta_0) \text{ où } \theta_0 \text{ et } \theta_1 \text{ désignent respectivement}$$

les abscisses angulaires aux instants t_0 et t_1 .

$$\theta_1 - \theta_0 = \frac{\dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_0^2}{2 \ddot{\theta}} = \frac{-\dot{\theta}_0^2}{2 \ddot{\theta}}$$

$$2 \pi n = \frac{-\dot{\theta}_0^2}{2 \ddot{\theta}} = \frac{-\dot{\theta}_0^2}{2 \left(-\frac{\dot{\theta}_0}{t_1}\right)} = \frac{\dot{\theta}_0 t_1}{2} \text{ d'où } n = \frac{\dot{\theta}_0 t_1}{4 \pi}$$

Application numérique :

$$n = \frac{120 \pi \cdot 180}{4 \pi}$$

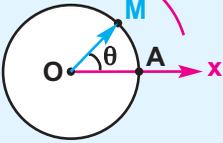
$$n = 5400 \text{ tours}$$

L'ESSENTIEL DU COURS

Mouvement circulaire

La trajectoire est un cercle de centre **O** et de rayon **R**.

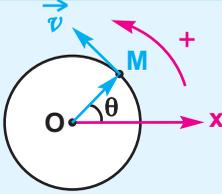
Repérage d'un point mobile



abscisse curviligne
 $s(t) = \widehat{AM}$

abscisse angulaire
 $\theta(t) = (\vec{Ox}, \vec{OM})$

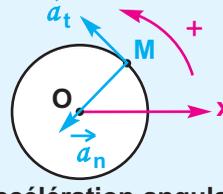
Vitesse d'un point mobile



vitesse curviligne
 $v(t) = \frac{ds}{dt}$

vitesse angulaire
 $\dot{\theta}(t) = \frac{d\theta}{dt}$

Vitesse d'un point mobile



accélération angulaire
 $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

accélération normale
 $\|\vec{a}_n\| = \frac{v^2}{R}$

accélération tangentielle
 $\|\vec{a}_t\| = \frac{dv}{dt}$

Cas particuliers de mouvements circulaires

Nature du mouvement	Accélération angulaire	Vitesse angulaire	Abscisse angulaire	Vecteur accélération
Mouvement circulaire uniforme	$\ddot{\theta} = 0$	$\dot{\theta} = \text{Cte}$	$\theta = \dot{\theta}t + \theta_0$	$\vec{a}_n = R\dot{\theta}^2 \vec{\mathcal{N}}, R\dot{\theta}^2 = \text{Cte}$ $\vec{a}_t = R\ddot{\theta} \vec{\mathcal{T}} = \vec{0}$
Mouvement circulaire uniformément varié	$\ddot{\theta} = \text{Cte}$	$\dot{\theta} = \ddot{\theta}t + \dot{\theta}_0$	$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 + \dot{\theta}_0t + \theta_0$	$\vec{a}_n = R\dot{\theta}^2 \vec{\mathcal{N}}$ $\vec{a}_t = R\ddot{\theta} \vec{\mathcal{T}}, R\ddot{\theta} = \text{Cte}$

Un mouvement est circulaire uniformément accéléré si $\ddot{\theta} > 0$ avec $\ddot{\theta} = \text{Cte}$

Un mouvement est circulaire uniformément retardé si $\ddot{\theta} < 0$ avec $\ddot{\theta} = \text{Cte}$

Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe (Δ) fixe

Dans le cas d'un solide animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe (Δ) fixe :

- tous les points du solide ont des trajectoires circulaires dans des plans perpendiculaires à l'axe de rotation et centrées sur cet axe
- tous les points du solide ont, à un instant donné, la même vitesse angulaire et la même accélération angulaire appelées respectivement vitesse angulaire et accélération angulaire du solide.

Relation fondamentale de la dynamique de rotation $\mathcal{M} = J\ddot{\theta}$

\mathcal{M} étant la somme des moments par rapport à un axe fixe (Δ) des forces extérieures exercées sur le solide.

J est le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation (Δ) ; il traduit l'inertie qu'oppose le solide à la variation de sa vitesse angulaire.

TRAVAUX PRATIQUES

OBJECTIF

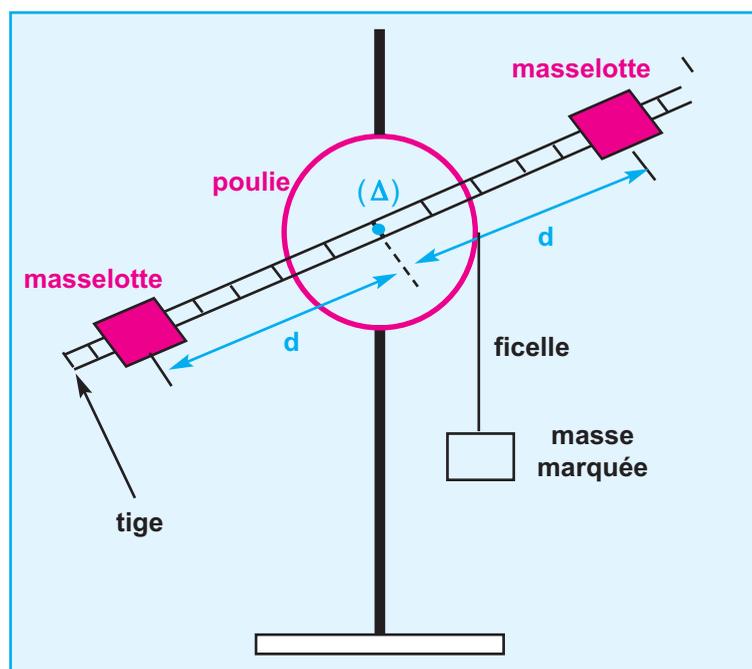
Déterminer la nature du mouvement d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe et en déduire son moment d'inertie par rapport à cet axe.

MATÉRIEL

- poulie de rayon r , mobile autour d'un axe de rotation horizontal (Δ) et sur laquelle est fixée, suivant un diamètre, une tige comportant deux masselottes diamétralement opposées et de positions réglables
- des masses marquées
- un chronomètre
- une ficelle inextensible et de masse négligeable
- un support maintenant la poulie (**Doc.10.a et 10. b**).



Doc.10.a



Doc.10.b

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

- enrouler la ficelle sur la gorge de la poulie et fixer à son extrémité libre une masse marquée de valeur m .
- à l'instant où on libère le système sans vitesse initiale à partir d'une position horizontale (ou verticale) de la tige prise comme origine des abscisses angulaires, on déclenche le chronomètre.
- mesurer la durée Δt nécessaire pour que la partie tournante effectue n tours.

TABLEAU DE MESURES

n (tours)	1	2	3	4	5
$\theta = 2 \pi.n(\text{rad})$					
t (s)					
$t^2 (s^2)$					

EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES

- 1 - Tracer le graphe correspondant à $\theta = f(t^2)$, en déduire la nature du mouvement du solide en rotation et calculer son l'accélération angulaire exprimée en rad.s^{-1}
- 2 - Montrer que le moment d'inertie J de l'ensemble formé par la poulie, la tige et les deux masselottes est :

$$J = \frac{(m \|\vec{g}\| - m r \ddot{\theta}) r}{\ddot{\theta}}$$

Calculer la valeur de J .

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

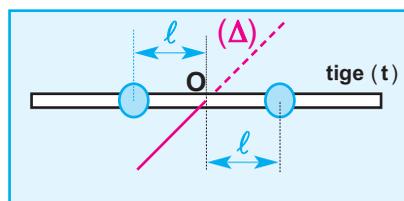
- 1- La vitesse angulaire d'un point matériel appartenant à un solide mobile autour d'un axe fixe :
- a - dépend de sa distance par rapport à l'axe de rotation.
 - b - est la même pour tous les autres points du solide
 - c - est nulle pour les points du solide situés sur l'axe de rotation.

- 2- Un solide en mouvement de rotation uniforme autour d'un axe (Δ) fixe, est soumis à un ensemble de forces :

- a - de somme \vec{F} constante
- b - de somme \vec{F} de valeur constante
- c - dont la somme des moment par rapport à l'axe (Δ) est nulle.

- 3- Dans un mouvement circulaire uniforme :
- a - le vecteur vitesse est constant.
 - b - la valeur de l'accélération angulaire est constante.
 - c - l'accélération tangentielle est nulle.

- 4- Deux solides ponctuels, de même masse m , sont fixés à égales distances ℓ du milieu O d'une tige (t) de masse négligeable, mobile autour de son axe de symétrie. Sous l'action d'un couple de forces de moment constant, l'ensemble acquiert une accélération θ .



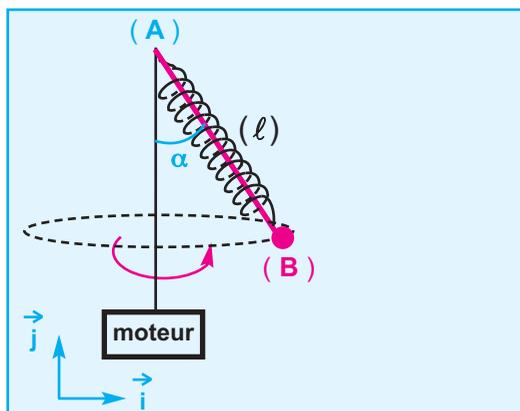
- a - $\ddot{\theta}$ est divisée par 2 lorsqu'on double ℓ et on divise m par 2.
- b - $\ddot{\theta}$ double lorsqu'on divise ℓ par 2 et on double m
- c - $\ddot{\theta}$ ne change pas si on quadruple ℓ et on divise m par 4

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

- Ex-1- Un ressort, de masse négligeable et de raideur k , a une longueur à vide ℓ_0 .

On y suspend une bille (B) supposée ponctuelle et de masse m , et on fixe son extrémité supérieure au point A d'une tige (t) verticale; un moteur entraîne l'ensemble dans un mouvement de rotation avec une vitesse angulaire θ constante (Doc.11)

L'axe du ressort dont la longueur devient égale à ℓ décrit un cône de demi-angle au sommet égal à α .



Doc.11

- 1 - Préciser, en justifiant la réponse, la direction et le sens du vecteur accélération \vec{a} de la bille (B)

- 2 - Exprimer, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) lié au laboratoire, \vec{a} en fonction de ℓ , α et θ .

- 3 - a - Reproduire le schéma du document 11 et représenter les forces qui s'exercent sur le système $\{(B)\}$.

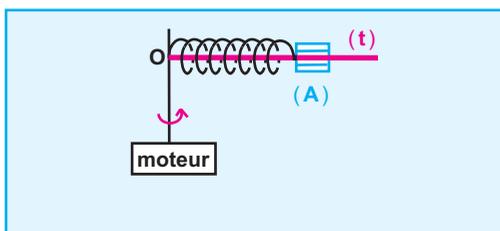
- b - Appliquer la deuxième loi de Newton au système $\{(B)\}$. Effectuer les projections nécessaires dans le repère d'espace (O, \vec{i}, \vec{j}) , et déduire les valeurs de ℓ et θ .

Données : $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$; $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$;
 $\ell_0 = 20 \text{ cm}$; $m = 10 \text{ g}$ et $\alpha = 60^\circ$

Ex-2- Sur une tige (**t**), horizontale, assujettie à tourner selon un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe vertical passant par **O**, peuvent coulisser sans frottement deux corps (**A**) et (**B**) supposés ponctuels et de masses $m_1 = m_2$.

1 - (A) est reliée au point **O** de la tige par l'intermédiaire d'un ressort de masse négligeable, de raideur **k** et de longueur à vide ℓ_0 (**Doc.12 a**)

a - Reproduire le schéma du document (**Doc.12-a**) et représenter le vecteur accélération et les forces, autres que la tension **T** du ressort, qui s'exercent sur le corps (**A**) au cours de son mouvement.



Doc.12-a

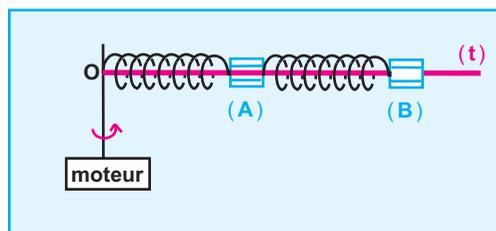
b - En appliquant la deuxième loi de Newton au système $\{(A)\}$, montrer que le ressort subit un allongement au cours de ce mouvement.

c - Calculer la longueur ℓ du ressort lorsque la vitesse de rotation de la tige est $\frac{5}{\pi} \text{ tr.s}^{-1}$.

2 - Dans le montage précédent, on relie (**B**) à (**A**) par l'intermédiaire d'un deuxième ressort identique au précédent (**Doc.12-b**).

Calculer la longueur de chaque ressort lorsque la vitesse de rotation de la tige est maintenue égale à $\frac{5}{\pi} \text{ tr.s}^{-1}$.

Données : $\ell_0 = 14,2 \text{ cm}$; $k = 100 \text{ N.m}^{-1}$;
 $m_1 = m_2 = 100 \text{ g}$;



Doc.12-b

Ex-3 Une poulie constituée par deux cylindres (**C**₁) et (**C**₂) coaxiaux de rayons respectifs **R**₁ = 20 cm et **R**₂ = 10 cm, peut tourner autour d'un axe horizontal (Δ) ; son moment d'inertie par rapport à cet axe est **J** = 4,5.10⁻³ kg.m².

On enroule sur (**C**₁) un fil (**f**₁) inextensible et de masse négligeable à l'extrémité duquel est accroché un solide (**S**₁) de masse **m**₁ = 150 g. Sur (**S**₂) on enroule en sens contraire un fil (**f**₂) identique à (**f**₁) attaché à un solide (**S**₂) de masse **m**₂ = 200 g.

On maintient le système au repos de sorte que le centre d'inertie de (**S**₁) occupe la position **O**, origine du repère d'espace (**O**, \vec{i}) et le centre d'inertie de (**S**₂) occupe la position **O'**, origine du repère d'espace (**O'**, \vec{j}) : on libère l'ensemble sans vitesse initiale à l'instant **t** = 0 (**Doc.13**).

1- a - Montrer que la poulie tourne dans le sens positif indiqué dans le document.

b - Lorsque la poulie tourne d'un angle θ , les solides (**S**₁) et (**S**₂) se déplacent respectivement de **x** et de **y**.

Exprimer **x** en fonction de **R**₁ et θ , et **y** en fonction de **R**₂ et θ .

c - En déduire les relations qui existent entre l'accélération angulaire de la poulie et les accélérations des solides (**S**₁) et (**S**₂).

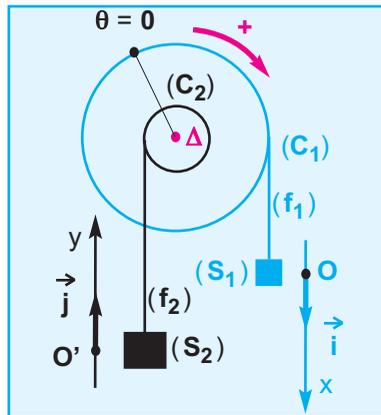
2- En supposant les frottements nuls, établir l'expression de l'accélération angulaire de la poulie en fonction de **m**₁, **m**₂, **J**, **R**₁, **R**₂ et $\|\vec{g}\|$. En déduire la nature de son mouvement.

3- Calculer le temps mis par la poulie pour effectuer **5 tours** à partir du repos.

4- Une mesure expérimentale de cette durée a donné **3,54 s**.

L'écart entre la durée calculée et la durée mesurée s'explique par la présence de forces de frottement exercées sur la poulie et équivalentes à un couple de moment **Mf** constant. Calculer la valeur de **Mf**.

Donnée : $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.



Doc.13

Ex-4- Sur la gorge d'une poulie de rayon r , mobile sans frottement autour d'un axe fixe (Δ) horizontal, est enroulé un fil inextensible et de masse négligeable.

A l'extrémité libre de ce fil est attaché un objet ponctuel (S) de masse M .

On maintient le système $\{\text{poulie}, (S)\}$ au repos de sorte que le fil soit tendu et (S) occupe la position O , origine du repère d'espace (O, \vec{k}) ; l'origine O du repère étant située à la distance h au dessus du sol.

On abandonne le système sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$, et (S) atteint le sol à l'instant t_1 (**Doc.14**).

Le moment d'inertie de la poulie par rapport à l'axe de rotation est J .

1 - En admettant que le mouvement de (S) est rectiligne uniformément accéléré :

a - déterminer la valeur de l'accélération de (S) et en déduire celle de l'accélération angulaire de la poulie.

b - déterminer la valeur de la tension \vec{T} du fil.

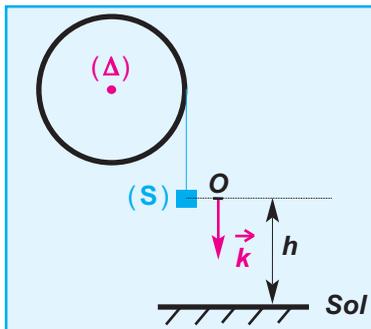
c - appliquer la relation fondamentale de la dynamique au système $\{\text{Poulie}\}$ pour déterminer le moment d'inertie J de la poulie par rapport à l'axe (Δ) .

2 - A l'instant où (S) arrive au sol, le fil se détache de la poulie.

a - Déterminer à cet instant la vitesse angulaire de la poulie.

b - Déterminer la valeur de la force \vec{f} qu'il faut appliquer tangentiellement à la poulie pour qu'elle effectue encore 6 tours avant de s'arrêter.

Données: $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$; $r = 6 \text{ cm}$; $M = 300 \text{ g}$; $h = 3 \text{ m}$ et $t_1 = 1,22 \text{ s}$



Doc.14

Ex-5 Deux solides (C_1) et (C_2) , de masses respectives m_1 et m_2 sont reliés par un fil inextensible et de masse négligeable qui passe sur la gorge d'une poulie de rayon r et de moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation horizontal (Δ) et pouvant tourner sans frottement autour de cet axe.

Le solide (C_2) , portant une surcharge (C) de masse m , est libéré sans vitesse initiale à partir du point O origine du repère d'espace (O, \vec{k}) .

Le mouvement du système $(S_2) = \{(C_2), (C)\}$ a lieu dans le sens positif du repère d'espace (**Doc.15**).

1- a - Reproduire le schéma du document 15 et représenter toutes les forces extérieures qui s'exercent sur chacun des systèmes suivants :

- (S_1) : {solide (C_1)}
- (S_2) : {solide (C_2) + (C)}
- (S_3) : {poulie}

b - En appliquant le théorème du centre d'inertie pour chacun des deux systèmes (S_1) et (S_2), et la relation fondamentale de la dynamique de rotation pour le système (S_3), établir l'expression de l'accélération du centre d'inertie du système (S_2) en fonction de m_1 , m_2 , J , R et $\|\vec{g}\|$. Calculer sa valeur.

2- A son passage par le point A , la surcharge (C) est retenue par un anneau. Le solide (C_2) continue son mouvement avec une nouvelle accélération \vec{a}_1 .

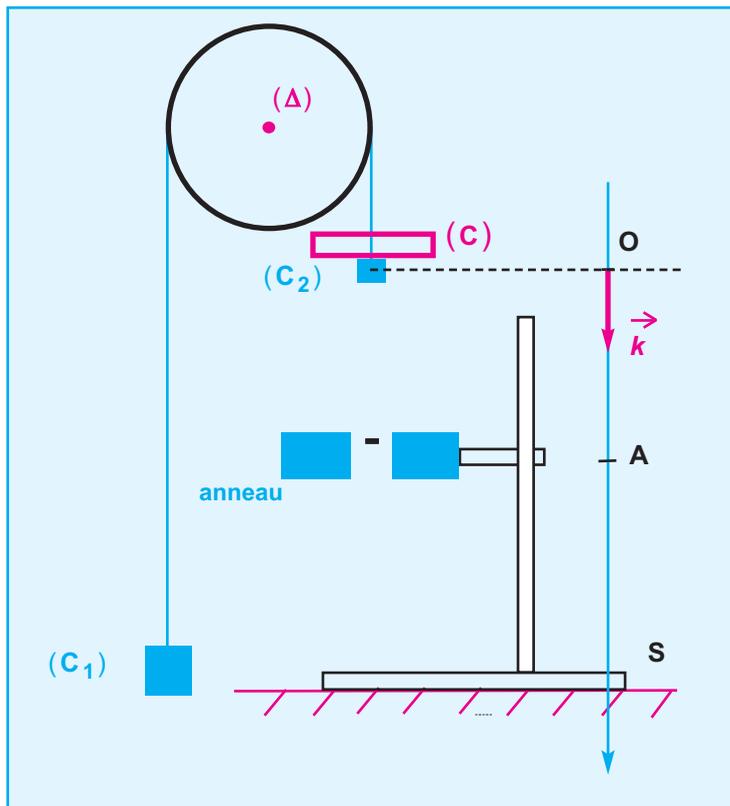
a - Donner l'expression de \vec{a}_1 et calculer sa valeur.

b - Déterminer l'abscisse du point A sachant que le solide (S_2) arrive au point S d'abscisse $z_S = 80 \text{ cm}$ avec une vitesse nulle.

Données :

$$m_1 = 360 \text{ g} ; m_2 = 340 \text{ g} ; J = 5 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{ms}^{-2} ;$$

$$m = 100 \text{ g} ; R = 5 \text{ cm} \text{ et } \|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}.$$



Doc.15

9.

ÉNERGIE CINÉTIQUE

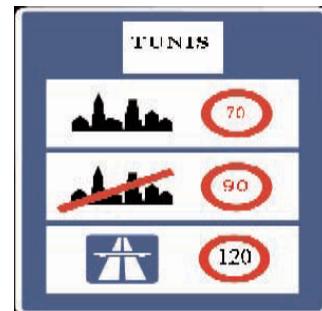


Photo.1

les méfaits de l'énergie cinétique d'un train sur le PARNASSE

OBJECTIFS

- Calculer l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de translation.
- Calculer l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe.
- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer entre autres la valeur d'une grandeur inaccessible à la mesure (force de frottement, réaction d'un support ...).



Situations et questionnements

Indiquer l'effet sur la flèche lancée, quand l'opérateur lâche la corde.

Sur quoi se base-t-on pour fixer les distances de sécurité routière par les différents types de véhicules ?



1. Rappels

1.1 . Energie cinétique

1.1.1. NOTION D'ÉNERGIE CINÉTIQUE

L'homme a pris conscience, depuis très longtemps, de l'énergie que possède un corps en mouvement.

Cette énergie liée à un mouvement est utilisée à des fins très diverses.

EXEMPLES

- l'énergie du bélier, utilisé au moyen âge pour défoncer les lourdes portes des forteresses assiégées (**Doc.1**).
- l'énergie du vent ou d'un courant d'eau pour entraîner une éolienne ou une turbine.
- l'énergie d'un marteau lancé pour enfoncer un clou.

Cette énergie que possède des corps en mouvement s'appelle énergie cinétique.



Photo.2 :

engin utilisé au Moyen Age pour défoncer les lourdes portes des forteresses assiégées.

1.1.2. LES FACTEURS DONT DÉPEND L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Lors d'un accident :

- les dégâts causés par un camion sont plus importants que ceux occasionnés par une voiture roulant à la même vitesse.

L'énergie cinétique d'un solide en translation dépend de sa masse : c'est une fonction croissante de la masse.

- les dégâts causés par une voiture sont d'autant plus importants que sa vitesse est grande.

L'énergie cinétique d'un solide en translation dépend de sa vitesse : c'est une fonction croissante de la vitesse.

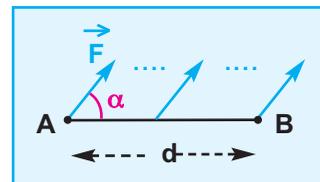
1.2 . Travail d'une force constante

L'expression du travail d'une force \vec{F} constante dont le point d'application subit un déplacement rectiligne \vec{AB} est donnée par la relation :

$$\mathcal{W}(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \vec{AB} = \|\vec{F}\| \|\vec{AB}\| \cos(\vec{F}, \vec{AB})$$

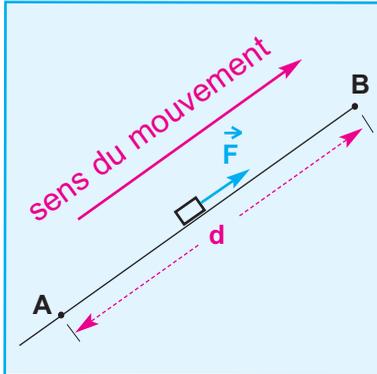
$$\mathcal{W}(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \|\vec{F}\| d \cos \alpha$$

$\|\vec{F}\|$ en **Newton (N)** ; d en **mètre (m)** ; \mathcal{W} en **joule (J)**.



Doc.1

Exemples de travaux de forces constantes

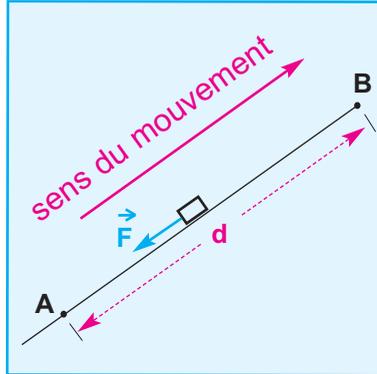


Le vecteur force \vec{F} et le vecteur déplacement \vec{AB} ont la même direction et le même sens ($\alpha = 0$).

\vec{F} est une force motrice

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \|\vec{F}\| \cdot d > 0$$

Le travail est moteur.

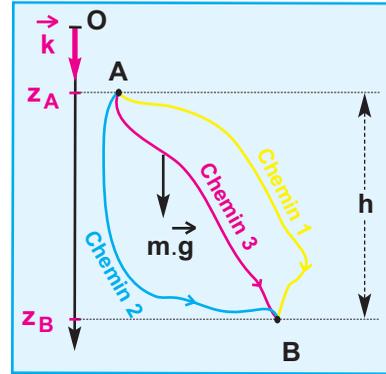


Le vecteur force \vec{F} et le vecteur déplacement \vec{AB} ont la même direction et sont de sens contraires ($\alpha = \pi$).

\vec{F} est une force résistante

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = - \|\vec{F}\| \cdot d < 0$$

Le travail est résistant.



$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(m\vec{g}) = m \|\vec{g}\| (z_B - z_A)$$

z est pris sur un axe (O, \vec{k}) vertical et orienté vers le bas.
 $(z_B - z_A) = h > 0$

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(m\vec{g}) = m \|\vec{g}\| h$$

Le travail du poids est indépendant du chemin suivi.

2. Expression de l'énergie cinétique d'un point matériel

L'énergie cinétique d'un point matériel, de masse m , animé à un instant t d'une vitesse \vec{v} est proportionnelle à sa masse et au carré de sa vitesse à cet instant.

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v^2$$

m en kg ; v en $m \cdot s^{-1}$ et \mathcal{E}_c en joule (J).

REMARQUE : l'énergie cinétique, comme la vitesse, est relative au référentiel d'étude.

3. Energie cinétique d'un système de points matériels

L'énergie cinétique, à un instant donné, d'un système de n points matériels de masses respectives m_i , dotés chacun d'une vitesse \vec{v}_i par rapport à un repère donné, est égale à la somme des énergies cinétiques de chacun des points matériels qui le constituent à cet instant :

$$\mathcal{E}_c = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

3.1 . Solide en translation

Décomposons le solide en n points matériels de masses respectives m_i .

Tous ces points matériels ont la même vitesse \vec{v}_i , égale à la vitesse \vec{v}_G du centre d'inertie G du solide (**Doc.2**).

L'énergie cinétique d'un point matériel de masse m_i est donnée par $\mathcal{E}_{c_i} = \frac{1}{2} m_i v_i^2$ et l'énergie cinétique du solide a pour expression :

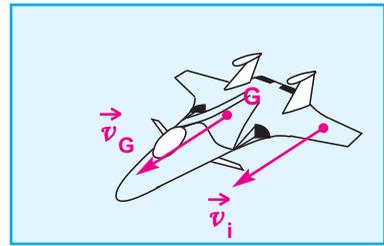
$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} v_G^2 \sum_{i=1}^{i=n} m_i$$

la masse totale du solide est $m = \sum_{i=1}^{i=n} m_i$

d'où :

L'énergie cinétique d'un solide en mouvement de translation, de masse m et animé d'une vitesse \vec{v} , est la même que celle d'un point matériel ayant la masse m et la même vitesse \vec{v} que le solide.

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v^2$$



Doc.2 : tous les points du planeur ont le même vecteur vitesse.

EVALUATION

Un camion de masse $m = 30$ tonnes roule à une vitesse de valeur $\|\vec{v}\| = 80 \text{ km.h}^{-1}$.

1 - Calculer son énergie cinétique.

2 - Quelle est l'énergie cinétique d'une voiture de masse $m_1 = 800 \text{ kg}$ roulant à la même vitesse que le camion ? Conclure.

1- Energie cinétique du camion $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Application numérique :

$$\mathcal{E}_c = 0,5 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{80}{3,6}\right)^2 \quad \boxed{\mathcal{E}_c = 7,4 \cdot 10^6 \text{ J}}$$

1- Energie cinétique de la voiture $\mathcal{E}_{c_1} = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2$

Application numérique :

$$\mathcal{E}_{c_1} = 0,5 \cdot 800 \cdot \left(\frac{80}{3,6}\right)^2 \quad \boxed{\mathcal{E}_{c_1} = 0,2 \cdot 10^6 \text{ J}}$$

A vitesse égale, l'énergie cinétique d'un véhicule croît avec sa masse !!

3.2 . Solide en rotation autour d'un axe fixe

Décomposons le solide en n points matériels de masses respectives m_i et décrivant chacun une trajectoire circulaire de rayon r_i autour de l'axe fixe (Δ) (**Doc.3**).

Tous les points matériels du solide ont la même vitesse angulaire $\dot{\theta}$ et des vitesses linéaires $v_i = r_i \dot{\theta}$ différentes.

L'énergie cinétique d'un point matériel de masse m_i est donnée par $\mathcal{E}_{c_i} = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \dot{\theta}^2$

et celle du solide a pour expression :

$$\mathcal{E}_c = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2} m_i r_i^2 \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2$$

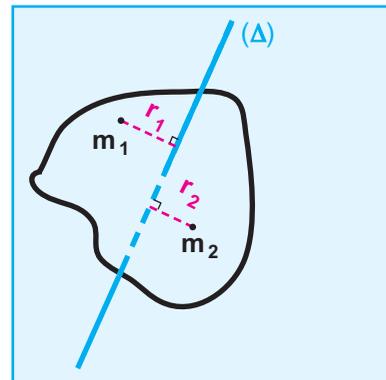
$J = \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2$ est le moment d'inertie du solide par rapport à

l'axe (Δ) d'où:

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$$

Un solide de moment d'inertie J par rapport à un axe de rotation fixe, tournant avec une vitesse angulaire $\dot{\theta}$ autour de cet axe, possède une énergie cinétique égale au demi produit du moment d'inertie J par le carré de sa vitesse angulaire $\dot{\theta}$.

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$$



Doc.3

4. Théorème de l'énergie cinétique

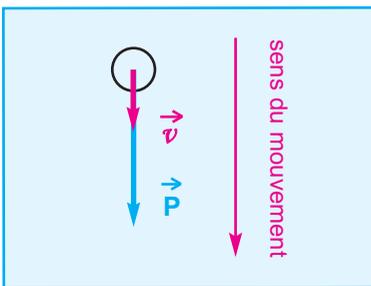
4.1. cas d'un corps ponctuel en chute libre

ETUDE QUALITATIVE

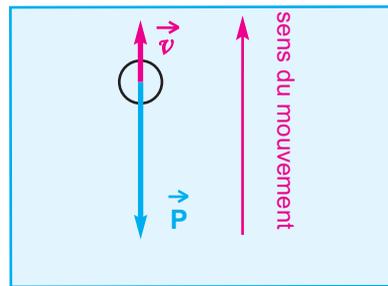
- Une bille ponctuelle, abandonnée sans vitesse initiale, tombe de plus en plus vite sous l'action de son poids qui est pratiquement la seule force agissante (**Doc.4-a**).

Remarque : au cours de ce mouvement de chute, l'énergie potentielle de pesanteur du système { **Terre + bille** } diminue et l'énergie cinétique de la bille augmente. Ce mode de transfert de l'énergie de la forme potentielle à la forme cinétique résulte du travail du poids de la bille en mouvement.

- Lançons la bille verticalement vers le haut; pendant la phase ascendante, le mouvement de la bille est ralenti sous l'action de son poids qui est pratiquement la seule force agissante (**Doc.4-b**).



Doc.4-a : le poids est une force motrice ; son travail est moteur.
Il augmente l'énergie cinétique de la bille.



Doc.4-b : le poids est une force résistante, son travail est résistant.
Il diminue l'énergie cinétique de la bille.

ETUDE QUANTITATIVE

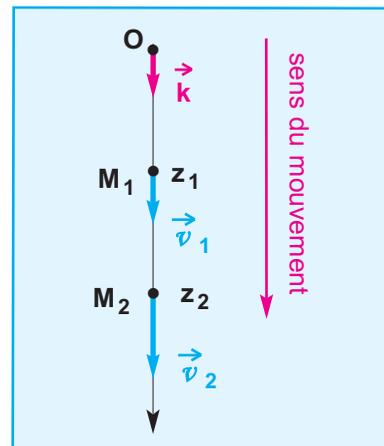
Le référentiel d'étude est supposé galiléen.

• Evaluons la variation de l'énergie cinétique de la bille en chute libre, entre deux instants t_1 et t_2 correspondants à son passage par deux positions M_1 et M_2 d'abscisses respectives z_1 et z_2 par rapport à un repère d'espace (O, \vec{k}) et où les vitesses sont respectivement égales à \vec{v}_1 et \vec{v}_2 : (**Doc.5**).

$$\mathcal{E}_{C_2} - \mathcal{E}_{C_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\mathcal{E}_{C_2} - \mathcal{E}_{C_1} \text{ est notée par } \Delta \mathcal{E}_C_{t_1 \rightarrow t_2}$$

• La chute libre sans vitesse initiale dans le sens descendant est un mouvement rectiligne uniformément accéléré d'accélération $\vec{a} = \|\vec{g}\| \vec{k}$. Appliquons la relation entre les carrés des vitesses et les abscisses, ceci donne



Doc.5

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 \|\vec{g}\| (z_2 - z_1)$$

- La variation de l'énergie cinétique ($\Delta \mathcal{E}_C$) s'écrit alors :

$$\Delta \mathcal{E}_C = m \|\vec{g}\| (z_2 - z_1)$$

Le produit $m \|\vec{g}\| (z_2 - z_1)$ représente le travail du poids $\vec{P} = m \vec{g}$ au cours du déplacement correspondant au segment de longueur $(z_2 - z_1)$ parcouru entre les instants t_1 et t_2 ;

d'où :

$$\Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{W}(\vec{P})$$

CONCLUSION

La variation de l'énergie cinétique de la bille, en mouvement de chute libre, entre deux instants t_1 et t_2 est égale au travail de son poids, (l'unique force qui s'exerce entre ces deux instants).

4.2 . Cas d'un solide en mouvement de rotation uniformément varié autour d'un axe fixe

$$\Delta \mathcal{E}_C = \frac{1}{2} J \dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2} J \dot{\theta}_1^2 = \frac{1}{2} J (\dot{\theta}_2^2 - \dot{\theta}_1^2)$$

D'après la relation des carrés des vitesses on peut écrire :

$$\Delta \mathcal{E}_C = \frac{1}{2} J \cdot 2 \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1) = J \ddot{\theta} (\theta_2 - \theta_1)$$

Le produit $J \ddot{\theta}$ est égal à la somme algébrique \mathcal{M} des moments, par rapport à l'axe de rotation (Δ), des forces extérieures qui s'exercent sur le solide ; les moments des forces intérieures s'annulent deux à deux.

$$\text{D'où : } \Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{M} (\theta_2 - \theta_1) = \mathcal{W} \left(\begin{array}{l} \text{forces exercées} \\ \text{sur le solide} \end{array} \right)$$

Le travail d'une force de moment \mathcal{M} constant au cours d'une variation d'abscisse angulaire

$\theta_2 - \theta_1$ est égal à :

$$\mathcal{M} (\theta_2 - \theta_1)$$

La variation de l'énergie cinétique du solide en mouvement de rotation, entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la somme des travaux des forces qui s'exercent sur le solide entre ces deux instants.

4.3 . Enoncé du théorème de l'énergie cinétique

Les résultats des paragraphes 4.1 et 4.2, établis dans les cas particuliers d'un corps ponctuel en chute libre et d'un solide en mouvement de rotation uniformément varié autour d'un axe fixe, peuvent être généralisés et démontrés pour un système matériel quelconque : c'est le théorème de l'énergie cinétique.

ENONCÉ

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système matériel déformable ou indéformable, entre deux instants t_1 et t_2 quelconques, est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures et intérieures au système entre ces deux instants.

$$\Delta E_C = \sum_{t_1 \rightarrow t_2} \mathcal{W}(\vec{F}_{\text{ext}} + \vec{F}_{\text{int}})$$

Cas d'un système déformable

La somme des travaux des forces intérieures n'est pas nécessairement nulle.

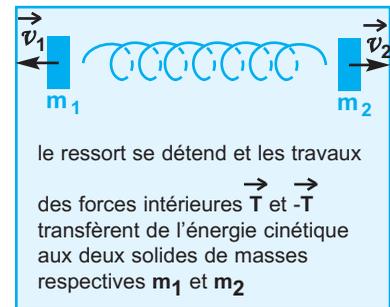
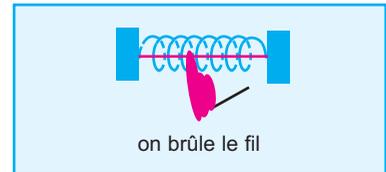
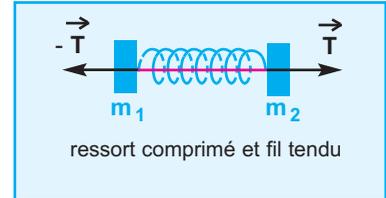
EXEMPLE - 1

Deux solides, reliés par un fil, compriment entre eux un ressort. On brûle le fil, le ressort se détend et communique aux deux solides des énergies cinétiques respectives E_{C_2} et E_{C_1} (Doc.6).

Les seules forces qui travaillent **au cours de l'éclatement** du système déformable {ressort + deux solides} sont les tensions intérieures au système.

EXEMPLE - 2

Pour un système formé de deux véhicules, au cours d'un accident, les seules forces qui travaillent sont les forces d'interaction qui sont des forces intérieures au système.



Doc.6

Cas d'un système indéformable

Toutes les forces intérieures s'annulent deux à deux, et la somme de leurs travaux est nulle. La variation de l'énergie cinétique est causée uniquement par la somme des travaux des forces extérieures exercées sur le solide.

VALIDITÉ DU THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Dans ce paragraphe nous allons juste aborder, sans mener à son terme, la démonstration du théorème de l'énergie cinétique pour un solide en translation et ceci dans le but de justifier pourquoi ce théorème n'est valable que dans un repère galiléen.

Sachant que :

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = v^2$$

$$\frac{1}{2} m (\vec{v})^2 = \frac{1}{2} m v^2 = E_C$$

$$\frac{dE_C}{dt} = m (\vec{v}) \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m (\vec{v}) \cdot \vec{a}$$

D'après le théorème du centre d'inertie qui n'est applicable que dans un repère galiléen, on peut écrire :

$$m \vec{a} = \vec{F}$$

\vec{F} étant la somme des forces exercées sur le solide.

$$\text{d'où } \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \mathcal{P}(\vec{F});$$

$\mathcal{P}(\vec{F})$ correspond à la puissance de la somme des forces exercées sur le solide.

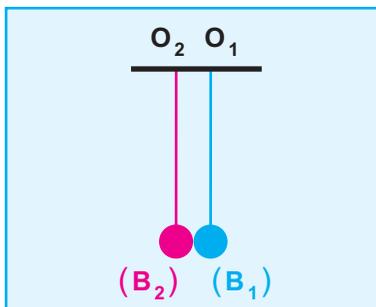
On continue la démonstration en écrivant :

$d\mathcal{E}_c = \mathcal{P}(\vec{F}) dt = d\mathcal{W}$ (il ne s'agit pas d'une multiplication des deux membres de la relation précédente par le facteur dt !!!)

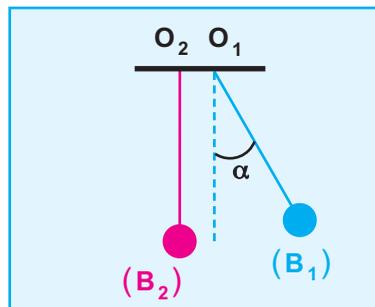
$d\mathcal{E}_c$ et $d\mathcal{W}$ représentent respectivement la variation de l'énergie cinétique entre deux instants t et $t + dt$, et le travail élémentaire de \vec{F} pendant cet intervalle de temps dt .

5. Application du théorème de l'énergie cinétique

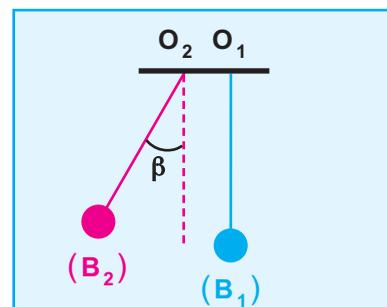
5.1 . Choc élastique et choc inélastique



Doc.7-a



Doc.7-b



Doc.7-c

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE -1

On considère deux pendules (P_1) et (P_2) identiques. Chacun d'eux consiste en une boule de billard (ou en acier) de masse m , accrochée à l'extrémité d'un fil, l'autre extrémité étant fixe. A l'équilibre, les deux boules (B_1) et (B_2) se touchent à peine (**Doc.7-a**). On soulève la boule (B_1) et on l'immobilise dans une position pour laquelle le fil tendu fait un angle α avec la verticale, puis on la libère sans vitesse initiale (**Doc.7-b**). Au passage par la verticale, la boule (B_1) heurte la bille (B_2) et s'immobilise. Sous l'effet du choc, la boule (B_2) s'écarte avec le fil tendu faisant un angle $\beta = \alpha$ avec la verticale (**Doc.7-c**).

Au cours du choc, il y a transfert d'énergie cinétique de la boule (B_1) à la boule (B_2) ayant permis à cette dernière de vaincre le travail résistant de son poids au cours de son mouvement après le choc.

Déterminons l'énergie cinétique \mathcal{E}_c de (B_1) à son passage par la verticale tout juste avant le choc et l'énergie cinétique \mathcal{E}'_c de (B_2) tout juste après le choc.

DÉTERMINATION DE \mathcal{E}_c

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système (B_1) entre l'instant t_1 de sa libération sans vitesse initiale (le fil faisant un angle α avec la verticale) et l'instant t_2 de son passage par la verticale tout juste avant le choc et où son énergie cinétique est \mathcal{E}_c (Doc.8-a).

Les forces exercées sur (B_1) entre ces deux instants sont :

- la tension \vec{T} du fil
- le poids $m\vec{g}$ de la boule (B_1).

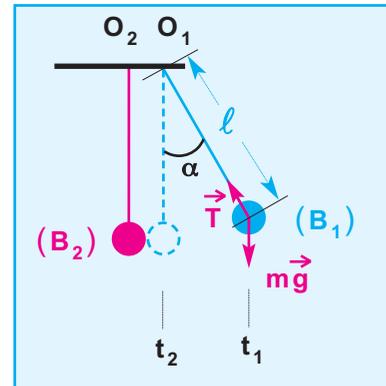
$$\Delta \mathcal{E}_c = \mathcal{W}(m\vec{g}) + \mathcal{W}(\vec{T})$$

$t_1 \rightarrow t_2 \quad t_1 \rightarrow t_2 \quad t_1 \rightarrow t_2$

$\mathcal{W}(\vec{T}) = 0$ car la tension \vec{T} est constamment normale au déplacement ;

$$\Delta \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_c.$$

$$\mathcal{E}_c = m \|\vec{g}\| \ell (1 - \cos\alpha)$$



Doc.8-a

DÉTERMINATION DE \mathcal{E}'_c

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système (B_2) entre l'instant t_3 tout juste après le choc (le fil tendu et occupant la verticale) où son énergie cinétique est \mathcal{E}'_c , et l'instant t_4 (le fil tendu et faisant un angle β avec la verticale) où son énergie cinétique est nulle (Doc.8-b).

Les forces exercées sur (B_2) entre ces deux instants sont :

- la tension \vec{T}' du fil
- le poids $m\vec{g}$ de la boule (B_2).

$$\Delta \mathcal{E}'_c = \mathcal{W}(m\vec{g}) + \mathcal{W}(\vec{T}')$$

$t_3 \rightarrow t_4 \quad t_3 \rightarrow t_4 \quad t_3 \rightarrow t_4$

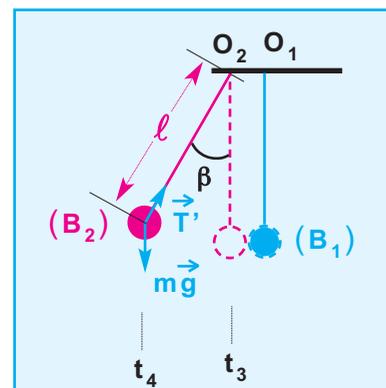
$\mathcal{W}(\vec{T}') = 0$ car la force \vec{T}' est constamment normale au déplacement ;

$$\Delta \mathcal{E}'_c = - \mathcal{E}'_c.$$

$t_3 \rightarrow t_4$

$$- \mathcal{E}'_c = - m \|\vec{g}\| \ell (1 - \cos\beta)$$

$$\mathcal{E}'_c = m \|\vec{g}\| \ell (1 - \cos\beta)$$



Doc.8-b

Comme $\alpha = \beta$, on en déduit que $\mathcal{E}_c = \mathcal{E}'_c$.

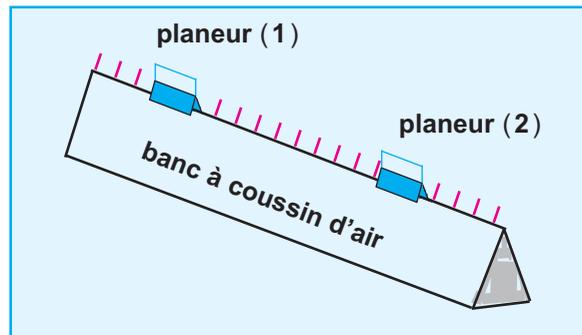
Au cours du choc, le transfert de l'énergie cinétique d'une boule à l'autre s'est effectué sans perte d'énergie; le choc est dit élastique.

Un choc élastique entre deux corps (S_1) et (S_2) conserve l'énergie cinétique du système $\{(S_1) + (S_2)\}$

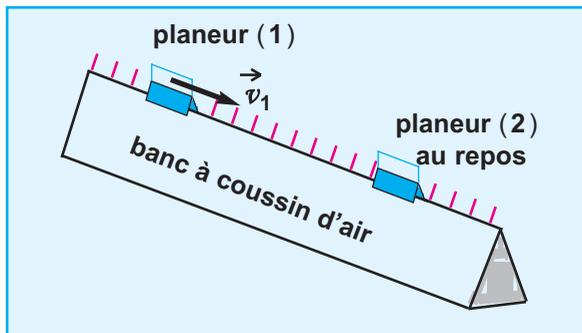
L'énergie cinétique du système $\{(S_1) + (S_2)\}$ tout juste avant le choc est égale à son énergie cinétique tout juste après le choc.

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE -2

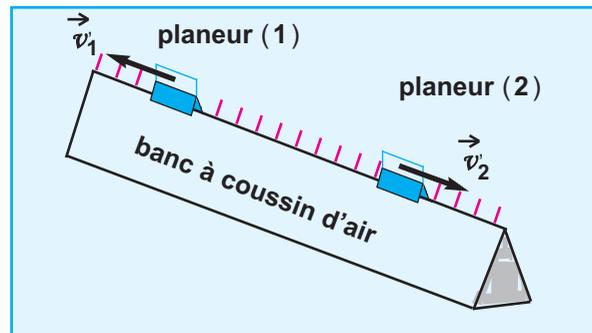
Sur une table à coussin d'air, on réalise un choc entre deux planeurs (1) et (2) de masses respectives $m_1 = 17 \text{ g}$ et $m_2 = 25 \text{ g}$ (**Doc.9- a**). Le planeur (1), animé d'une vitesse \vec{v}_1 , heurte le planeur (2) initialement au repos (**Doc.9- b**), lui communique une vitesse \vec{v}_2 et rebondit avec une vitesse \vec{v}'_1 (**Doc.9- c**).



Doc.9-a



Doc.9-b



Doc.9-c

Les mesures des valeurs des vitesses ainsi que les valeurs calculées des énergies cinétiques avant et après le choc sont consignées dans le tableau suivant :

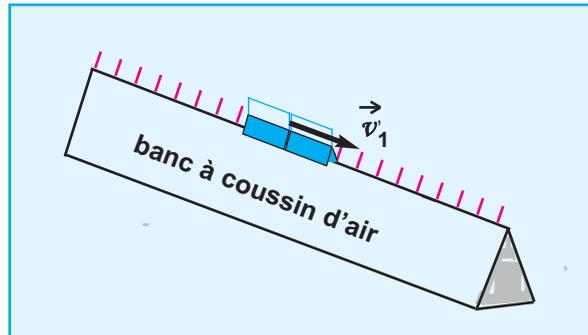
planeur	Vitesse avant le choc en m.s^{-1}	Vitesse après le choc en m.s^{-1}	E_C avant le choc en J	E_C après le choc en J
(1)	1	0,19	$8,5 \cdot 10^{-3}$	$0,3 \cdot 10^{-3}$
(2)	0	0,81	0	$8,2 \cdot 10^{-3}$

Nous constatons que les énergies cinétiques du système formé par les deux planeurs avant et après le choc sont égales.

Le choc conserve l'énergie cinétique, il est dit élastique

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE - 3

Munissons maintenant chacun des deux planeurs d'un ruban adhésif. Le planeur (1) animé de la vitesse \vec{v}_1 heurte le planeur (2) initialement au repos. Après le choc, les deux planeurs s'accrochent et continuent leur mouvement avec une vitesse \vec{v}'_1 (**Doc.9- d**).



Doc.9-d

Les mesures des valeurs des vitesses ainsi que les valeurs calculées des énergies cinétiques des deux planeurs avant et après le choc sont consignées dans le tableau suivant :

planeur	Vitesse avant le choc en m.s ⁻¹	Vitesse après le choc en m.s ⁻¹	\mathcal{E}_c avant le choc en J	\mathcal{E}_c après le choc en J
(1)	1	0,4	$8,5 \cdot 10^{-3}$	$3,84 \cdot 10^{-3}$
(2)	0		0	

On constate que l'énergie cinétique du système formé par les deux planeurs avant le choc est plus grande que son énergie cinétique après le choc.

La diminution de l'énergie cinétique du système des deux planeurs par le travail résistant des forces intérieures.

Le choc ne conserve pas l'énergie cinétique, il est dit inélastique

5.2. Détermination d'une force de liaison

Dans certaines situations, la détermination de la valeur d'une force de liaison, nécessite l'utilisation du théorème de l'énergie cinétique.

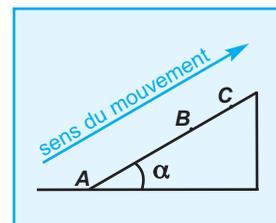
L'exercice suivant permettra cette application.

EXERCICE RÉSOLU

ENONCÉ :

On considère un véhicule de masse $m = 100\text{kg}$ en mouvement sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. Au cours de son mouvement, le véhicule est constamment soumis à des forces de frottements dont la résultante \vec{f} a une valeur constante $\|\vec{f}\| = 100\text{ N}$.

Lorsque le véhicule se déplace, son centre d'inertie G décrit la ligne de plus grande pente. (Doc.11-a)



Doc.11-a

- 1- Sous l'effet d'une force motrice \vec{F} , développée par le moteur et de même direction que la ligne de plus grande pente, le véhicule quitte la position A avec une vitesse nulle et atteint la position B avec une vitesse de valeur $\|\vec{v}_B\| = 20\text{ m.s}^{-1}$.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par le véhicule, calculer la valeur de \vec{F} .

On donne $AB = 100\text{ m}$.

- 2- Arrivé au point B , la force motrice est supprimée et le véhicule continue son mouvement jusqu'au point C où sa vitesse s'annule. Calculer la distance BC .

On donne $\|\vec{g}\| = 9,8\text{ m.s}^{-2}$

SOLUTION

COMMENTAIRE

1- Détermination de la valeur de $\|\vec{F}\|$

- Système : {véhicule}.
- Référentiel : Référentiel terrestre supposé galiléen.
- Les deux états :

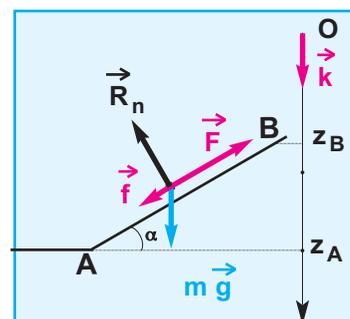
état initial : G en A ; $\mathcal{E}_{C(A)} = 0$

état final : G en B ; $\mathcal{E}_{C(B)} = \frac{1}{2} m v_B^2$ (Doc.11-b)

Comment appliquer le théorème de l'énergie cinétique ?

- 1- Choisir un système
- 2- Définir le référentiel d'étude
- 3- Définir clairement les deux instants (s'aider d'un schéma pour préciser les deux états)
- 4- Dresser le bilan des forces appliquées au système et calculer leurs travaux entre les deux instants considérés
- 5- Formuler et appliquer le théorème

Forces appliquées	Travaux effectués par les forces entre A et B
Le poids $m\vec{g}$	$w_{A \rightarrow B}(m\vec{g}) = m \ \vec{g}\ (z_B - z_A)$ $= -m \ \vec{g}\ AB \sin \alpha$
La réaction normale \vec{R}_n du plan	$w_{A \rightarrow B}(\vec{R}_n) = 0$
La force motrice \vec{F}	$w_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \ \vec{F}\ \cdot AB$
La force de frottement \vec{f}	$w_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -\ \vec{f}\ \cdot AB$



Doc.11-b

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta \mathcal{E}_c = \sum_{A \rightarrow B} w(\vec{F}_{\text{ext}} + \vec{F}_{\text{int}})$$

$$\mathcal{E}_{c(B)} - \mathcal{E}_{c(A)} = -m \|\vec{g}\| AB \sin \alpha + \|\vec{F}\| \cdot AB - \|\vec{f}\| \cdot AB$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = (-m \|\vec{g}\| \sin \alpha + \|\vec{F}\| - \|\vec{f}\|) AB$$

$$\|\vec{F}\| = \frac{\frac{1}{2} m v_B^2}{AB} + \|\vec{f}\| + m \|\vec{g}\| \sin \alpha$$

Application numérique :

$$\|\vec{F}\| = \frac{0,5 \cdot 100 \cdot (20)^2}{100} + 100 + 100 \cdot 9,8 \cdot 0,5$$

$$\|\vec{F}\| = 790 \text{ N}$$

2- Détermination de la distance BC

- Système : {véhicule}.
- Référentiel : Référentiel **terrestre** supposé galiléen.
- Les deux états :

état initial : **G** en **B** ; $\mathcal{E}_{c(B)} = \frac{1}{2} m v_B^2$

état final : **G** en **C** ; $\mathcal{E}_{c(C)} = 0$

Forces appliquées	Travaux effectués par les forces entre A et B
Le poids $m \vec{g}$	$w_{B \rightarrow C}(m \vec{g}) = m \ \vec{g}\ (z_C - z_B)$ $= -m \ \vec{g}\ BC \sin \alpha$
La réaction normale \vec{R}_n du plan	$w_{B \rightarrow C}(\vec{R}_n) = 0$
La force de frottement \vec{f}	$w_{B \rightarrow C}(\vec{f}) = -\ \vec{f}\ \cdot AB$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta \mathcal{E}_c = \sum_{B \rightarrow C} w(\vec{F}_{\text{ext}} + \vec{F}_{\text{int}})$$

$$\mathcal{E}_{c(C)} - \mathcal{E}_{c(B)} = -m \|\vec{g}\| BC \sin \alpha - \|\vec{f}\| \cdot BC$$

$$-\frac{1}{2} m v_B^2 = -(m \|\vec{g}\| \sin \alpha + \|\vec{f}\|) BC$$

$$BC = \frac{\frac{1}{2} m v_B^2}{\|\vec{f}\| + m \|\vec{g}\| \sin \alpha}$$

Application numérique :

$$BC = \frac{0,5 \cdot 100 \cdot (20)^2}{100 + 100 \cdot 9,8 \cdot 0,5}$$

$$BC = 33,9 \text{ m}$$

TRAVAUX PRATIQUES N°1

OBJECTIFS

Vérifier le théorème de l'énergie cinétique.

MATÉRIEL

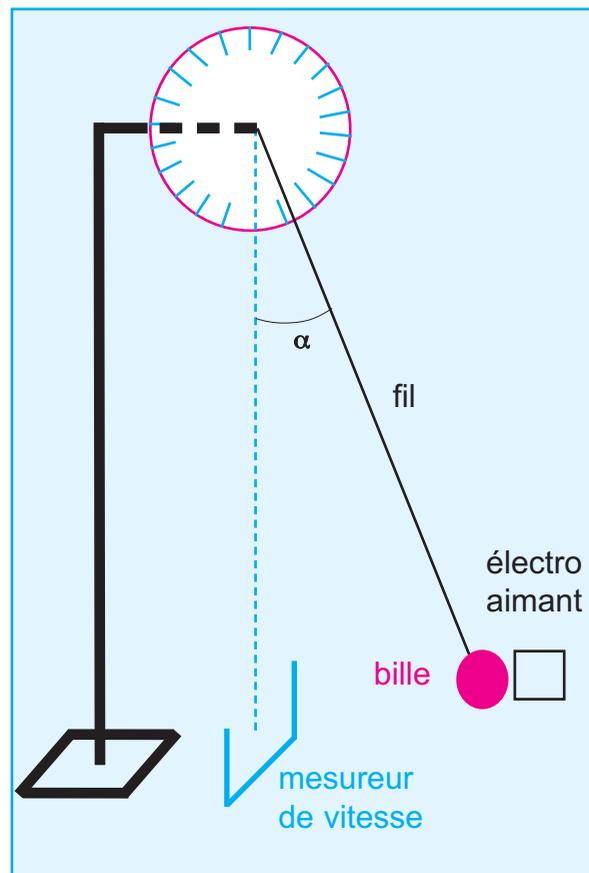
- un pendule formé d'une bille de rayon r d'environ **1cm**, de masse m , attaché à un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur ℓ telle que $\ell + r = 1 \text{ m}$.
- un électro-aimant
- un rapporteur
- un mesureur de vitesse
- un support.

PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

- Réaliser le montage représenté sur la figure ci -contre.
- Ecarter le pendule d'un angle α à partir de la verticale et positionner l'électro-aimant de manière à retenir la bille dans une position telle que le plan formé par la direction du fil et la verticale passe par le milieu des bras du mesureur de vitesse.
- Libérer le pendule en agissant sur l'électro-aimant et noter la valeur de la vitesse.

TABLEAU DE MESURES

α (en degré)	5	10	15	20	25
$\cos\alpha$					
$\ \vec{v}\ (\text{m.s}^{-1})$					
$E_c = \frac{1}{2} m v^2 (\text{J})$					



Doc.12

EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES

- 1 - Tracer le graphe correspondant à $E_c = f(\cos\alpha)$
- 2 - Etude théorique : Etablir l'expression de E_c en fonction de m , $\|\vec{g}\|$, L , d et α .
En déduire la valeur de $\|\vec{g}\|$
On admettra que la bille est libérée par l'aimant sans vitesse initiale.
- 3 - Conclure.

TRAVAUX PRATIQUES N°2

Objectif :

Déterminer la valeur de la force de frottement appliquée à un solide placé sur un plan rugueux et incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal.

Matériel :

- Dispositif pour l'étude d'un solide placé sur un plan incliné
- Matériel d'EXAO : console VTT, capteurs (voir photo 1)
- Un micro-ordinateur compatible PC
- Un logiciel d'exploitation.

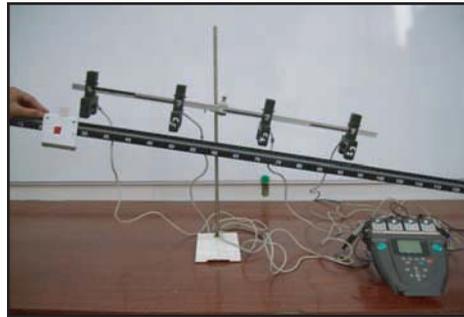
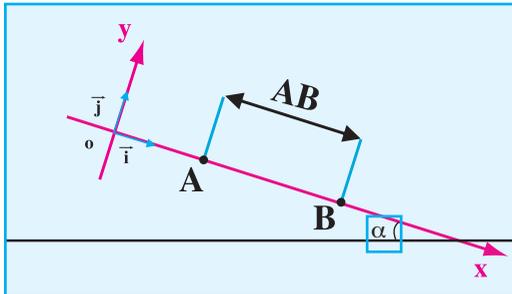


Photo.1

Principe :



Doc.1

Le chariot est abandonné sans vitesse initiale sur le plan incliné (d'angle d'inclinaison α). Son centre d'inertie est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié. Sur l'écran du PC, s'affiche les valeurs de : la distance x (voir document 1), la durée t , la vitesse v et l'énergie cinétique E_c .

- masse du chariot $m=0.135\text{kg}$,
- angle d'inclinaison $\alpha = 10^\circ$

Tableau de mesures

Atelier Scientifique - [Doclab2:1]					
Fichier Edition Insertion Affichage Outils Compte Rendu Fenêtre ?					
x V Ec					
Grd	A	B	C	D	
Unité	t	x	V	Ec	
1	5,88E-01	2,00E-01	5,88E-01	2,33E-02	
2	8,76E-01	4,00E-01	7,98E-01	4,30E-02	
3	1,10E+00	6,00E-01	9,70E-01	6,35E-02	
4					

Exploitation des résultats

- Vérifier que le mouvement est uniformément accéléré et déduire la valeur de l'accélération $\|\vec{a}\|$
- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression de E_c au point B
- la courbe suivante représente la variation de l'énergie cinétique (ΔE_c) en fonction de x :



- Vérifier théoriquement que $E_c (B)$ est de la forme $C.x + D$, donner les significations physiques de C et D et déduire leurs valeurs respectives.
- Déterminer la valeur de la force de frottement.
- Conclure.

L'ESSENTIEL DU COURS

- L'énergie cinétique d'un objet ponctuel de masse m ou d'un solide en mouvement de translation de même masse, animé d'une vitesse \vec{v} est donnée par :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v^2$$

m en kg ; v en $m \cdot s^{-1}$; \mathcal{E}_c en joule.

- L'énergie cinétique d'un solide de masse m dont le centre d'inertie G est animé d'une vitesse \vec{v}_G s'écrit :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v_G^2$$

- L'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est donnée par :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$$

J : moment d'inertie par rapport à un axe de rotation fixe.

$\dot{\theta}$: vitesse angulaire, en $rad \cdot s^{-1}$

REMARQUE : l'énergie cinétique, comme la vitesse, est relative au référentiel d'étude.

ÉNONCÉ DU THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système matériel déformable ou indéformable, entre deux instants t_1 et t_2 quelconques est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures et intérieures au système entre ces deux instants.

$$\Delta_{t_1 \rightarrow t_2} \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_c(t_2) - \mathcal{E}_c(t_1) = \sum_{t_1 \rightarrow t_2} \mathcal{W}(\vec{F}_{ext} + \vec{F}_{int})$$

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

1- Un solide de masse m en mouvement de translation suivant une trajectoire rectiligne inclinée par rapport à l'horizontale ; l'étude du mouvement se fait par rapport à un référentiel terrestre supposé galiléen.

Il est soumis à une force de frottement \vec{f}_d .
A l'instant initial t_1 , il est animé d'une vitesse

\vec{v}_1 et son centre d'inertie se trouve en **A**.

A l'instant t_2 , il est animé d'une vitesse

\vec{v}_2 et son centre d'inertie se trouve en **B**.

a - $\mathcal{E}_c(\mathbf{B}) - \mathcal{E}_c(\mathbf{A}) = \mathcal{W}_{AB}(\vec{f}_d)$

b - $\mathcal{E}_c(\mathbf{B}) - \mathcal{E}_c(\mathbf{A}) = \mathcal{W}_{AB}(\vec{f}_d) + \mathcal{W}_{AB}(\vec{P})$

c - $\mathcal{E}_c(\mathbf{B}) - \mathcal{E}_c(\mathbf{A}) = \mathcal{W}_{AB}(\vec{P})$

d - $\mathcal{E}_c(\mathbf{B}) - \mathcal{E}_c(\mathbf{A}) = \mathcal{W}_{AB}(\vec{R}_n) + \mathcal{W}_{AB}(\vec{P})$

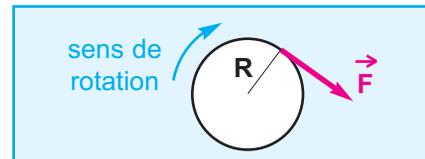
2- Un solide en mouvement de translation de masse m est animé d'une vitesse v et possède une énergie cinétique \mathcal{E}_c .

a - \mathcal{E}_c double si $\|\vec{v}\|$ double, m étant constante.

b - \mathcal{E}_c reste inchangée si m double et $\|\vec{v}\|$ est divisée par 2

c - \mathcal{E}_c double si $\|\vec{v}\|$ double et m est divisée par 2

3- Un disque décrit, à partir du repos, un angle $\Delta\theta$ au cours de son mouvement de rotation autour d'un axe fixe horizontal, sous l'action d'une force \vec{F} tangentielle au disque et de valeur constante au cours du mouvement.



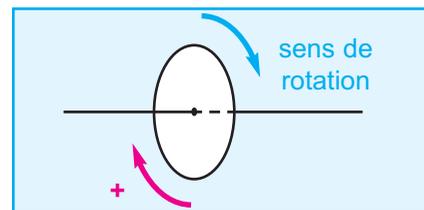
a - \mathcal{E}_c double si $\Delta\theta$ double, $\|\vec{F}\|$ étant constante.

b - \mathcal{E}_c ne change pas si $\Delta\theta$ double et $\|\vec{F}\|$ est divisée par 2

c - \mathcal{E}_c ne change pas si R double et $\Delta\theta$ est divisée par 2

4- Un disque est en mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire $\dot{\theta}_0$.

A l'instant $t = 0$ le disque est soumis à un couple de frottement, de moment \mathcal{M}_f ; l'arrêt a lieu au bout de n tours.



a - $\Delta\theta$ ne change pas si $\dot{\theta}_0$ est divisée par 2 et $|\mathcal{M}_f|$ double.

b - $\Delta\theta$ double si $|\mathcal{M}_f|$ double et $\dot{\theta}_0$ ne change pas

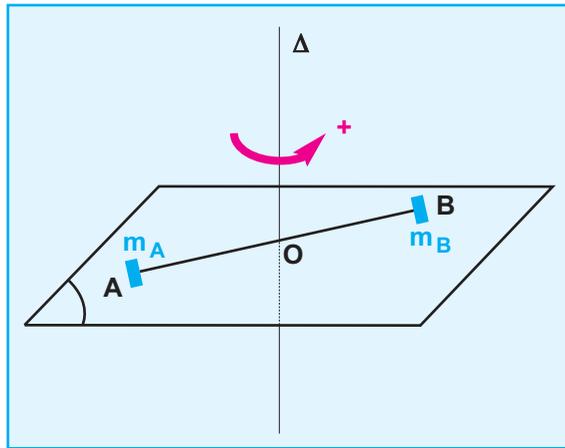
c - $\Delta\theta$ est divisée par 2 si $|\mathcal{M}_f|$ double et $\dot{\theta}_0$ est divisée par 4.

Je sais appliquer mes connaissances ; je sais raisonner

Ex -1- Une barre **AB** horizontale de masse $m = 6 \text{ kg}$, de longueur $AB = 2 \ell = 2 \text{ m}$, est mobile autour d'un axe (Δ) vertical passant par **O** milieu de **AB**. La barre est munie de deux surcharges quasi ponctuelles de masses $m_A = 0,2 \text{ kg}$ et $m_B = 0,4 \text{ kg}$ fixées aux extrémités **A** et **B** (**Doc-13**).

1 - Calculer le moment d'inertie du système {barre, m_A , m_B }.

2 - Sur l'axe de rotation, on applique un couple moteur de moment constant \mathcal{M}_m ; il s'exerce aussi des forces de frottement équivalentes à un couple de moment $\mathcal{M}_f = 0,6 \text{ N.m}$ supposé constant. La barre initialement immobile est lancée par le moteur à la vitesse de rotation de **360 tours.min⁻¹** ; cette vitesse est atteinte au bout de **250 tours**. Calculer le moment du couple moteur en justifiant le signe de \mathcal{M}_m .



Doc.13

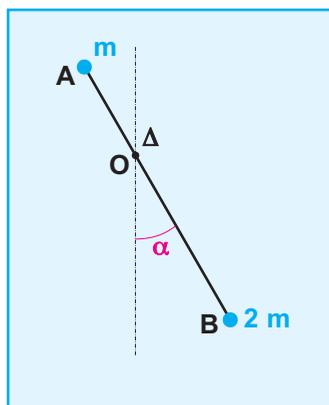
Ex-2- Aux extrémités **A** et **B** d'une tige de masse négligeable sont fixées des masses ponctuelles : m en **A** et $2 m$ en **B**, cette tige peut osciller dans un plan vertical, autour d'un axe horizontal (**O**, Δ); $OA = \ell$, $OB = 2 \ell$ (**Doc- 14**).

1 - Déterminer la position du centre d'inertie de l'ensemble des deux masses.

2 - Pour $\alpha = 90^\circ$, le pendule est abandonné sans vitesse initiale. Calculer la vitesse angulaire du système {(A), (B)} lorsque le pendule passe par sa position d'équilibre.

On négligera les forces de frottements.

Données :
 $\|\vec{g}\| = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$
 $\ell = 60 \text{ cm}$.

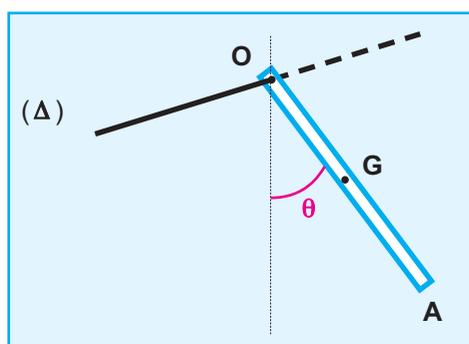


Doc.14

Ex-3- Une barre homogène **OA** est mobile sans frottement autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son extrémité **O**. Sa masse est $m = 1,2 \text{ kg}$, sa longueur $\ell = 80 \text{ cm}$ et son moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ) est $J_{\Delta} = \frac{1}{3} m \ell^2$

La barre étant initialement dans sa position d'équilibre stable, on lui communique une vitesse angulaire θ_0 .

La barre tourne alors autour de l'axe (Δ), dans un plan vertical. Sa position est repérée par l'angle θ qu'elle fait avec la verticale (**Doc-15**).



Doc.15

1 - Déterminer la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ de la barre en fonction de θ , de θ_0 et des autres paramètres caractérisant le système.

2 - Calculer l'écart maximal θ_m pour

$$\dot{\theta}_0 = 3,3 \text{ rd.s}^{-1}$$

3.- Quelle doit être la valeur minimale de θ_0 pour que la barre fasse un tour complet ?

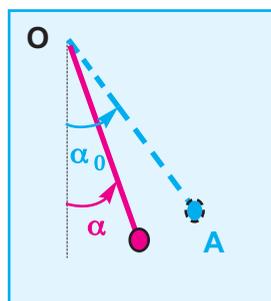
Données :

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

Ex-4- Un pendule simple est formé d'une boule (**S**), de masse $m = 100 \text{ g}$, fixée à l'extrémité **A** d'un fil **OA**, de masse négligeable et dont l'extrémité **O** est attachée à un point fixe. La boule est supposée ponctuelle et la distance qui sépare le point de suspension **O** du fil au centre d'inertie **G** de la boule est ℓ .

On écarte le pendule d'un angle α_0 de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale.

Une position quelconque du pendule au cours de son mouvement est repérée par l'angle α que fait la direction du fil tendu avec la verticale (**Doc-16-a**).



Doc.16-a

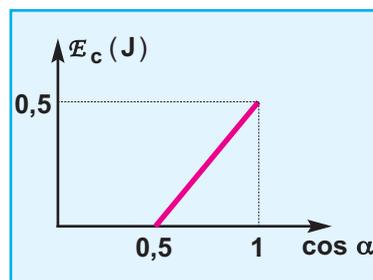
Le diagramme de l'énergie cinétique de la boule (**B**) en fonction de $\cos \alpha$ est porté sur le document **16-b**.

1 - Etablir, pour une position quelconque du pendule, l'expression de l'énergie cinétique de la boule en fonction de m , ℓ , α , α_0 et $\|\vec{g}\|$.

2 - En exploitant le diagramme du document **16**, déterminer :

- la valeur de la longueur ℓ
- la valeur de α_0
- la valeur de la vitesse de la boule à son passage par la position d'équilibre.

Données : $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$



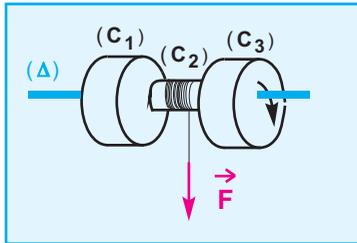
Doc.16-b

Ex-5- Un volant homogène est constitué de trois cylindres pleins (C_1), (C_2), (C_3), de même axe (Δ), solidaires les uns des autres, disposés comme l'indique le schéma du document 17-a.

Les cylindres (C_1) et (C_3) sont identiques, de même masse M et de rayon R ; le cylindre (C_2) a pour rayon r et pour masse m .

- 1 - Calculer le moment d'inertie J du volant par rapport à l'axe (Δ).
- 2 - On enroule autour de (C_2) un fil inextensible et de masse négligeable telle qu'une extrémité du fil est fixée à un point de la surface de (C_2).

Le volant, initialement au repos, est lancé en tirant sur l'autre extrémité du fil avec une force \vec{F} constante, orthogonale à l'axe (Δ).



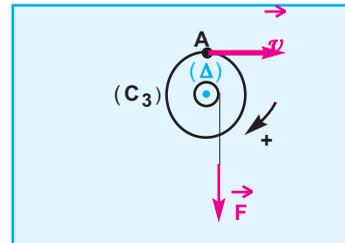
Doc.17-a

L'action de \vec{F} cesse quand le volant a effectué n tours à partir du repos.

- a - Exprimer, le travail de la force \vec{F} au cours de la phase de lancement en fonction de $\|\vec{F}\|, r$ et de n .
- b - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système {volant}, déterminer la vitesse angulaire du volant à la fin de la phase de lancement.
- c - Calculer à cet instant, la valeur de la vitesse acquise par un point A situé à la périphérie du cylindre (C_3) (Doc-16-b).

Données :

$$\|\vec{F}\| = 10 \text{ N}, \quad M = 1 \text{ kg}, \quad R = 5 \text{ cm}, \\ r = 1,5 \text{ cm}, \quad m = 0,1 \text{ kg}, \quad n = 5 \text{ tours}.$$



Doc.17-b

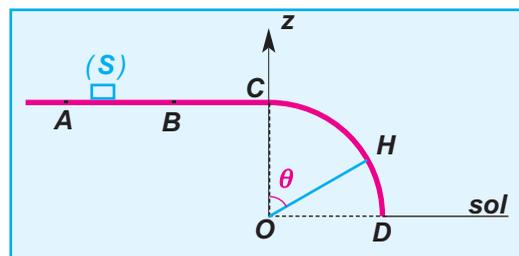
Ex 6- Un chariot (S) de masse $M = 10 \text{ kg}$ est placé sur des rails disposés suivant une trajectoire ($ABCD$) contenue dans un plan vertical et composée :

- d'une portion rectiligne horizontale (ABC) telle que $AB = 0,5 \text{ m}$
- d'une portion circulaire (CD) de rayon r et de centre O pris comme origine de l'axe vertical Oz passant par C (Doc.18-a).

Dans tout l'exercice, on supposera tout type de frottement négligeable.

Des sportifs entrent en compétition en se prêtant au jeu suivant : un sportif exerce sur (S), initialement au repos en A , une force \vec{F} horizontale et constante tout le long du trajet (AB) afin de lui imprimer une vitesse \vec{v}_B en B .

Arrivé en C avec une vitesse $\vec{v}_C = \vec{v}_B$, le chariot suit le trajet circulaire qu'il quitte en une position H telle que l'angle (\vec{OC}, \vec{OH}) = θ .



Doc.18-a

1- Mouvement suivant le trajet (AB) .

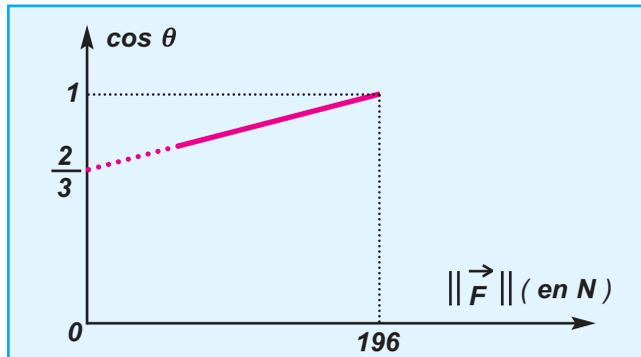
- a - Représenter les forces que nous supposons être appliquées au centre d'inertie **G** du chariot
- b - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par le chariot, montrer que la valeur

de la vitesse \vec{v}_B s'écrit :

$$\|\vec{v}_B\| = \sqrt{\frac{2 \|\vec{F}\| \cdot \|\vec{AB}\|}{M}}$$

2- Mouvement suivant le trajet circulaire (CD)

Pour chaque sportif participant à la compétition, on note la valeur de \vec{F} et l'angle θ correspondant à la position **H** où le chariot quitte les rails entre **C** et **D**.



Doc.18-b

Ceci permet de tracer la courbe

$$\cos \theta = f(\|\vec{F}\|) \text{ (Doc.18-b).}$$

- a - Représenter le(s) force(s) s'exerçant sur (**S**) au point **H**

- b - En appliquant au point **H** le théorème du centre d'inertie au système (**S**) montrer que $v_H^2 = \|\vec{g}\| \cdot r \cdot \cos \theta$

- c - Montrer que

$$\cos \theta = \left(\frac{2 \|\vec{AB}\|}{3M \|\vec{g}\| r} \right) \cdot \|\vec{F}\| + \frac{2}{3}$$

- d - déduire la valeur de r sachant que

$$\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$$

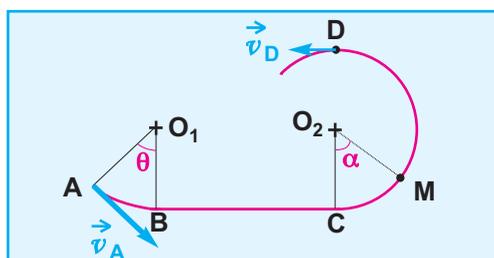
Ex 7- On étudie le mouvement du centre d'inertie **G** d'un solide de masse $m = 0,5 \text{ kg}$ glissant sur une piste (**ABCD**) (Doc.19-a).

- la partie **AB** est un arc de cercle de rayon r et telle que $(\vec{O}_1\vec{A}, \vec{O}_1\vec{B}) = \theta = 60^\circ$.
- la partie **BC** est rectiligne et horizontale de longueur $\ell = 1 \text{ m}$.
- la partie **CD** est un demi-cercle de rayon r .

- seule la partie **BC** présente des frottements équivalents à une force constante .

- 1 - a - Donner les expressions littérales exprimant les travaux des forces extérieures s'exerçant sur le solide cours du trajet (**ABCD**)

- b - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir que $v_D^2 = v_A^2 + b$; b sera exprimée en fonction des paramètres de l'exercice .



Doc.19-a

- 2 - Deux mesureurs de vitesse sont placés en **A** et **D** et permettent de mesurer les valeurs des vitesses \vec{v}_A et \vec{v}_D . Ainsi on trace la courbe (Doc.19-b). $v_D^2 = f(v_A^2)$

En déduire la valeur de $\|\vec{f}\|$.

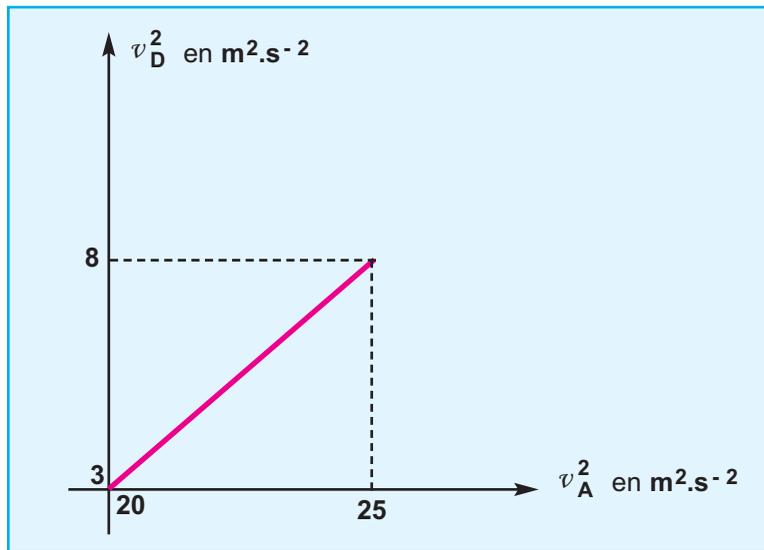
- 3 - Établir l'expression de la valeur de la réaction \vec{R}_1 exercée par la portion de piste **CD** sur le

solide en un point entre **C** et **D** défini par $\alpha = (\vec{O}_2\vec{C}, \vec{O}_2\vec{M})$

en fonction de m , $\|\vec{g}\|$, r , α et sa vitesse $\|\vec{v}\|$ en ce point.

- 4 - Quelle est la valeur minimale de la vitesse

$\|\vec{v}_A\|$ pour que le solide atteigne le point **D**.



Doc.19-b

MOUVEMENT DANS LES CHAMPS



Accélérateur d'électrons "Van de Graff" est instrument qui utilise des champs électriques pour amener ces particules à des grandes vitesses.

- * **Mouvement dans un champ électrique uniforme**
- * **Mouvement dans un champ magnétique uniforme**

PREREQUIS :

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ol style="list-style-type: none">1. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique2. Enoncer le théorème du centre d'inertie3. définir le travail d'une force4. Définir le champ électrique uniforme5. Enoncer la loi de Coulomb6. reconnaître une force7. Définir le champ magnétique uniforme.	<ol style="list-style-type: none">1. Appliquer la relation fondamentale de la dynamique.2. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique.3. distinguer les caractéristiques de la force de Laplace.4. utiliser l'oscilloscope.

10.

Mouvement dans un champs électrique uniforme

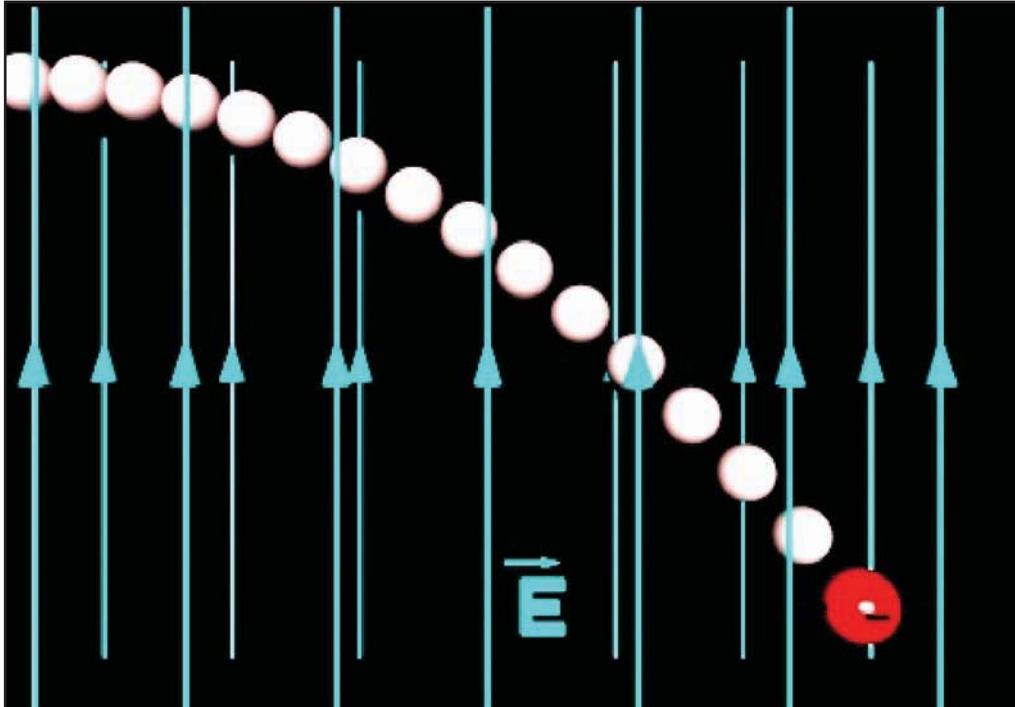


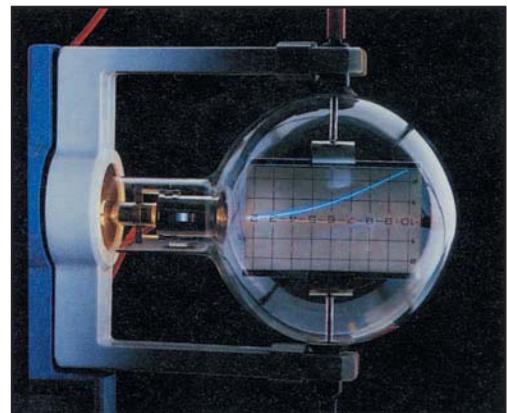
Photo.1

Modélisation de la trajectoire d'un électron dans un champ électrique uniforme

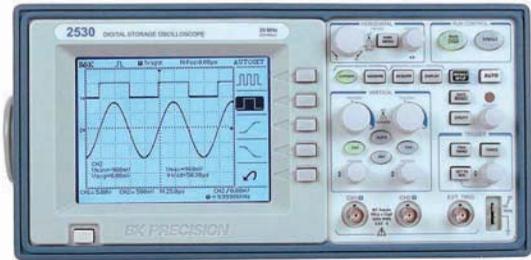
OBJECTIFS

- Calculer le travail d'une force électrique.
- Appliquer l'expression du travail d'une force électrique :

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$
- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.



Trajectoire d'un faisceau d'électrons dans un champ électrique uniforme



Dans un oscilloscope, c'est l'impact d'un faisceau d'électrons sur l'écran qui permet de visualiser le tracé d'une tension variable $u(t)$; mais comment accélère-t-on des électrons pour obtenir un faisceau et comment le dévie-t-on ?

1- RAPPEL : LE VECTEUR ACCELERATION

1-1- EXEMPLE ET FORCES APPLIQUEES

Soit une particule de masse m et de charge q , en mouvement dans une région où règne un champ électrique uniforme par rapport au référentiel terrestre.

La particule est soumise aux deux forces suivantes :

- Le poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
- La force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$

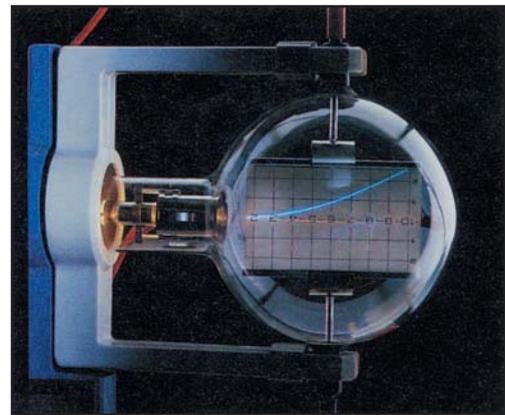
Pour le cas d'un électron, placé dans le champ électrique mis en oeuvre dans le dispositif ci-contre; les valeurs possibles de $\|\vec{E}\|$ sont comprises entre 10^4 V.m^{-1} et 10^5 V.m^{-1}

La valeur du poids d'un électron est $\|\vec{P}\| = 9,1 \cdot 10^{-30} \text{ N}$

La valeur de la force que subit un électron est $\|\vec{F}\| = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5 = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ N}$.

Le rapport des valeurs de $\|\vec{P}\|$ et de $\|\vec{F}\|$ est $\frac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F}\|} = 5,7 \cdot 10^{-16}$;

d'où : $\|\vec{F}\| = 17 \cdot 10^{14} \cdot \|\vec{P}\|$



Le poids de la particule chargée est négligeable par rapport à la force électrique qu'il subit.

1-2- RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

L'application de la relation fondamentale de la dynamique à la particule chargée s'écrit :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \text{d'où} \quad \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$$

Le poids est négligeable devant la force électrique et $\vec{F} = q\vec{E}$

$$q\vec{E} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

Le vecteur accélération \vec{a} d'une particule chargée en mouvement dans une région d'influence d'un champ électrique uniforme est constant.

Le vecteur accélération \vec{a} dépend de la masse et de la charge de la particule et il est colinéaire au vecteur champ électrique \vec{E} .

2. Travail d'une force électrique

2.1 . Travail élémentaire d'une force électrique dans un champ électrique uniforme

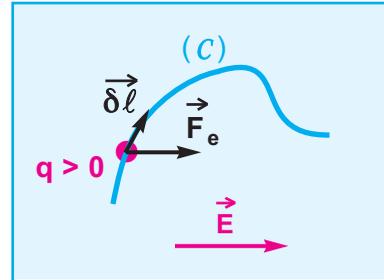
Considérons une charge ponctuelle q positive se trouvant dans une région où règne un champ électrique uniforme \vec{E} . La force électrique $\vec{F}_e = q \vec{E}$ est constante.

Considérons la charge q en mouvement suivant une trajectoire (C) quelconque dans le champ électrique uniforme \vec{E} .

Décomposons la trajectoire (C) en une succession de petits tronçons qui peuvent être assimilés à des segments rectilignes qu'on appellera déplacements élémentaires ; un déplacement élémentaire est noté $\vec{\delta l}$ (*Doc.1*).

Le travail de la force électrique \vec{F}_e le long de $\vec{\delta l}$, appelé travail élémentaire et noté $\delta \mathcal{W}(\vec{F}_e)$, est défini par :

$$\delta \mathcal{W}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{\delta l}$$



Doc.1

2.2 . Travail d'une force électrique dans un champ électrique uniforme

Le travail de la force électrique \vec{F}_e le long du trajet (C) est égal à la somme des travaux élémentaires de cette force le long des déplacements élémentaires supposés rectilignes

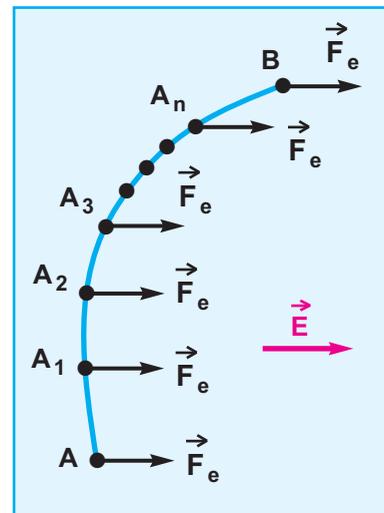
$\vec{AA}_1, \vec{A_1A_2}, \vec{A_2A_3}, \dots, \vec{A_nB}$ (*Doc.2*).

Calculons la somme des travaux élémentaires de la force électrique \vec{F}_e :

$$\begin{aligned} \mathcal{W}(\vec{F}_e) &= \sum_{A \rightarrow B} \delta \mathcal{W}(\vec{F}_e) = \sum_A \vec{F}_e \cdot \vec{\delta l} \\ &= \vec{F}_e \cdot \vec{AA_1} + \vec{F}_e \cdot \vec{A_1A_2} + \vec{F}_e \cdot \vec{A_2A_3} + \dots + \vec{F}_e \cdot \vec{A_nB} \\ &= \vec{F}_e \cdot (\vec{AA_1} + \vec{A_1A_2} + \vec{A_2A_3} + \dots + \vec{A_nB}) \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\mathcal{W}(\vec{F}_e)_{A \rightarrow B} = \vec{F}_e \cdot \vec{AB} = q \vec{E} \cdot \vec{AB}$$

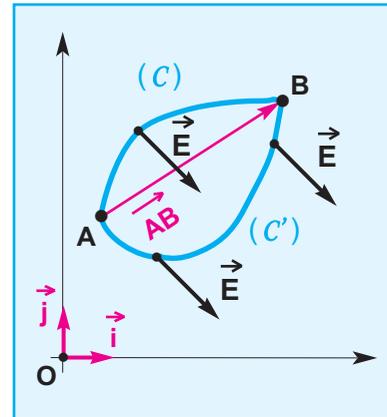


Doc.2

CONCLUSION

Le travail de la force électrique s'exerçant sur une charge ponctuelle q qui se déplace dans un champ électrique uniforme \vec{E} est indépendant du chemin suivi ; il ne dépend que des positions du point de départ A et du point d'arrivée B dans le champ électrique (Doc.3) :

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{AB} = q \vec{E} \cdot \vec{AB}$$



2.3 . Notion de différence de potentiel

Considérons un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) dans la région de l'espace où règne le champ électrique uniforme \vec{E} (Doc.3), dans ce repère le vecteur \vec{AB} s'écrit :

$$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} \vec{E} \cdot \vec{AB} &= \vec{E} \cdot (\vec{OB} - \vec{OA}) \\ &= \vec{E} \cdot \vec{OB} - \vec{E} \cdot \vec{OA} \\ &= (-\vec{E} \cdot \vec{OA}) - (-\vec{E} \cdot \vec{OB}) \end{aligned}$$

DÉFINITION :

Le produit scalaire $(-\vec{E} \cdot \vec{OA})$ est appelé potentiel électrique du point A se trouvant dans l'espace où règne le champ électrique uniforme, on le note V_A ; le produit scalaire $(-\vec{E} \cdot \vec{OB})$ est appelé potentiel électrique du point B se trouvant dans l'espace où règne le champ électrique uniforme, on le note V_B .

LA DIFFÉRENCE DE POTENTIAL ÉLECTRIQUE :

La différence $(V_A - V_B)$ est appelée **différence de potentiel électrique** entre les points A et B . Ainsi, le produit scalaire $\vec{E} \cdot \vec{AB}$ est égal à la différence de potentiel électrique $(V_A - V_B)$ entre les points A et B :

$$\vec{E} \cdot \vec{AB} = (V_A - V_B)$$

avec $V_A = -\vec{E} \cdot \vec{OA}$

et $V_B = -\vec{E} \cdot \vec{OB}$.

UNITÉ :

L'unité du potentiel électrique est le **volt (V)**.

Doc.3 :

$$\mathcal{W}_{(C)}(\vec{F}_e) = \mathcal{W}_{(C')}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{AB}$$

d - EXPRESSION DU TRAVAIL DE LA FORCE ÉLECTRIQUE :

L'expression du travail d'une force électrique s'exerçant sur une charge électrique ponctuelle q se déplaçant dans un champ électrique uniforme \vec{E} d'un point A porté à un potentiel électrique V_A vers un point B porté à un potentiel électrique V_B peut s'écrire :

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q \vec{E} \cdot \vec{AB} = q (V_A - V_B)$$

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q (V_A - V_B)$$

travail $\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e)$ s'exprime en joule (J)

e - REMARQUES :

- Le joule est le travail développé par une charge de 1C se déplaçant entre deux points d'un champ électrique, entre lesquels existe une d.d.p de 1V.
- La différence de potentiel électrique ($V_A - V_B$) est égale à la différence entre le potentiel électrique du point de départ A et le potentiel électrique du point d'arrivée B .
- La différence de potentiel électrique peut être abrégée par **d.d.p.** électrique.
- La tension électrique U_{AB} entre deux points A et B est la différence de potentiel électrique ($V_A - V_B$) entre ces deux points : $U_{AB} = (V_A - V_B)$.

L'ÉLECTRON-VOLT :

Lorsqu'on exprime en **joule** le travail de la force électrique s'exerçant sur une charge ponctuelle, le résultat présente une valeur numérique trop faible ; on utilise alors une autre unité plus appropriée : l'**électron-volt (eV)**

L'électron-volt est égal au travail d'une force électrique appliquée à une particule qui porte la charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et qui se déplace entre deux points entre lesquels existe une **d.d.p.** de **1 Volt** :

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

2.4 . Relation entre la valeur du champ électrique uniforme et la différence de potentiel électrique

Un champ électrique uniforme est établi dans la région de l'espace entre deux plaques (P_1) et (P_2) parallèles et portées respectivement aux potentiels électriques $V_{(P_1)}$ et $V_{(P_2)}$ tels que $V_{(P_2)}$ soit inférieur à $V_{(P_1)}$.

Considérons deux points **A** et **B** de la région où règne le champ électrique (**Doc.4**), et établissons l'expression du produit scalaire $\vec{E} \cdot \vec{AB}$:

Dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on a :

$$\vec{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j} \text{ et } \vec{E} = E \vec{i},$$

D'où, $\vec{E} \cdot \vec{AB} = E (x_B - x_A)$.

Or $\vec{E} \cdot \vec{AB} = V_A - V_B$, par conséquent :

$$E \cdot (x_B - x_A) = V_A - V_B \text{ d'où l'expression}$$

$$E = \frac{(V_A - V_B)}{x_B - x_A} = \frac{U_{AB}}{x_B - x_A}$$

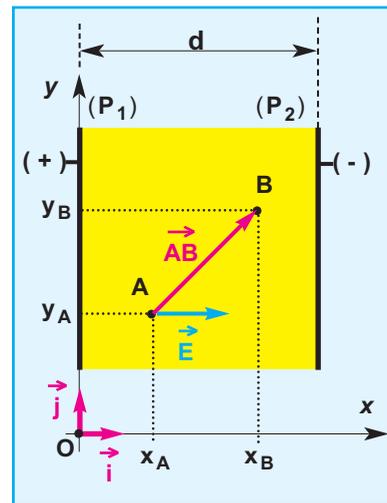
Lorsque les points **A** et **B** sont respectivement sur les plaques (P_1) et (P_2), la différence de potentiel entre ces deux points devient $(V_{(P_1)} - V_{(P_2)}) = U_{P_1P_2}$.

En désignant par **d** l'écartement des plaques (P_1) et (P_2), on a alors $d = |x_B - x_A|$.

Le champ électrique étant uniforme, sa valeur $\|\vec{E}\|$ est constante et vérifie :

$$\|\vec{E}\| = \frac{|U_{P_1P_2}|}{d} = \frac{|U_{AB}|}{|x_B - x_A|}$$

Cette relation permet de calculer la différence de potentiel électrique entre deux points quelconques situés entre les plaques qui délimitent le champ électrique uniforme.



Doc.4

2.5 . Sens du champ électrique

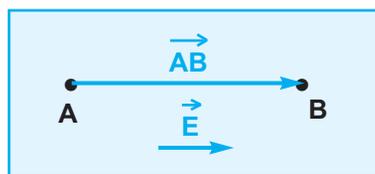
Supposons pour simplifier que \vec{E} et \vec{AB} ont la même direction.

● Si $V_A > V_B$, $(V_A - V_B) > 0$, ce qui équivaut à dire que $\vec{E} \cdot \vec{AB} > 0$, ce qui implique que \vec{E} a le même sens que \vec{AB}

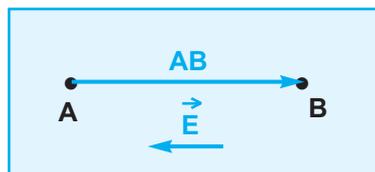
(**Doc.5-a**) ; par conséquent, \vec{E} est dirigé du point **A** porté au potentiel électrique V_A le plus élevé vers le point **B** porté au potentiel électrique V_B le moins élevé.

● Si $V_B > V_A$ alors $(V_A - V_B) < 0$ ce qui équivaut à dire que $\vec{E} \cdot \vec{AB} < 0$, ce qui implique que \vec{E} a le sens contraire de \vec{AB}

(**Doc.5-b**), par conséquent, \vec{E} est dirigé du point **B** porté au potentiel électrique V_B le plus élevé vers le point **A** porté au potentiel électrique V_A le moins élevé.



Doc.5-a



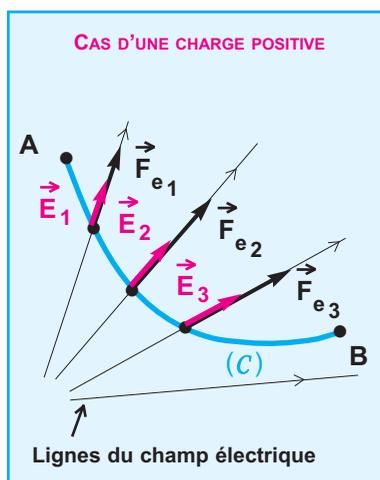
Doc.5-b

Le champ électrique est dirigé
dans le sens des potentiels décroissants

2.6 . Généralisation : Champ électrique quelconque

On montre que dans un champ électrique quelconque (**Doc.6**), le travail de la force électrique \vec{F}_e s'exerçant sur une charge ponctuelle q est indépendant du chemin suivi, il ne dépend que des potentiels électriques des points de départ et d'arrivée.

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q (V_A - V_B)$$



Doc.6

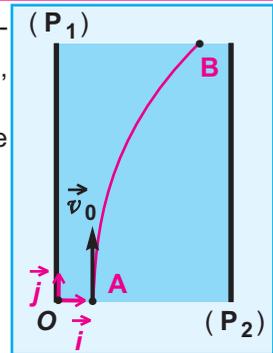
CHAMP ÉLECTRIQUE QUELCONQUE

Un champ électrique est quelconque lorsqu'il n'est pas uniforme, ses caractéristiques (direction, sens, valeur) changent d'un point à l'autre dans la région de l'espace où il règne.

EXERCICE RÉSOLU N° 1

ENONCÉ :

Entre deux plaques (P_1) et (P_2), distantes de $d = 2 \text{ cm}$, est appliquée une tension $U_{P_1P_2} = 10 \text{ V}$. Une charge ponctuelle q de valeur absolue $3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, pénètre par le point A et décrit une trajectoire curviligne (AB) (Doc.7). Au cours de son mouvement, on négligera l'effet du poids de la particule chargée.



Doc.7

- 1 - a- Quelle est la nature du champ électrique \vec{E} qui règne entre les deux plaques ?
- b- Déterminer les caractéristiques de \vec{E} .
- c- En déduire le signe de la charge q .
- 2 - Etablir l'expression de la d.d.p. U_{AB} et la calculer sachant que $(x_B - x_A) = 1 \text{ cm}$.
- 3 - Calculer le travail de la force électrique qui s'exerce sur la charge ponctuelle au cours de son déplacement le long de (AB) en **joule** puis en **électron-volt**.

SOLUTION

COMMENTAIRE

1 - a- Nature du champ électrique \vec{E}

Champ électrique uniforme.

-b- Caractéristiques de \vec{E}

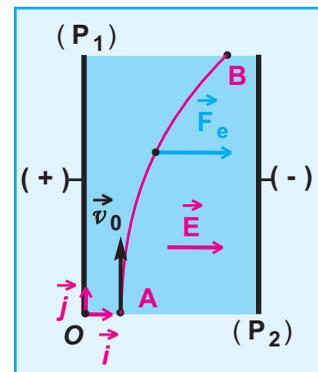
- Direction : perpendiculaire aux plaques (P_1) et (P_2).
- Sens : suivant les potentiels décroissants, c'est-à-dire de (P_1) vers (P_2).

- Valeur : $\|\vec{E}\| = \frac{U_{P_1P_2}}{d}$

Application numérique : $\|\vec{E}\| = 500 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

-c- Signe de la charge q

La force électrique qui s'exerce sur la charge est $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$, elle a même direction que \vec{E} donc perpendiculaire aux plaques. D'après le sens de la déviation, on peut conclure que \vec{F}_e et \vec{E} ont même sens, donc $q > 0$ (Doc.8).



Doc.8

2 - Expression de la d.d.p. U_{AB}

$U_{AB} = \vec{E} \cdot \vec{AB}$; dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}), on a $\vec{E} = E \vec{i} = + \|\vec{E}\| \vec{i}$
 et $\vec{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$, alors :

$U_{AB} = \|\vec{E}\| \vec{i} \cdot [(x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}]$

$U_{AB} = \|\vec{E}\| (x_B - x_A)$

Application numérique : $U_{AB} = 500 \cdot 0,01 = 5 \text{ V}$.

$U_{AB} = 5 \text{ V}$

On remarque que seules les abscisses selon l'axe perpendiculaire aux plaques figurent dans la formule de la d.d.p. U_{AB} .

3 - Calcul du travail de la force électrique

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q(V_A - V_B)$$

Application numérique : $\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

Calcul du travail en électron-volt : $\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = \frac{1,6 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 10 \text{ eV}$

$$\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = 10 \text{ eV}$$

3 . Accélération d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

3.1 . Dispositif expérimental

Deux plaques (P_1) et (P_2) distantes de d , entre lesquelles on applique une tension continue positive $U_{P_1P_2} = (V_{(P_1)} - V_{(P_2)})$, sont placées dans une ampoule où règne un vide poussé (**Doc.9**). Les plaques (P_1) et (P_2) comportent respectivement les orifices (O_1) et (O_2) qui sont disposés tels que la droite

(O_1O_2) soit parallèle au vecteur champ électrique uniforme \vec{E} (**Doc.10**).

Un dispositif approprié permet d'injecter des particules assimilables à des corps ponctuels ayant chacune une charge q **positive** et une vitesse pratiquement nulle au voisinage de l'orifice (O_1).

Dans l'espace délimité par les deux plaques règne un champ électrique uniforme ; de ce fait, chaque particule est soumise à une force électrique constante $\vec{F}_e = q \vec{E}$.

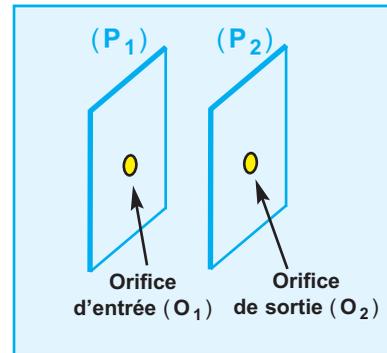
3.2 . Etude dynamique

On supposera que la valeur du poids \vec{P} de la particule est négligeable devant celle de la force électrique \vec{F}_e .

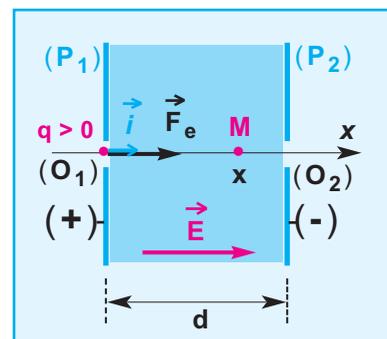
Dans un référentiel terrestre supposé galiléen, on applique la deuxième loi de Newton au système constitué par la particule conformément à la description du document 10.

$\vec{F}_e = m \vec{a}$, la masse m et \vec{F}_e sont constants, donc \vec{a} est constant et de même sens que \vec{F}_e , comme la vitesse initiale \vec{v}_0 est nulle alors

le mouvement de la particule est rectiligne uniformément accéléré.



Doc.9



Doc.10

Etablissons l'expression de la valeur algébrique de l'accélération \vec{a} dans le repère (\mathbf{O}, \vec{i}) :

$$\text{On a } \vec{F}_e = m \vec{a} \text{ qui est équivalent à } q \vec{E} = m \vec{a}$$

Or, $\vec{a} = a \vec{i}$ et $\vec{E} = E \vec{i}$, donc :

$$q E \vec{i} = m a \vec{i}, \text{ c'est-à-dire } q E = m a.$$

$$\text{On sait que } E = \frac{U_{P_1P_2}}{x_2 - x_1},$$

x_1 et x_2 étant respectivement les abscisses de (O_1) et (O_2) ;

$$\text{d'où : } \frac{q U_{P_1P_2}}{x_2 - x_1} = m a$$

par conséquent :

$$a = \frac{q U_{P_1P_2}}{m (x_2 - x_1)}$$

$x_2 - x_1 > 0$, $q > 0$ et $U_{P_1P_2} > 0$, donc la valeur algébrique de l'accélération est positive.

DÉTERMINATION DE LA VITESSE DE SORTIE DE LA PARTICULE EN (O_2)

PREMIÈRE MÉTHODE :

Puisque le mouvement est rectiligne uniformément accéléré, on peut appliquer la relation entre les carrés des vitesses v_1 et v_2 aux points O_1 et O_2 et leurs abscisses x_1 et x_2 .

$v_2^2 - v_1^2 = 2 a (x_2 - x_1)$, or $v_1 = 0$ et $x_2 - x_1 = d$, alors :

$$v_2^2 = 2 \frac{q U_{P_1P_2}}{m d} \quad d = \frac{2 q}{m} U_{P_1P_2}$$

$$\text{d'où : } \|\vec{v}_{(O_2)}\| = \sqrt{\frac{2 q}{m} U_{P_1P_2}}$$

$q > 0$ et $U_{P_1P_2} > 0$, on peut alors écrire que :

$$q U_{P_1P_2} = |q| |U_{P_1P_2}| \quad ; \text{ par conséquent :}$$

$$\|\vec{v}_{(O_2)}\| = \sqrt{|U_{P_1P_2}|} \sqrt{\frac{2|q|}{m}}$$

La charge q et la masse m de la particule sont constantes ; alors, on conclut que :

A sa sortie d'un champ électrique uniforme, la particule a une vitesse de valeur proportionnelle à la racine carrée de la valeur absolue de la tension accélératrice.

DEUXIÈME MÉTHODE :

On va retrouver le résultat précédent en appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par la particule entre l'instant d'entrée, sans vitesse, par l'orifice (O_1) et l'instant de sortie par l'orifice (O_2) animé

d'une vitesse $\vec{v}(O_2)$.

$$\Delta \mathcal{E}_c_{(O_1) \rightarrow (O_2)} = \mathcal{E}_{c_2} - \mathcal{E}_{c_1} = \mathcal{W}_{(O_1) \rightarrow (O_2)}(\vec{F}_e)$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - 0 = q U_{P_1 P_2},$$

d'où : $\frac{1}{2} m v_2^2 = |q| |U_{P_1 P_2}|$

par conséquent : $\|\vec{v}(O_2)\| = \sqrt{\frac{2|q|}{m} |U_{P_1 P_2}|}$

REMARQUES :

- Considérons le cas où la particule, assimilable à un corps ponctuel, a une charge q **négative** et une vitesse pratiquement nulle au voisinage de l'orifice (O_1) ; pour que cette particule ait un mouvement rectiligne uniformément accéléré il faut appliquer aux bornes des plaques (P_1) et (P_2) une tension $U_{P_1 P_2}$ **négative** (*Doc.11*).

On constate de nouveau que la charge q et la tension $U_{P_1 P_2}$ sont de même signe, ce qui nous permet d'écrire que :

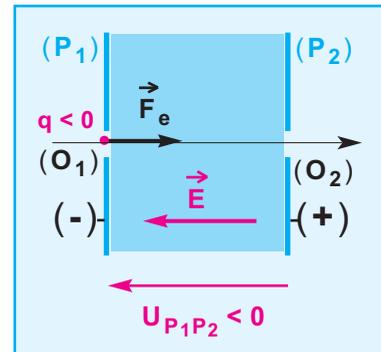
$$q U_{P_1 P_2} = |q| |U_{P_1 P_2}| .$$

Donc : $\|\vec{v}(O_2)\| = \sqrt{\frac{2|q|}{m} |U_{P_1 P_2}|}$

- Lorsque la charge q et la tension $U_{P_1 P_2}$ sont de même signe, le travail de la force électrique \vec{F}_e s'appliquant de l'orifice (O_1) vers l'orifice (O_2) est moteur :

$$\mathcal{W}_{(O_1) \rightarrow (O_2)}(\vec{F}_e) > 0.$$

Donc, l'énergie cinétique de la particule augmente ; par conséquent, le champ électrique uniforme qui règne entre les plaques (P_1) et (P_2) est un champ électrique accélérateur.

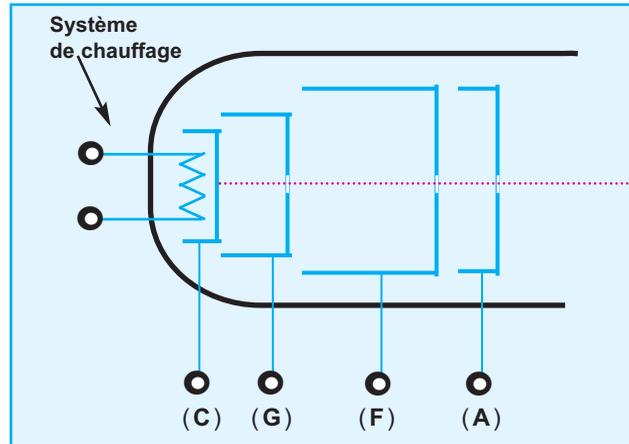


Doc.11

3.3 . Application : le canon à électrons

Le canon à électrons est un dispositif se trouvant dans un tube où règne un vide poussé. Ce dispositif permet d'obtenir un faisceau rectiligne d'électrons ayant tous la même vitesse; ce **faisceau d'électrons** est alors dit **homocinéétique**.

Le document **12** correspond au schéma du canon à électrons d'un oscilloscope.



Doc.12 : CANON À ÉLECTRONS

Dans un oscilloscope, la tension accélératrice U_{AC} est égale à **2000 V**.

Les tensions intermédiaires sont : $U_{GC} = 100 \text{ V}$; $U_{FG} = 1000 \text{ V}$ et $U_{AF} = 900 \text{ V}$.

La vitesse acquise à la sortie du canon à électrons est environ égale à **26600 km.s⁻¹**.

Les électrodes (C), (G), (F) et (A) sont respectivement portées aux potentiels électriques $V_{(C)}$, $V_{(G)}$, $V_{(F)}$ et $V_{(A)}$.

Le filament de chauffage permet d'extraire les électrons de la cathode (C) avec une vitesse pratiquement nulle.

$V_{(G)}$ étant supérieur à $V_{(C)}$, la grille (G), éloigne les électrons de la cathode et contrôle leur débit pour modifier à volonté la luminosité du spot.

D'autre part, $V_{(F)}$ étant supérieur à $V_{(G)}$, l'électrode (F), focalise les électrons et leur donne davantage d'énergie cinétique, on obtient à la sortie de l'électrode (F) un faisceau fin.

Enfin, $V_{(A)}$ étant supérieur à $V_{(F)}$, l'électrode (A) achève l'accélération des électrons qui sont alors animés d'une vitesse de valeur :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{2e}{m} U_{AC}}$$

Mouvement dans les champs

Ch.10 - Mouvement dans un champ électrique uniforme

EXERCICE RÉSOLU N°2

ÉNONCÉ :

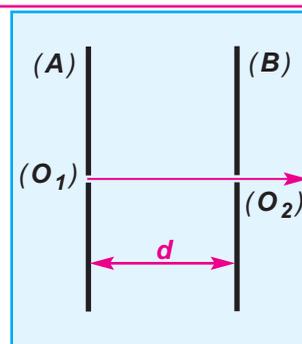
Entre deux plaques (A) et (B), distantes de $d = 5 \text{ cm}$ on établit une tension de valeur absolue $U = 1 \text{ kV}$. La plaque (A) comporte un orifice (O_1) et la plaque (B) un orifice (O_2) telle que la droite (O_1O_2) soit parallèle au champ électrique \vec{E} .

Un électron de masse $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ et de charge $q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ est mis en mouvement rectiligne uniformément accéléré à partir de l'orifice (O_1) où sa vitesse est supposée nulle (Doc.13).

- 1 - Montrer que la valeur du poids \vec{P} de l'électron est négligeable devant celle de la force électrique qui s'exerce sur l'électron.

On donne $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- 2 - Préciser, en le justifiant, le signe de U_{AB} .
- 3 - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer la valeur de la vitesse de l'électron à sa sortie en (O_2).



Doc.13

SOLUTION

COMMENTAIRE

1 - Montrons que le poids est négligeable

Entre les plaques accélératrices, la particule est soumise à la force électrique $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$ et au poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$. Calculons le rapport des valeurs de ces forces :

$$\frac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F}_e\|} = \frac{m \|\vec{g}\|}{e \|\vec{E}\|} = \frac{m \|\vec{g}\| d}{e U}$$

Application numérique :

$$\frac{\|\vec{P}\|}{\|\vec{F}_e\|} = 3 \cdot 10^{-15} \ll 1$$

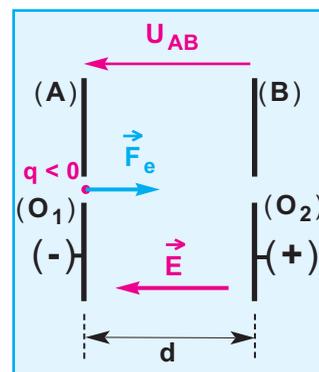
Cela signifie que la valeur du poids est négligeable devant celle de la force électrique qui s'exerce sur l'électron.

2 - Signe de la d.d.p. U_{AB}

Le mouvement de la particule chargée est rectiligne uniformément accéléré, donc le vecteur accélération \vec{a} est de même sens que le mouvement, c'est-à-dire de (A) vers (B).

D'après la deuxième loi de Newton, appliquée au système {électron}, $\vec{F}_e = m \vec{a}$; donc, \vec{F}_e et \vec{a} sont de même sens, alors la force \vec{F}_e est orientée de (A) vers (B) (Doc.14).

D'autre part $\vec{F}_e = q \vec{E}$ et $q < 0$; donc le sens du vecteur champ électrique est contraire au sens de la force électrique, c'est-à-dire de (B) vers (A) ; on sait que le sens du vecteur champ électrique est dirigé vers les potentiels décroissants, donc $V_{(A)} < V_{(B)}$, d'où $V_{(A)} - V_{(B)} = U_{AB} < 0$.



Doc.14

3- Calcul de la vitesse de sortie du champ accélérateur

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système {électron} dans un repère terrestre supposé galiléen :

$$\Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{E}_{C_2} - \mathcal{E}_{C_1} = \mathcal{W}(\vec{F}_e) = q (V_{(A)} - V_{(B)}) = -e U_{AB}.$$

$(O_1) \rightarrow (O_2)$

La vitesse au point **B** est \vec{v} . Au point **A**, la vitesse est nulle.

D'autre part : $-e U_{AB} = -e (-U) = e U$; par conséquent :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{2e}{m} U}$$

Application numérique :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,875 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\|\vec{v}\| = 1,875 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

4 . Déviation d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

4.1 . Expérience qualitative

La photo.2 montre une ampoule en verre transparent, vide d'air. Dans la partie cylindrique de l'ampoule, se trouve un canon à électrons qui produit un faisceau d'électrons homocinétique.

Ce faisceau d'électrons pénètre entre deux plaques horizontales qui se trouvent dans la partie sphérique de l'ampoule avec une vitesse initiale \vec{v}_0 parallèle aux plaques. Le faisceau d'électrons subit alors une déviation (ou déflexion) d'allure parabolique entre les deux plaques horizontales, d'où leur qualification de plaques défléctrices.

Une substance fluorescente rend visible la courbure de la trajectoire des électrons.

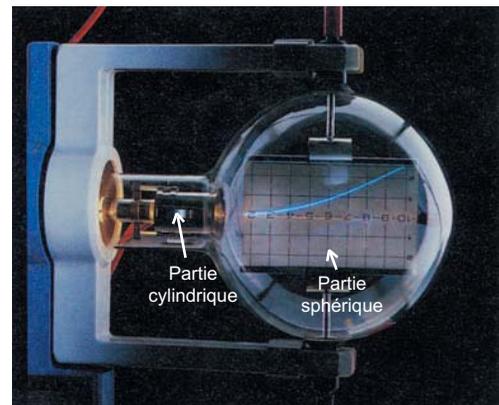
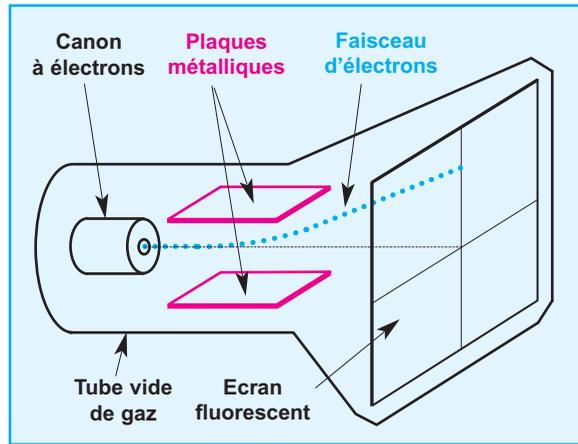


Photo.2

4.2 . Etude du mouvement des électrons entre les plaques déflectrices

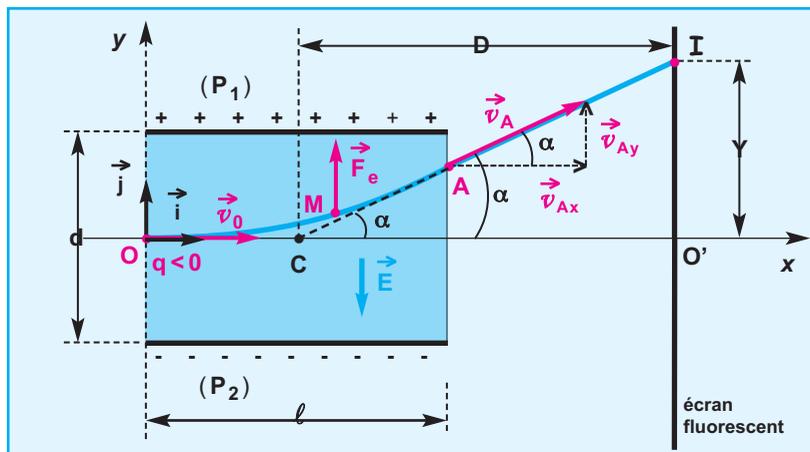
Le document **15** schématise un dispositif comprenant un canon à électrons, deux plaques déflectrices horizontales et un écran fluorescent.



Doc.15

Les deux plaques métalliques, notées (P_1) et (P_2) , sont horizontales et symétriques par rapport à l'axe du canon à électrons ; elles sont écartées d'une distance d l'une de l'autre et leur longueur est l (**Doc.16**).

Un écran plan fluorescent, perpendiculaire à l'axe du canon à électrons, est placé à une distance D du centre C des plaques.



Doc.16

Le mouvement de l'électron de masse m et de charge $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ est étudié dans le repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié au laboratoire et considéré comme galiléen.

À l'instant $t = 0$, l'électron pénètre par le point O avec la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ entre deux plaques (P_1) et (P_2) aux bornes desquelles on applique une tension continue positive

$$U = V_{(P_1)} - V_{(P_2)}.$$

Le champ électrique \vec{E} qui en résulte agit sur les électrons dans l'espace de longueur ℓ mesurée à partir du point O ; sa valeur est $\|\vec{E}\| = \frac{U}{d}$ (*Doc.16*).

LES CONDITIONS INITIALES :

Dans le repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les vecteurs \vec{i} et \vec{j} étant dans le plan de la figure (*Doc.16*), les coordonnées

du vecteur position initiale \vec{OM}_0 et du vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 d'un électron sont :

$$\vec{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = \|\vec{v}_0\| \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$$

Les coordonnées du vecteur champ électrique \vec{E} sont :

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -\|\vec{E}\| \\ E_z = 0 \end{cases}$$

Le poids \vec{P} de l'électron étant négligeable par rapport à la force électrique \vec{F}_e , appliquons la deuxième loi de Newton au système constitué par l'électron assimilable à un corps ponctuel :

$$\vec{F}_e = m \vec{a} \quad \text{équivalent à} \quad q \vec{E} = m \vec{a}$$

$$\text{d'où l'accélération : } \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} = \frac{-e}{m} \vec{E}$$

dont les coordonnées sont :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e \|\vec{E}\|}{m} = \frac{e U}{m d} \\ a_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad \text{d'où la vitesse } \vec{v} \text{ s'écrit :}$$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = C^{te} \\ v_y = \frac{e U}{m d} t + C^{te} \\ v_z = C^{te} \end{cases}$$

D'après les conditions initiales :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \|\vec{v}_0\| & (1) \\ v_y = \frac{e U}{m d} t & (2) \\ v_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \quad \text{d'où le vecteur position } \vec{OM} \text{ s'écrit :}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = \|\vec{v}_0\| t + C^{te} \\ y = \frac{e U}{2 m d} t^2 + C^{te} \\ z = C^{te} \end{cases}$$

D'après les conditions initiales :

$$\vec{OM} \begin{cases} x = \|\vec{v}_0\| t & (3) \\ y = \frac{e U}{2 m d} t^2 & (4) \\ z = 0 \end{cases}$$

Quel que soit l'instant t , on a : $z = 0$; *le mouvement de l'électron s'effectue dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) .*

EQUATION CARTÉSIENNE DE LA TRAJECTOIRE

On obtient l'équation de la trajectoire en éliminant le temps t entre les coordonnées x et y , données par les relations (3) et (4) :

$$(3) \text{ donne : } t = \frac{x}{\|\vec{v}_0\|},$$

en remplaçant t par $\frac{x}{\|\vec{v}_0\|}$ dans (4), on obtient l'équation de la trajectoire

$$y = \frac{e U}{2 m d v_0^2} x^2 \quad (5).$$

Donc, *la trajectoire d'un électron du faisceau a la forme d'un arc de parabole.*

VITESSE DE L'ÉLECTRON AU POINT DE SORTIE A

L'électron quitte l'espace délimité par les deux plaques (P_1) et (P_2) au point A à l'instant t_A ; il est animé d'une vitesse \vec{v}_A et son abscisse est $x_A = \ell$;

d'après la relation (3) on peut écrire $x_A = \|\vec{v}_0\| t_A$ d'où

$$t_A = \frac{x_A}{\|\vec{v}_0\|} = \frac{\ell}{\|\vec{v}_0\|},$$

les coordonnées de la vitesse \vec{v}_A sont alors :

$$\vec{v} \begin{cases} v_{Ax} = \|\vec{v}_0\| \\ v_{Ay} = \frac{e U \ell}{m d \|\vec{v}_0\|} \\ v_{Az} = 0 \end{cases}$$

L'expression de la valeur de la vitesse au point A est :

$$\|\vec{v}_A\| = \sqrt{v_{Ax}^2 + v_{Ay}^2} = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{e U \ell}{m d \|\vec{v}_0\|} \right)^2}$$

LA DÉVIATION DU FAISCEAU D'ÉLECTRONS

L'électron du faisceau homocinétique pénètre dans le champ électrique avec la vitesse \vec{v}_0 . En négligeant l'effet du poids à la sortie de l'espace où règne le champ électrique uniforme \vec{E} , on peut alors considérer que le mouvement de l'électron est rectiligne uniforme (*principe de l'inertie*), sa trajectoire (**AI**) est un segment de droite qui porte le vecteur \vec{v}_A .

La déviation de l'électron est l'angle α entre les directions de \vec{v}_0 et \vec{v}_A .

On peut déterminer la déviation α de deux manières :

- **première méthode** :

$$\text{tg } \alpha = \frac{\|\vec{v}_{Ay}\|}{\|\vec{v}_{Ax}\|},$$

puisque $v_{Ax} = \|\vec{v}_0\|$ et $v_{Ay} = \frac{e U \ell}{m d \|\vec{v}_0\|}$

alors :

$$\text{tg } \alpha = \frac{e U \ell}{m d v_0^2}.$$

- **deuxième méthode** :

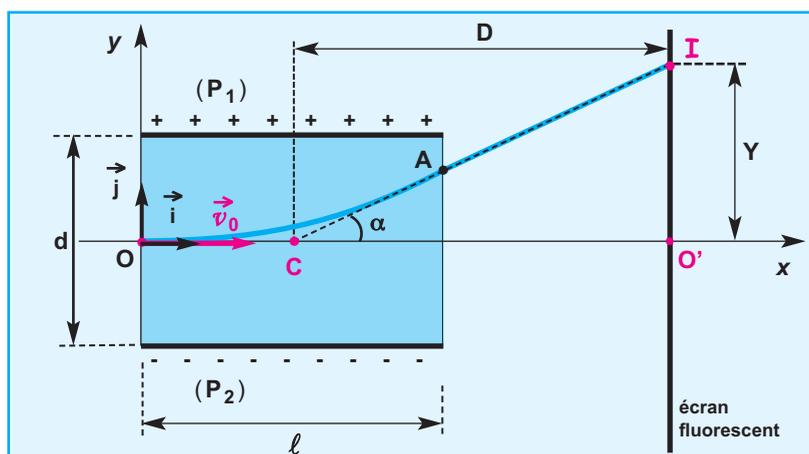
$\text{tg } \alpha$ est la pente de la droite tangente à la trajectoire au point **A** ; elle est égale à la valeur de la dérivée de y par rapport à x pour $x = \ell$.

$$y(x) = \frac{e U}{2 m d v_0^2} x^2 \text{ alors } \frac{dy}{dx} = \frac{e U}{m d v_0^2} x ;$$

quand $x = \ell$ alors : $\text{tg } \alpha = \frac{e U \ell}{m d v_0^2}$

La déviation α augmente lorsque la tension U augmente et inversement.

DÉFLEXION ÉLECTRIQUE DE L'ÉLECTRON



Doc.17

Le point d'impact de l'électron sur l'écran est le point **I**.

La **déflexion électrique de l'électron** est la distance $Y = O'I$ (**Doc.17**), le point **O'** est le centre de l'écran, c'est le point où viendrait l'électron en l'absence de champ électrique.

Pour calculer la déflexion électrique **Y**, on va utiliser une propriété de la parabole : la **droite tangente à la parabole en un point A** d'abscisse $x_A = \ell$, coupe l'axe ($O\vec{i}$)

en un point **C** d'abscisse $x_C = \frac{\ell}{2}$.

ainsi $\text{tg } \alpha = \frac{Y}{CO'} = \frac{Y}{D}$; donc $Y = D \text{ tg } \alpha$,

cependant, on a déjà établi que $\text{tg } \alpha = \frac{e U \ell}{m d v_0^2}$.

Donc, $Y = \frac{D e \ell}{m d v_0^2} U$, de la forme $Y = K U$

avec $K = \frac{D e \ell}{m d v_0^2} = \text{constante}$.

Par conséquent : **Y est proportionnel à U**.

La déflexion électrique est proportionnelle à la tension appliquée aux bornes des plaques de déviation.

4.3 . Application : l'oscilloscope

L'oscilloscope comprend un tube cathodique où on distingue trois parties essentielles :

- le canon à électrons qui produit, focalise et accélère les électrons de façon à obtenir un faisceau d'électrons homocinétique
- le système de déviation constitué de deux paires de plaques (les unes verticales et les autres horizontales) entre lesquelles on établit des tensions permettant de dévier le faisceau respectivement suivant les directions horizontale et verticale
- l'écran fluorescent sur lequel l'impact des électrons fait apparaître une petite tâche lumineuse qu'on appelle **spot** et dont la couleur dépend de la substance enduite sur la paroi interne de l'écran (**Doc.18**).

À ces trois parties s'ajoutent des dispositifs électroniques permettant un réglage commode de l'appareil.

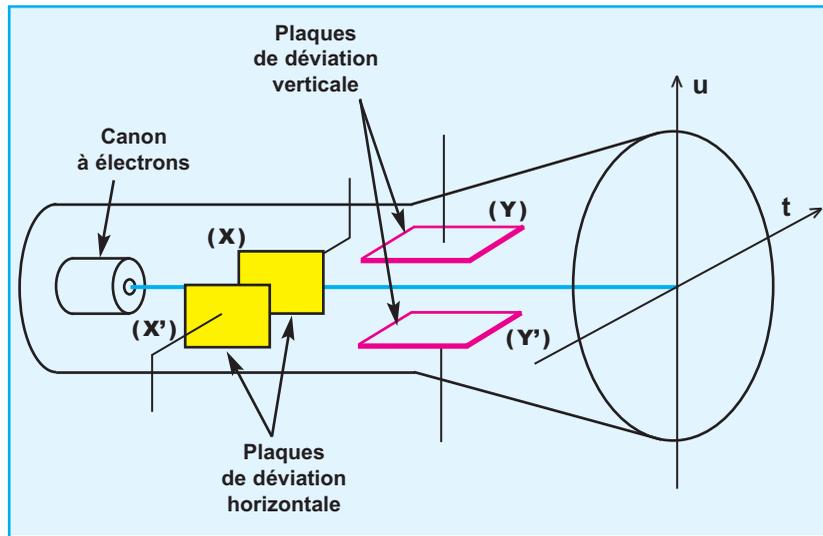
Le tube cathodique est schématisé dans le document **19**.

SUBSTANCE	COULEUR
Oxyde de zinc + Silicate de manganèse	vert
Sulfate de zinc + Cuivre	bleu-vert
Tungstate de calcium	bleu-violet
Phosphosphate de zinc + Cuivre	rouge

Doc.18

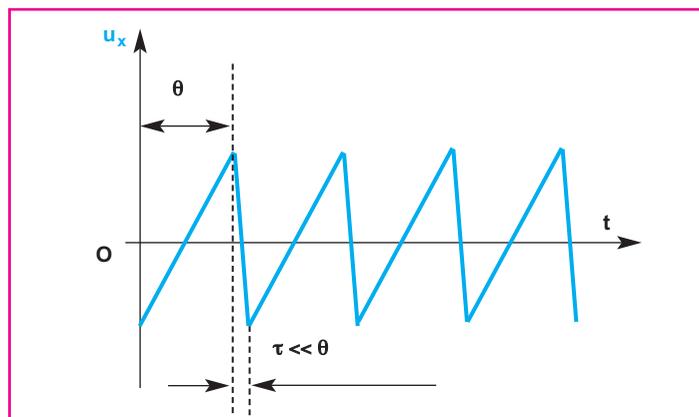
Mouvement dans les champs

Ch.10 - Mouvement dans un champ électrique uniforme



Doc.19

Quand on applique entre les deux plaques (X') et (X) de déviation horizontale une tension u_x en dents de scie (**Doc.20**) et une tension u entre les deux plaques (Y') et (Y) de déviation verticale, des champs électriques \vec{E}_x et \vec{E}_y variables dans le temps apparaissent entre ces deux paires de plaques, déviant le faisceau d'électrons qui trace, sur l'écran, la courbe représentant $u(t)$.



Doc.20 : TENSION EN DENTS DE SCIE

Elle permet au spot de balayer l'écran de gauche à droite à vitesse constante, puis de revenir très rapidement à gauche.

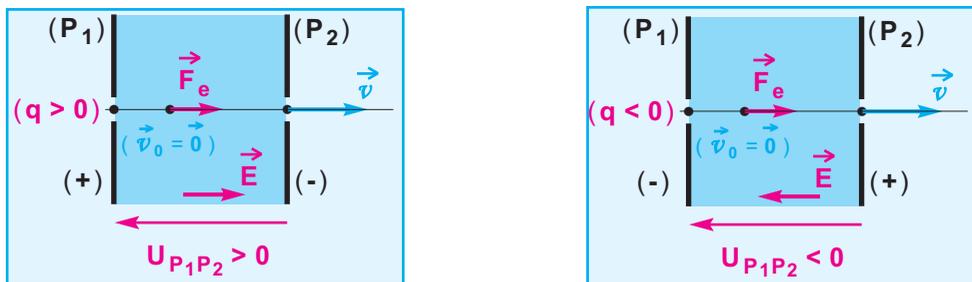
L'ESSENTIEL DU COURS

- Une charge ponctuelle q , qui se déplace dans un champ électrique uniforme \vec{E} d'un point de départ A vers un point d'arrivée B portés respectivement aux potentiels électriques V_A et V_B ,

est soumise à une force électrique \vec{F}_e dont le travail est indépendant du chemin suivi ;

son expression est : $\mathcal{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = q(V_A - V_B)$.

- Le champ électrique \vec{E} est dirigé dans le sens des potentiels électriques décroissants.
- Un champ électrique uniforme permet d'accélérer des particules chargées :



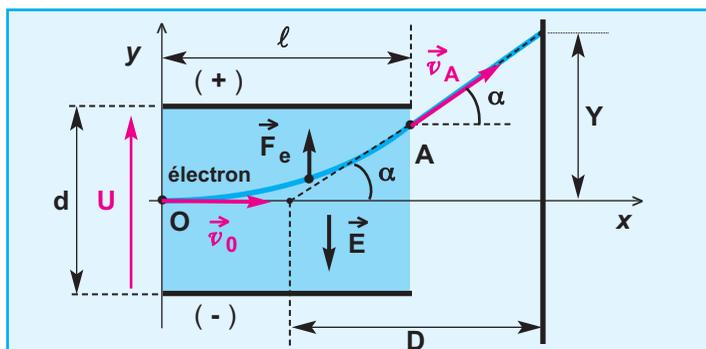
Le vecteur accélération vaut $\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \vec{E}}{m} = \vec{C}^{te}$; puisque la vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{0}$, alors

le mouvement de la particule est rectiligne uniformément accéléré.

À la sortie du champ accélérateur, la valeur de la vitesse est proportionnelle à la racine carrée de la tension accélératrice :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\frac{2|q|}{m} |U_{P_1P_2}|}$$

- Un champ électrique uniforme \vec{E} permet de dévier un faisceau de particules chargées, dans le cas d'un faisceau d'électrons on a :



$\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q \vec{E}}{m} = \vec{C}^{te}$; ses coordonnées sont ($a_x = 0$; $a_y = \frac{e \|\vec{E}\|}{m}$; $a_z = 0$)

■ La trajectoire est parabolique dans le plan (Oxy), son équation est : $y = \frac{e U}{2 m d v_0^2} x^2$.

■ La déflexion électrique Y est proportionnelle à la tension U appliquée aux bornes des plaques de

déviation ; son expression est : $Y = \frac{D e \ell}{m d v_0^2} U$

TRAVAUX PRATIQUES

OBJECTIFS

- Visualiser les lignes du champ relatives à un champ électrique uniforme.
- Etablir la relation

$$\|\vec{E}\| = \frac{U_{PN}}{d}$$

A - EXPÉRIENCE QUALITATIVE :

Visualisation des lignes de champ relatives à un champ électrique uniforme.

MATÉRIEL

- une cuve à fond transparent.
- deux plaques rectangulaires en cuivre à fixé dans la cuve, l'une en face de l'autre, et distantes de **3 cm**.
- un générateur de tension continue réglable et permettant d'obtenir quelques **kilovolts**.
- quatre fils électriques de connexion.
- deux pinces crocodile.
- huile de paraffine.
- de la semoule.

PROTOCOLE

On relie les plaques de cuivre, préalablement placées dans la cuve contenant de l'huile de paraffine, aux pôles (+) et (-) du générateur entre lesquelles on maintient une tension de quelques **kilovolts**.

On saupoudre la surface de l'huile de paraffine avec les grains de semoule.

CONCLUSION

Les grains de semoule s'orientent en se disposant suivant des lignes perpendiculaires aux plaques. Elles matérialisent les lignes de champ électrique créées entre les deux plaques en regard.

B - EXPÉRIENCE QUANTITATIVE :

- Détermination des caractéristiques du champ électrique uniforme.

MATÉRIEL

- une cuve à fond transparent.
- deux plaques rectangulaires en cuivre fixées dans la cuve, l'une en face de l'autre, et distantes de **10 cm**.
- un générateur de tension continue réglable et permettant d'obtenir **6 V**.
- un voltmètre muni d'une sonde (**S**) (à défaut on utilise un fil droit en cuivre).
- quatre fils électriques de connexion.
- trois pinces crocodile.
- deux papiers millimétrés numérotés (**1**) et (**2**).
- une solution de sulfate de cuivre (**0,1 M**).

PROTOCOLE

- On relie les plaques de cuivre (**P**) et (**N**) respectivement aux pôles (+) et (-) du générateur entre lesquelles on maintient une tension continue de **6 V**.
- On relie la plaque (**N**) et la **sonde (S)** aux bornes du voltmètre.
- On pose sous la cuve le papier millimétré (**1**), il permet de repérer la position de la sonde par rapport à l'une des deux plaques.
- Sur le papier millimétré (**2**), on dessine deux traits parallèles représentant en vrai grandeur les deux électrodes (Positive) et (Négative).

MESURES

Plaçons la **sonde (S)** à une distance **d** par rapport à la plaque (**N**) et mesurons à chaque fois la **d.d.p** U_{MN} .

TABLEAU DES MESURES

$d \text{ (} 10^{-2} \text{ m)}$						
$U_{MN}=(V_M - V_N) \text{ (Volt)}$						
$\frac{U_{MN}}{d} \text{ (V} \cdot \text{m}^{-1} \text{)}$						

EXPLOITATION DES RESULTATS DES MESURES

Montrer que le rapport $\frac{U_{MN}}{d}$ a la même valeur quelque soit la position du point entre les deux plaques ; il correspond à la valeur du vecteur champ électrique qui règne entre les plaques (**P**) et (**N**).

CONCLUSION :

Deux plaques métalliques identiques, en regard l'une de l'autre, séparées d'une distance **d** et reliées aux pôles (+) et (-) d'un générateur de tension continu, créent dans l'espace qui les sépare un champ électrique uniforme dont les lignes de champ sont orthogonales aux plaques, dirigées du potentiel le plus élevé vers le potentiel le moins élevé.

La valeur du vecteur champ électrique \vec{E} est donnée par :

$$\|\vec{E}\| = \frac{U_{PN}}{d}$$

Je vérifie mes connaissances

Chaque question peut avoir une ou plusieurs réponses correctes

1- Concernant le travail d'une force électrique, laquelle des propositions suivantes est correcte :

$$\text{a - } \mathcal{W}(\vec{F}_e)_{A \rightarrow B} = q U_{AB} .$$

$$\text{b - } \mathcal{W}(\vec{F}_e)_{A \rightarrow B} = q U_{BA} .$$

$$\text{c - } \mathcal{W}(\vec{F}_e)_{A \rightarrow B} = |q| |U_{AB}| .$$

2- Laquelle des propositions suivantes est correcte :

En négligeant le poids devant la force électrique, la variation de l'énergie cinétique d'une particule chargée est :

$$\text{a - } \Delta \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{cB} - \mathcal{E}_{cA} = q (V_B - V_A) .$$

$$\text{b - } \Delta \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{cB} - \mathcal{E}_{cA} = q (V_A - V_B) .$$

3- Le travail d'une force électrique s'exerçant sur une particule électrisée qui se déplace dans un champ électrique uniforme peut être :

- a - nulle
- b - positive
- c - négative

4- Une particule chargée q pénètre avec une vitesse initiale \vec{v}_0 de direction parallèle aux deux plaques (**A**) et (**B**) entre lesquelles règne un champ électrique uniforme \vec{E} et où le poids est d'effet négligeable.

On affirme alors que : quelque soit le signe de la charge q , le mouvement de la particule est parabolique dans le plan formé par les vecteurs \vec{v}_0 et \vec{E} .

Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

5- Un champ électrique uniforme \vec{E} règne entre deux plaques (**P₁**) et (**P₂**) portées respectivement aux potentiels électriques $V_{(P_1)}$ et $V_{(P_2)}$. Une particule électrisée portant une charge négative q pénètre avec une vitesse initiale \vec{v}_0 dans le champ \vec{E} par un trou de la plaque (**P₁**). En négligeant le poids, la particule aura un mouvement rectiligne uniformément accéléré si :

$$\text{a - } \vec{v}_0 = \vec{0} \text{ et } V_{(P_1)} > V_{(P_2)} .$$

b - \vec{v}_0 et la force électrique \vec{F}_e ont le même sens.

c - La direction de \vec{v}_0 n'est pas perpendiculaire aux plaques.

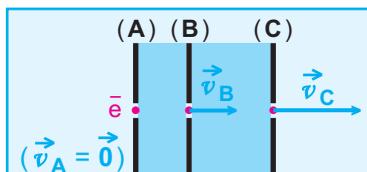
Laquelle des trois propositions précédentes est correcte ?

Je sais appliquer mes connaissances ; je sais raisonner

Ex-1- On étudie les accélérations successives d'un électron par les plaques (A), (B) et (C). L'électron se présente au trou de la plaque (A) avec une vitesse considérée comme nulle (**Doc.21**).

On donne : $U_{BA} = 100 \text{ V}$; $U_{CB} = 900 \text{ V}$.

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} ; m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}.$$



Doc.21

Appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer :

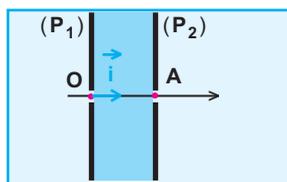
a - La valeur $\|\vec{v}_B\|$ de la vitesse avec laquelle l'électron passe par l'orifice de la plaque (B).

b - La valeur $\|\vec{v}_C\|$ de la vitesse de passage de l'électron par l'orifice de la plaque (C).

Ex-2- À $t_0 = 0 \text{ s}$, des ions Kr^{8+} , de masse $m = 14 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$, de charge q , pénètrent en O avec une vitesse presque nulle entre deux plaques (P_1) et (P_2) écartées d'une distance $d = 1 \text{ cm}$ et soumises à la tension $U = 98000 \text{ V}$. Ils sortent par le point A avec une vitesse \vec{v}_A (**Doc.22**).

1 - Représenter la force électrique \vec{F} s'exerçant sur un ion Kr^{8+} , le champ électrique \vec{E} et comparer les potentiels électriques $V_{(P_1)}$ et $V_{(P_2)}$.

2 - Montrer qu'on peut négliger l'effet du poids devant celui de la force électrique.



Doc.22

3 - Déterminer la nature du mouvement d'un ion Kr^{8+} .

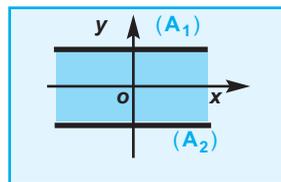
4 - Calculer la valeur algébrique de son \vec{a} .

5 - Calculer la valeur de l'instant t_A de sortie par le point A.

6 - Calculer en $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ la valeur $\|\vec{v}_A\|$ de la vitesse de sortie par le point A.

7 - Comment peut-on augmenter $\|\vec{v}_A\|$? Peut-on l'augmenter indéfiniment ?

On donne : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Doc.23

Ex-3- Une boule électrisée supposée ponctuelle, de masse $m = 0,05 \text{ g}$, de charge $q < 0$, est en équilibre en un point O (0 mm ; 0 mm) entre deux plaques (**Doc.23**) horizontales (A_1) et (A_2) distantes de $d = 4 \text{ cm}$ et aux bornes desquelles on a appliqué une tension $U_0 = 4 \text{ kV}$.

1 - **a** - Représenter le poids \vec{P} et la force électrique \vec{F} qui s'exercent sur la boule en équilibre en O.

b - Représenter le champ électrique \vec{E} .

c - Comparer les potentiels électriques $V_{(A_1)}$ et $V_{(A_2)}$ des deux plaques.

2- Décrire ce que l'on observerait lorsqu'on maintient aux bornes des plaques :

a - la tension $U_1 = 4,5 \text{ kV}$.

b - la tension $U_2 = 3,5 \text{ kV}$.

3- Calculer le travail de la force électrique s'exerçant sur la boule quand elle s'est déplacée verticalement vers le haut du point O vers le point D (0 mm ; 12 mm) sachant que la tension appliquée est :

$U_3 = 5 \text{ kV}$. On donne $\|\vec{g}\| = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Mouvement dans les champs

Ch.10 - Mouvement dans un champ électrique uniforme

Ex-4- Deux plaques (P_1) et (P_2) parallèles et horizontales sont fixées à l'intérieur d'une ampoule vide de gaz. Elles sont reliées aux pôles (+) et (-) d'un générateur de haute tension qui délivre une tension $U = V_{(P_1)} - V_{(P_2)} = 2700 \text{ V}$ (**Doc.24-a**).

1 - a - Associer les pôles (+) et (-) aux plaques correspondantes.

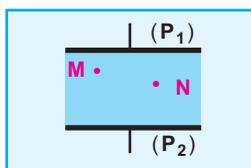
b - Tracer une ligne orientée du champ électrique \vec{E} et qui passe par le point N.

c - Représenter le vecteur \vec{E} au point M.

2 - Calculer la valeur $\|\vec{E}\|$ du champ électrique sachant que l'écartement des plaques est $d = 6 \text{ cm}$.

3 - En réalité, ces plaques servent à dévier la trajectoire du mouvement d'un faisceau d'électrons qui entrent dans la région du champ électrique \vec{E}

par le point O avec une vitesse \vec{v}_0



Doc.24-a

et sortent par le point S avec une vitesse \vec{v}_S en suivant une trajectoire parabolique (**Doc.24-b**).

a - Ecrire l'expression du travail de la force électrique \vec{F} qui s'exerce sur un électron du point O vers le point S.

b - Quel est le signe de la différence de potentiel électrique ($V_S - V_O$) ?

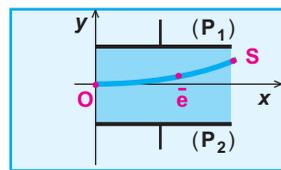
Calculer sa valeur numérique sachant que les coordonnées du point de sortie sont $S(x_S = 10 \text{ cm} ; y_S = 2 \text{ cm})$.

c - Calculer en **joule** et en **électron-volt** le travail $\mathcal{W}_{O \rightarrow S}(\vec{F})$.

4 - En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système constitué par un électron, calculer la valeur de la vitesse de sortie \vec{v}_S .

On donne : $\|\vec{v}_0\| = 18,750 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

$m = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$.



Doc.24-b

Ex-5- Des noyaux d'hélium He^{2+} (particule α), de masse $m = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, de charge $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, sont émis avec une vitesse négligeable à travers l'ouverture (O_1) d'une plaque (P_1). Ils traversent successivement trois régions (I), (II), (III) d'une enceinte dans laquelle on a fait le vide (**Doc.25**). On négligera

l'action gravitationnelle sur leur mouvement.

1- La région (I) est limitée par les plaques (P_1) et (P_2), auxquelles on applique une tension $U_0 = U_{P_1 P_2}$.

On veut que les particules α , en passant par (O_2), aient une vitesse \vec{v}_0 ayant la direction de la droite ($O_1 O_2$).

a - Quel est le signe de U_0 ?

b- Déterminer l'expression de $\|\vec{v}_0\|$ et calculer sa valeur.

On donne $U_0 = 2000 \text{ V}$.

2 - Les particules α pénètrent avec la vitesse \vec{v}_0 dans la région (II), de longueur $L = 50 \text{ cm}$, où n'existe aucun champ électrique.

a- Quelle est la nature du mouvement des particules dans cette région ?

b- Quelle est la durée du trajet d'une particule dans cette région ?

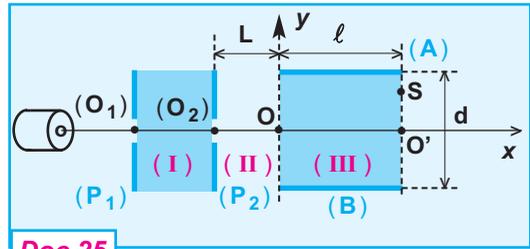
3 - Après avoir franchi la région (II), les particules α pénètrent en O dans la région (III) de longueur $\ell = 20 \text{ cm}$ entre les deux plaques (A) et (B) distantes de $d = 5 \text{ cm}$. Le champ électrique \vec{E} dans la région (III) est créé par une tension U_{AB} .

a - Déterminer le sens de \vec{E} pour que les particules α sortent par le point S se trouvant au dessus du point O'.

b - En déduire le signe de U_{AB} .

c - Montrer que le mouvement des particules α dans la région (III) est curviligne dans le plan (OXY).

- d - Etablir l'équation de la trajectoire ;
 en déduire :
 - la valeur de U_{AB} pour que $O'S = 5 \text{ mm}$.
 - la durée du trajet O_2S .



Doc.25

Ex-6- On se propose de déterminer la vitesse d'éjection des particule α de charge q tel que $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et de masse $m = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Ces particules pénètrent par le point O avec une vitesse horizontale \vec{v}_0 dans l'espace vide entre deux plaques horizontales (P_1) et (P_2).

La distance entre les plaques est $d = 10 \text{ cm}$ et leur longueur est $L = 15 \text{ cm}$ (Doc.26). En absence de champ électrique entre (P_1) et (P_2), on observe une tache A sur une plaque photographique disposée.

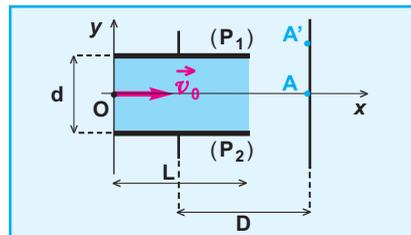
perpendiculairement à $X'X$ et se trouvant à une distance $D = 50 \text{ cm}$ du centre des plaques.

Lorsqu'on applique une tension continue $U = 6 \cdot 10^4 \text{ V}$ aux bornes de (P_1) et (P_2), on constate une tache se forme en un point A' .

1 - Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement d'une particule α dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

2 - Déterminer la valeur $\|\vec{v}_0\|$ de la vitesse d'éjection des particules α sachant que :

$$AA' = 8,5 \text{ mm}.$$



Doc.26

Ex-7- Les plaques déviatrices (A) et (B) ont une longueur $L = 20 \text{ cm}$ et sont séparées d'une distance $d = 7 \text{ cm}$.

Le repère d'étude $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ a une origine O équidistante des deux plaques.

Des protons sont émis au point C sans vitesse, ils sont ensuite accélérés entre C et D par une tension $U = 1000 \text{ V}$.

Le faisceau homocinétique obtenu pénètre en O dans la région délimitée par les plaques (A) et (B) avec une vitesse \vec{v}_0 incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au vecteur \vec{i} (Doc.27).

1 - Déterminer la valeur $\|\vec{v}_0\|$ de la vitesse avec laquelle les protons entre par le point O entre les plaques (A) et (B).

On donne : masse d'un proton $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; charge électrique d'un proton $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

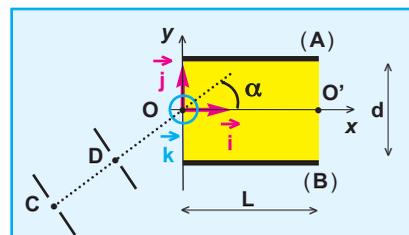
2 - Indiquer le signe que doit avoir $(V_{(A)} - V_{(B)})$ pour que le faisceau de protons passe par le point $O' (L, 0, 0)$.

3- La tension continue qui est maintenue aux bornes de (A) et (B) est U' .

a- Etablir l'équation de la trajectoire des protons dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ en fonction de U, U', α et d .

b- Calculer la valeur de U' qui permet de réaliser la sortie en O' .

4- Dans le cas où la tension U' a la valeur précédemment calculée, déterminer à quelle distance minimale de la plaque supérieure (A) passe le faisceau de protons.



Doc.27

Ex-8- Dans le vide d'un tube cathodique, le filament de chauffage émet des électrons avec une vitesse initiale négligeable. Les électrons sont accélérés entre les électrodes (C) et (A) où existe un champ électrique uniforme créé par la tension positive U_0 .

La valeur de la vitesse des électrons avec laquelle ils traversent l'anode (A) est $\|\vec{v}_0\| = 16000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

1 - Calculer U_0 .

On donne :

- charge électrique de l'électron - $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

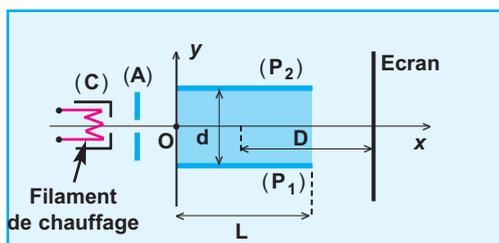
- masse de l'électron $m = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$.

2 - Le faisceau d'électrons subit une déviation entre les plaques (P_1) et (P_2) qui sont soumises à une tension $U_{P_1P_2}$ pouvant être positive ou négative (Doc.28).

a - Vers quel sens (vers le haut ou vers le bas) est dévié le faisceau d'électrons lorsque $U_{P_1P_2} > 0$?

$U_{P_1P_2} < 0$?

b- Montrer que les coordonnées du vecteur accélération \vec{a} dans le repère cartésien (O, \vec{i}, \vec{j}) sont ($a_x = 0$; $a_y = \frac{-e U_{P_1P_2}}{m d}$).



Doc.28

c - Etablir l'équation de la trajectoire et vérifier que la déviation parabolique est en accord avec le signe de $U_{P_1P_2}$.

d - Montrer que la déviation Y du spot sur l'écran est proportionnelle à $U_{P_1P_2}$.

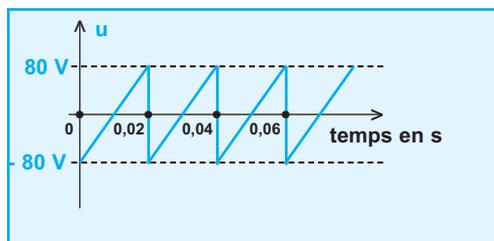
e - Sachant que $d = 2 \text{ cm}$ et $L = 4 \text{ cm}$, quelle doit être la distance D pour que la sensibilité

$$\frac{U_{P_1P_2}}{Y}$$

soit égale à $20 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$.

3 - La distance D ayant la valeur trouvée ci-dessus, on applique à présent une tension en dents de scie de période $T = 0,02 \text{ s}$ et dont la valeur varie de -80 V à $+80 \text{ V}$ (Doc.29).

Montrer que, sur l'écran, le spot décrit périodiquement de part et d'autre de sa position centrale, un segment de droite dont on calculera la longueur avec une vitesse constante dont on calculera la valeur.

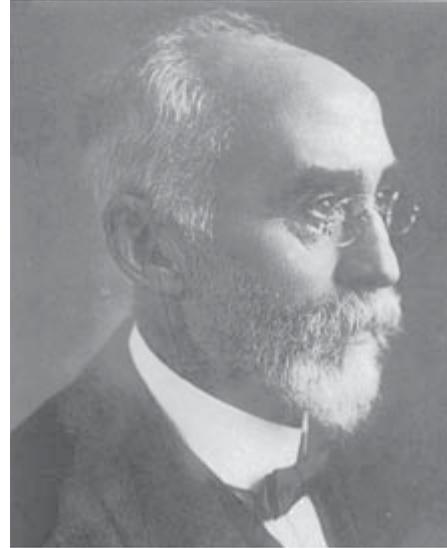


Doc.29

11.

Mouvement dans un champ magnétique uniforme

Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) commence ses études universitaires à Leyde en 1870, et il obtient le B.Sc. de mathématiques et physique l'année suivante. Il soutient sa thèse sur la théorie de la réflexion et de la réfraction de la lumière en 1875 à Leyde, où il devient titulaire de la première chaire de physique théorique aux Pays-Bas en 1878. C'est là qu'il effectue ses travaux sur la théorie de l'électron qui lui valent le prix Nobel de physique qu'il partage avec son ancien élève Pieter Zeeman en 1902. Malgré l'offre de chaires prestigieuses à l'étranger, Lorentz reste à Leyde jusqu'à sa retraite en 1912. Il devient alors secrétaire de la société hollandaise des sciences, et directeur du musée Teyler à Harlem.



Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)

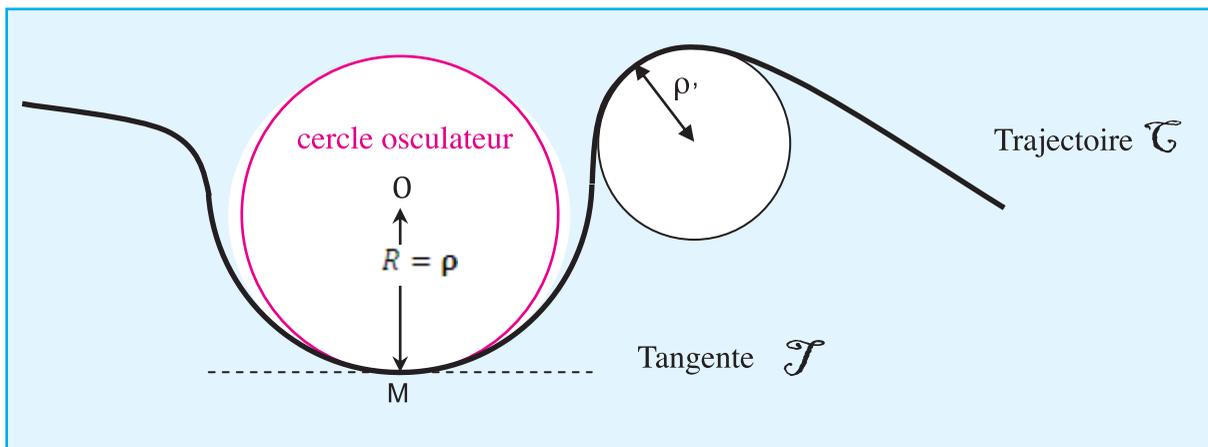
En électricité, une particule chargée est susceptible de ressentir deux types de forces. La force électrique (qui accélère ou décélère la charge) et la force magnétique (qui modifie la direction du mouvement de la charge sans en changer son énergie). Les aurores boréales sont une splendide manifestation de l'action de la force magnétique sur les particules chargées venant du soleil. L'expérience qui est proposée mettra en évidence le comportement des particules chargées lorsqu'elles sont soumises à un champ électrique ou magnétique. L'observation de la trajectoire des électrons (préalablement accélérés) dans un champ magnétique permet de déterminer une des constantes de la physique, la charge spécifique de l'électron (qui est le rapport e/m de l'électron).



Mesure de la charge spécifique de l'électron

1- Rappel et définition

- Une particule est caractérisée par sa masse m et par sa charge électrique q .
- Un champ magnétique est uniforme s'il garde la même direction, le même sens et la même intensité
- Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel un objet isolé (sur lequel ne s'exerce aucune force ou sur lequel la résultante des forces est nulle) est soit immobile, soit en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à ce référentiel. Cela signifie que le principe d'inertie, qui est énoncé dans la première loi de Newton s'applique.
- L'inertie d'un corps découle de la nécessité d'exercer une force sur celui-ci pour modifier son vecteur vitesse. Ainsi, un corps immobile ou en mouvement rectiligne uniforme (se déplaçant sur une droite à vitesse constante) n'est soumis à aucune force, et réciproquement.
- **Principe d'inertie**
 Tout corps, en mouvement rectiligne uniforme ou au repos, soumis à des forces qui se compensent persistera dans son état.
 - Du point de vue des forces, le repos et le mouvement rectiligne uniforme sont identiques.
 - un point est un élément d'une surface ou d'une courbe géométrique.
- **La trajectoire** est l'ensemble des positions occupé par le mobile aux instants t_1 lors de son mouvement.
- **Un cercle osculateur à une courbe au point M** est le cercle qui est en contact avec la courbe en ce point et dont un arc coïncide avec une partie de celle ci.
- **Le centre du cercle osculateur** est appelé **centre de courbure**, son **rayon** ρ est appelé **rayon de courbure**.

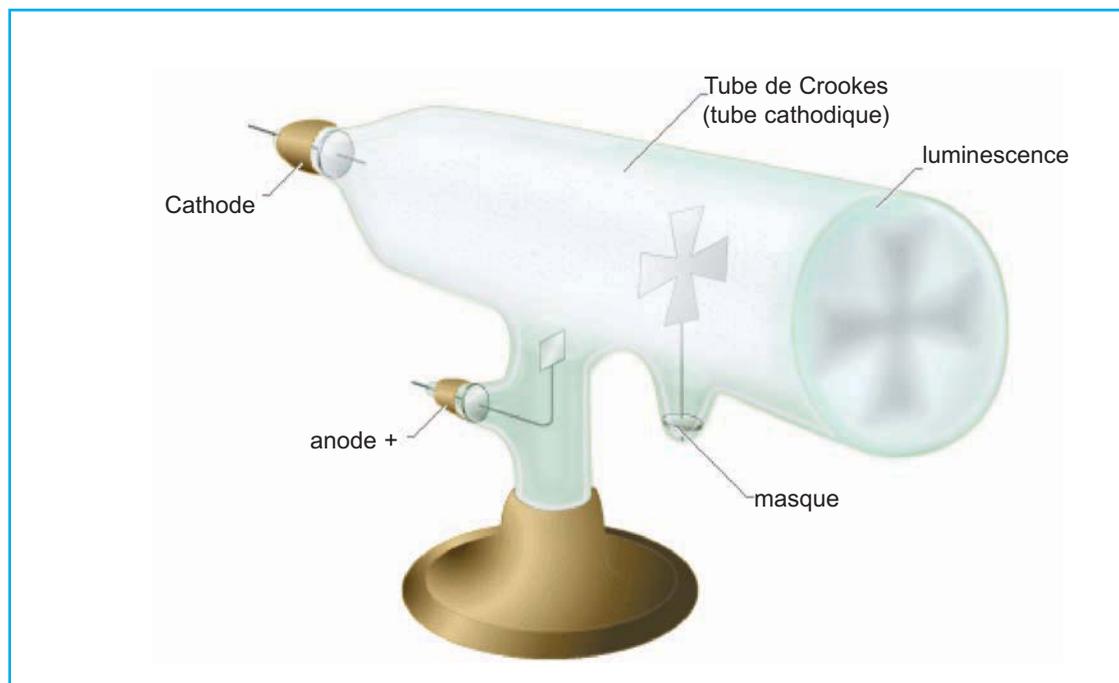


Remarque

Dans la suite du cours, nous considérerons comme système : la particule chargée et nous nous placerons dans un référentiel de laboratoire que l'on considérera Galiléen et on négligera le poids de la particule devant les autres forces.

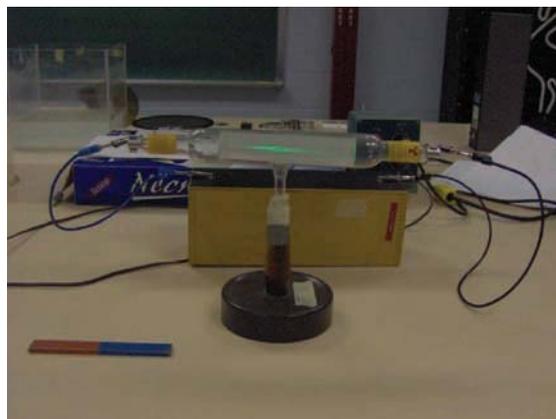
2. Effet d'un champ magnétique sur une particule chargée en mouvement

2.1. Historique



En 1869, le Britannique William Crookes met au point le tube électronique à cathode froide, dit tube de Crookes. Près de vingt-cinq ans plus tard, en 1895, le physicien allemand Wilhelm Röntgen parvient, en s'appuyant sur cette invention, à mettre en évidence l'existence des rayons X. Le tube de Crookes se compose d'une ampoule de verre, dans laquelle règne un vide partiel, contenant deux électrodes. Lorsqu'un courant électrique traverse l'ampoule, le gaz résiduel s'ionise, formant des ions positifs qui libèrent des électrons en venant frapper la cathode. Ce rayonnement d'électrons, appelé rayons X, bombarde le fond luminescent du tube et illumine la paroi.

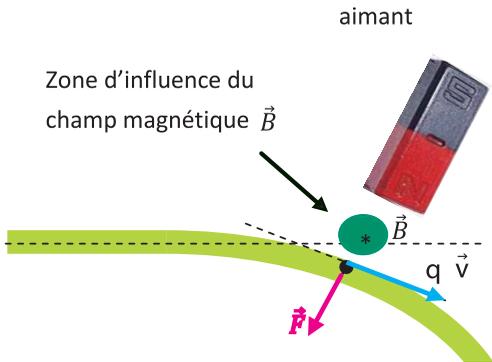
2.2. Activité expérimentale



Tube de Crookes

- Mettre le tube de Crookes sous tension
- Voir apparaître la luminescence dû au faisceau d'électron
- Approcher l'un des pôles d'un aimant droit à ce faisceau d'électrons
- Observer ce qui se passe
- Permuter les polarités de l'aimant et voir de ce qui se produit
- Interpréter vos observations
- Conclure.

2.3. Modélisation

Première situation	Deuxième situation
<p>En absence de facteurs extérieurs, le faisceau d'électrons est rectiligne, il ne subit rien, il garde un même sens et une même direction</p>  <p>Faisceau d'électrons</p> <p>Les électrons constituant le faisceau sont en dehors de la zone d'influence du champ magnétique créé par l'aimant droit. La trajectoire de chaque électron est rectiligne, aucune influence : pas de force magnétique.</p>  <p>Aimant</p>	 <p>aimant</p> <p>Zone d'influence du champ magnétique \vec{B}</p> <p>Dés que le faisceau d'électrons se trouve dans la région d'influence du champ magnétique \vec{B} créé par l'aimant droit, on observe une déviation de la trajectoire des électrons. Chaque électron du faisceau d'électrons subit de la part du champ magnétique \vec{B} une force magnétique \vec{F} appelée force de Lorentz.</p>

2.4. Expression de la force de Lorentz ou force magnétique

a- Définition de la force de Lorentz

Une particule de charge q , animée d'un mouvement avec une vitesse \vec{v} et plongée dans une zone d'influence d'un champ magnétique \vec{B} , est soumise à une force \vec{F} dite force de Lorentz.

$$\|\vec{F}\| = |q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| |\sin\alpha|$$

b- Caractéristiques de la force de Lorentz

- La direction du vecteur force \vec{F} est perpendiculaire au plan contenant les deux vecteurs \vec{v} et \vec{B} .
- Le sens du vecteur force \vec{F} est donné par la règle des trois doigts de la main droite (pouce : $q \vec{v}$; index : \vec{B} , majeur : \vec{B}).
- La valeur du vecteur force est donnée par l'expression :

$$\|\vec{F}\| = |q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| |\sin\alpha|$$

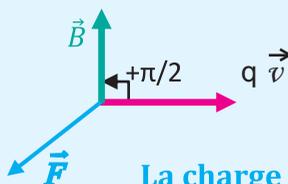
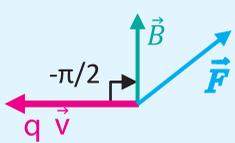
(α est l'angle formé entre le vecteur $q \vec{v}$ et le vecteur \vec{B})

c- Quand est ce que la force de Lorentz est nulle ?

<p>Absence de l'effet d'influence du champ magnétique \vec{B}</p> $\ \vec{F}\ = q \ \vec{v}\ \sin\alpha$ $\ \vec{F}\ = 0 N$	<p>La particule chargée est immobile : $\vec{v} = \vec{0}$</p> $\ \vec{F}\ = q 0 \ \vec{B}\ \sin\alpha$ $\ \vec{F}\ = 0 N$	<p>Les vecteurs \vec{v} et \vec{B} colinéaires : $\alpha = 0$ ou $\alpha = \pi$</p> $\ \vec{F}\ = q \ \vec{v}\ \ \vec{B}\ 0$ $\ \vec{F}\ = 0 N$
--	---	--

d- Pour une particule chargée en mouvement, quand est ce que la force de Lorentz est maximale ?

Les vecteurs \vec{v} et \vec{B} perpendiculaires

 <p>La charge q est positive $q > 0$</p>	 <p>La charge q est négative $q < 0$</p>
$\alpha = +\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\alpha = 1$	$\alpha = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\alpha = -1$
$q \sin\alpha > 0$	$q \sin\alpha > 0$
<p>→ La valeur de la force est maximale → Le sens de du vecteur force est donné par la règle des 3 doigts.</p>	

3. Action d'un champ magnétique \vec{B} sur une particule chargée en mouvement

3.1. La force magnétique n'accélère pas la particule chargée

Considérons donc une particule chargée en mouvement dans un espace où règne un champ magnétique \vec{B} . Le vecteur force de Lorentz est normale au vecteur vitesse \vec{v} de la particule et par conséquent à sa trajectoire. Le travail de la force de Lorentz lors du déplacement de A à B voir figure ci-contre est nul :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \|\vec{F}\| \|\overline{AB}\| \cos\frac{\pi}{2} = 0$$

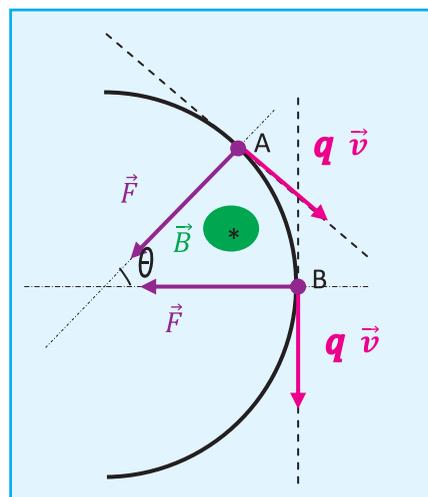
appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

Or
$$E_{CB} - E_{CA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 0 \Rightarrow E_{CB} - E_{CA} = 0$$

L'énergie cinétique reste constante.

Le champ magnétique n'agit pas sur la valeur de la vitesse de la particule



Pour θ faible $\widehat{AB} \simeq AB$
fig.1

3.2. La force magnétique dévie la particule chargée

Appliquons le principe fondamental de la dynamique « deuxième loi de Newton »

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$$

$$\vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Le vecteur accélération \vec{a} est colinéaire au vecteur force de Lorentz \vec{F} et est toujours perpendiculaire à la trajectoire.

On a vu précédemment que :

$$\|\vec{F}\| = |q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| \sin\alpha$$

avec α l'angle formé «écart angulaire» entre le vecteur $q \cdot \vec{v}$ et le vecteur \vec{B} , cet angle peut prendre deux types de valeurs :

$$\alpha = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\alpha = \pm 1$$

$$-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -1 < \sin\alpha < +1$$

Ceci se traduit par deux situations

a. Situation où \vec{v} est perpendiculaire à \vec{B} ($\sin\alpha = 1$)

Le mouvement de la particule chargée est circulaire uniforme ($\vec{v} = \text{Constante}$) c'est-à-dire son accélération est centripète :

- \vec{a} est perpendiculaire à la trajectoire
- \vec{a} est orientée vers le centre de la trajectoire
- \vec{a} a pour expression :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{\rho} \vec{N}$$

\vec{N}

le vecteur unitaire porté par la normale,

ρ étant le rayon du cercle osculateur et par conséquent de la trajectoire et v la vitesse initiale de la particule chargée.

L'application de la relation fondamentale de la dynamique.



se traduit par :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$$

$$|q| |\vec{v}| \|\vec{B}\| = m \frac{v^2}{\rho}$$

par suite :

$$\rho = \frac{m \|\vec{v}\|^2}{|q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\|} = \text{constante}$$

On peut remplacer ρ par R et simplifier par $\|\vec{v}\|$

$$R = \frac{m \|\vec{v}\|}{|q| \|\vec{B}\|}$$

La trajectoire de chaque particule chargée (l'électron) est un cercle de rayon R

b. Situation où \vec{v} est non perpendiculaire à \vec{B}
 chaque particule chargée (l'électron) a une trajectoire circulaire en spirale



4. Application

4.1. Spectrographe de masse

a. Description

Cet appareil, encore appelé spectrographe de Dempster, permet de « trier » des ions de masses différentes et, donc, de séparer les isotopes d'un élément. Il comporte trois parties mises en évidence à la figure 2 dans un appareil où règne un vide poussé :

1. une **chambre d'ionisation** où l'on produit, avec une vitesse sensiblement nulle, des ions de masses différentes, mais de même charge ;
2. une **chambre d'accélération** où, entre les fentes F et F' , les ions sont accélérés par un champ électrostatique;
3. une **chambre de déviation** où les ions, dans un champ magnétique uniforme, ont pour trajectoire un demi-cercle de rayon R qui dépend de la masse de la particule. Deux ions de masses différentes m_1 et m_2 viennent alors se rassembler dans les collecteurs C_1 et C_2 , où ils sont recueillis séparément.

b. Dédution

Un spectrographe de masse permet alors de séparer les isotopes d'un élément.

N.B. Le schéma de la figure 2 correspond au cas où les charges sont négatives.

c. Modélisation du spectrographe de masse

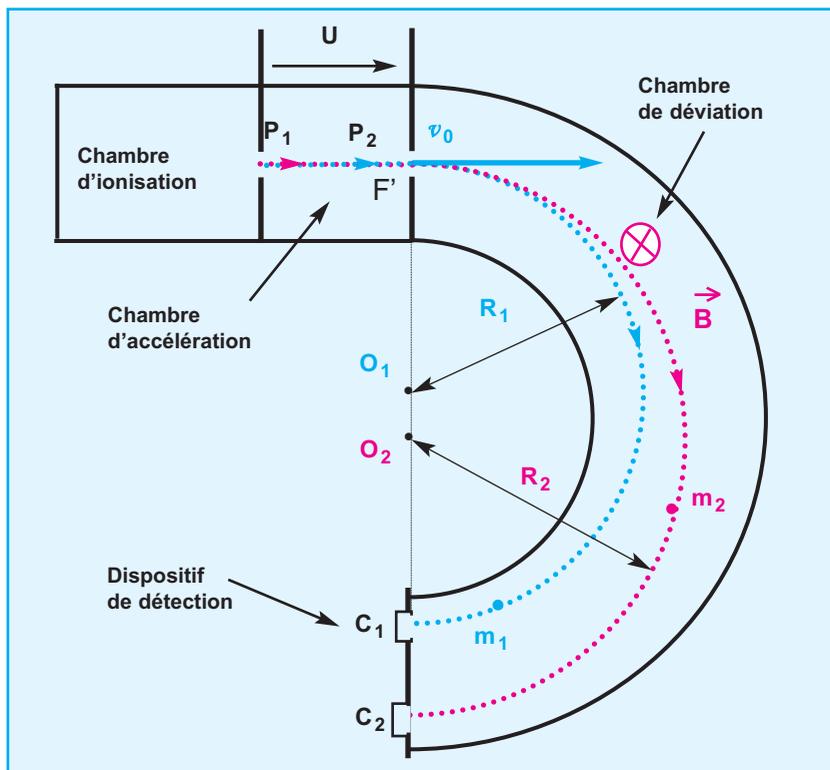


figure 2

Evaluation 1

On veut séparer les deux isotopes du brome ${}^{79}_{35}\text{Br}$ et ${}^{81}_{35}\text{Br}$ dont les masses respectives m_1 et m_2 sont proportionnelles aux nombres de masse $A_1 = 79$ et $A_2 = 81$. Les atomes de brome sont d'abord ionisés dans une chambre d'ionisation en ions Br^- d'où ils sortent par la fente F avec une vitesse sensiblement nulle. Puis ces ions sont accélérés par un champ électrostatique uniforme E entre les plaques P_1 et P_2 comme l'indique la figure 2; la tension entre ces plaques vaut :

$$U_{P_2P_1} = V_{P_2} - V_{P_1} = U_0 = 4.10^3 \text{ V}$$

Enfin, les ions pénètrent, à travers la fente F' avec un vecteur vitesse \vec{v}_0 , perpendiculaire aux plaques, dans une région (chambre de déviation) où règne un champ magnétique \vec{B} uniforme et perpendiculaire au plan de la figure. Ils décrivent alors deux trajectoires circulaires de rayons respectifs R_1 et R_2 et parviennent dans deux collecteurs C_1 et C_2 .

1. Montrer que, quel que soit l'isotope, les ions sortent par la fente F' et entrent dans la chambre de déviation avec une même énergie cinétique E_c que l'on calculera.
2. Les ions ont-ils la même vitesse en F' ? justifier la réponse.
3. Vérifier si le sens du vecteur champ magnétique \vec{B} qui permet aux ions d'être déviés vers le bas est celui représenté sur le schéma de la figure 2.
4. Rappeler l'expression de la force de Lorentz pour une particule chargée en mouvement dans une zone d'influence d'un champ magnétique.
5. Appliquer la deuxième loi de Newton à un ion de brome en mouvement dans la chambre de déviation et vérifier que le rayon de courbure de sa trajectoire est :

$$R = \frac{m_{Br} \|\vec{V}_0\|}{|q| \|\vec{B}\|}$$

6. Exprimer R_1 et R_2 et trouver une relation de proportionnalité entre eux.

On donne :

- Charge élémentaire : $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C;
- Intensité du champ magnétique : $\|\vec{B}\| = 0,1$ T
- Masse d'un nucléon (proton ou neutron) $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.
- Les poids des ions sont négligeables devant les forces électrostatiques ou magnétiques qui s'exercent sur eux.
- On néglige la masse d'un électron devant celle d'un nucléon.

Réponse

1. Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre les instants de passages (t_1 et t_2) des ions par les fentes F et F' respectivement.

$$E_c(F') - E_c(F) = \sum W_{F_{ext}(t_1 \rightarrow t_2)} \quad (1)$$

Du fait que le poids d'un ion est négligeable devant la force électrostatique appliquée à sa charge, ($\|\vec{P}\| \ll \|\vec{F}_e\|$)

$$\sum W_{F_{ext}(t_1 \rightarrow t_2)} = w(\vec{F}_e)_{t_1 \rightarrow t_2} \quad (2)$$

or

$$w(\vec{F}_e)_{t_1 \rightarrow t_2} = q (V_F - V_{F'}) = -q U_0$$

La charge portée est $q = -e$

On en déduit que :

$$w(\vec{F}_e)_{t_1 \rightarrow t_2} = e U_0 \quad (3)$$

Du fait que les deux types d'ions portent une même charge $q = -e$ et que la d.d.p. dans la chambre d'ionisation est constante L'équation (1) s'écrit : $E_c(F') = e U_0$

L'énergie cinétique est une fonction de la charge q et de la d.d.p. U_0 , quelque soit l'isotope l'énergie cinétique est la même.

Application numérique :

$$E_c (F') = 6,4 * 10^{-16} \text{J}$$

On sait que : $1\text{eV} = 1,6. 10^{-19} \text{ J}$ ou $1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV} = 1,6. 10^{-16} \text{J}$
d'où

$$E_c = 6,4 \text{ keV.}$$

2. L'énergie cinétique étant constante pour les deux isotopes ${}^{79}_{35} \text{Br}$ et ${}^{81}_{35} \text{Br}$ ionisés :

$$E_c ({}^{79}_{35} \text{Br}) = E_c ({}^{81}_{35} \text{Br}) \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Or, leurs masses sont différentes

$$(m_1 \neq m_2)$$

on en déduit que leurs vitesses sont différentes :

$$(v_1 \neq v_2)$$

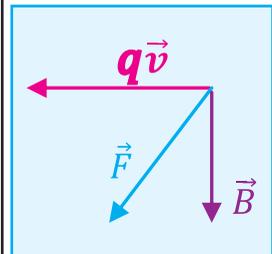
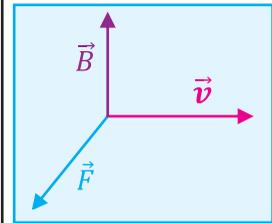
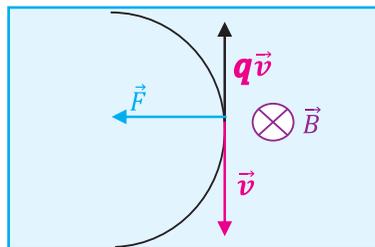
Les ions n'ont pas la même vitesse en F'

3. Dans un champ magnétique \vec{B} toute particule chargée en mouvement avec une vitesse \vec{v} se trouve soumise à une force magnétique \vec{F} . Les trois vecteurs $(\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$ forment un trièdre direct.

Prendre en considération que les ions formés sont négatifs inverse le sens du vecteur $q\vec{v}$

Pour que les ions soient soumis la force centripète comme l'indique la figure 2 le vecteur \vec{B} doit prendre le sens inverse de celui de la figure 4.

On obtient ainsi le triède de la figure 5, ce qui est en accord avec les données de l'évaluation (voir figure 6).



4. L'expression de la force de Lorentz.

$$\|\vec{F}\| = |q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| \sin \alpha$$

$$\sum_{est} \vec{F} = m \vec{a}$$

5. se traduit par :

$$|q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| = m \frac{\|\vec{v}\|^2}{\rho}$$

Par suite

$$\rho = \frac{m \|\vec{v}\|^2}{|q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\|} = \text{constante}$$

On peut remplacer ρ par R et simplifier par $\|\vec{v}\|$

$$R = \frac{m \|\vec{v}\|^2}{|q| \|\vec{B}\|}$$

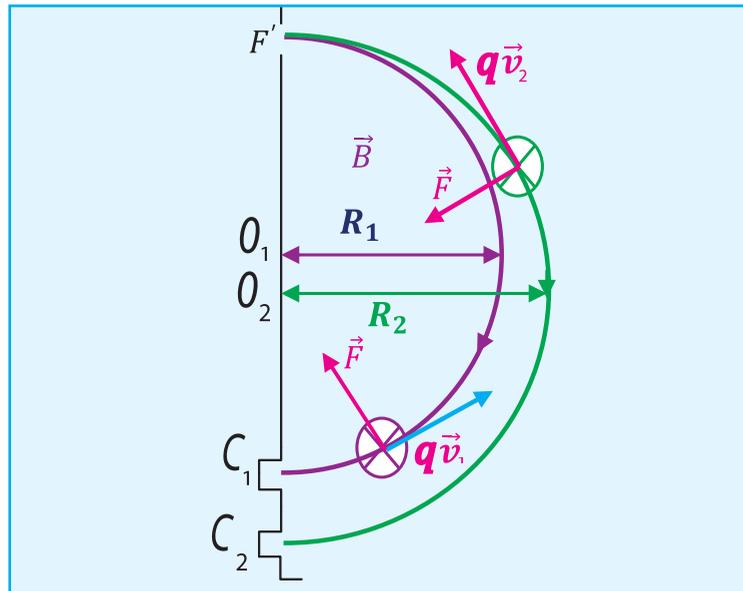
6. R_1 et R_2 sont respectivement les rayons de courbure des trajectoires des ions des iso-

topes $^{79}_{35}\text{Br}$ et $^{81}_{35}\text{Br}$

$$R_1 = \frac{m_1 \|\vec{v}_1\|}{|q| \|\vec{B}\|}$$

$$R_2 = \frac{m_2 \|\vec{v}_2\|}{|q| \|\vec{B}\|}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2}$$



Evaluation 2

ENONCÉ :

On introduit dans un spectrographe de masse des ions

${}^{A_1}_3\text{Li}^+$ et ${}^{A_2}_3\text{Li}^+$ (A_1 et A_2 désignent les nombres de masse)

de même charge $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et de masses respectives m_1 et m_2 . Dans tout l'exercice, on néglige l'effet du poids devant ceux des forces électrique et magnétique.

1 - Dans la chambre d'accélération, les ions se présentent au point O_1 avec des vitesses pratiquement nulles ; ils sont accélérés par une tension continue $U_{P_1P_2} = U$ établie entre les plaques (P_1) et (P_2).

a - Représenter sur un schéma le champ électrique \vec{E} régnant entre les plaques (P_1) et (P_2).

b - Préciser le signe de $U = U_{P_1P_2}$.

c - Etablir les expressions des valeurs $\|\vec{v}_1\|$ et $\|\vec{v}_2\|$ des vitesses

acquises par les deux ions au point O_2 en fonction de U , e et des masses respectives m_1 et m_2 .

2 - Les ions pénètrent ensuite dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan de la figure.

a - Quel doit être le sens de \vec{B} pour que les ions soient déviés vers la plaque photographique sensible ?

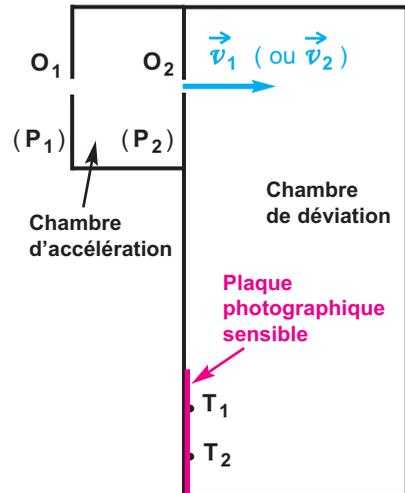
b - Chacune des particules décrit dans la région où règne le champ magnétique uniforme un demi-cercle avec une vitesse de valeur constante. Déterminer les expressions des rayons de ces trajectoires en fonction de U , e , $\|\vec{B}\|$ et de leurs masses respectives.

3 - Les ions arrivent sur la plaque photographique sensible et forment deux tâches, l'une à **9,3 cm** et l'autre à **10,0 cm** de la fenêtre d'admission O_2 .

On donne : $U = 1000 \text{ V}$, $\|\vec{B}\| = 0,12 \text{ T}$, la masse d'un proton est sensiblement égale à la masse d'un neutron $m_p = m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

a - Calculer les masses m_1 et m_2 .

b - En déduire les valeurs des nombres de masse A_1 et A_2 des deux particules.



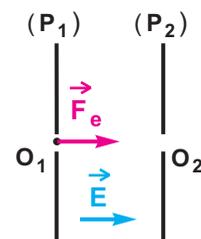
SOLUTION

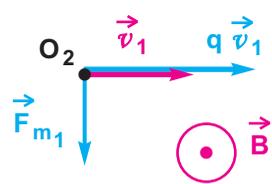
1 - a - La force électrique est \vec{F}_e est dirigée de O_1 vers O_2 , puisque $\vec{F}_e = e \vec{E}$, alors \vec{E} a le même sens que \vec{F}_e .

b - Le champ électrique est dirigé vers les potentiels décroissants donc $V_{(P_1)} > V_{(P_2)}$, donc $U = U_{P_1P_2} > 0$.

c - Considérons la particule de masse m_1 ; appliquons au système {particule de masse m_1 }, le théorème de l'énergie cinétique dans l'intervalle de temps correspondant aux positions de départ O_1 et d'arrivée O_2 .

COMMENTAIRE



SOLUTION (SUITE)	COMMENTAIRE
$\Delta \mathcal{E}_C = \mathcal{E}_{C_{O_2}} - \mathcal{E}_{C_{O_1}} = \mathcal{W}(\vec{F}_e)_{O_1 \rightarrow O_2}$ $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = e U \text{ d'où } \ \vec{v}_1\ = \sqrt{\frac{2 e U}{m_1}}$ <p>de même : $\ \vec{v}_2\ = \sqrt{\frac{2 e U}{m_2}}$</p> <p>2- a - On applique la règle des trois doigts : le pouce a le sens de \vec{v}_1 (ou \vec{v}_2) car la charge des ions est positive, la force de Lorentz indiquée par le majeur est orientée vers la plaque sensible. Donc, le sens de \vec{B} donné par l'index est sortant.</p> <p>b - $R_1 = \frac{m_1 \ \vec{v}_1\ }{e \ \vec{B}\ }$ or $\ \vec{v}_1\ = \sqrt{\frac{2 e U}{m_1}}$ alors</p> $R_1 = \frac{1}{\ \vec{B}\ } \sqrt{\frac{2 m_1 U}{e}} \text{ de même : } R_2 = \frac{1}{\ \vec{B}\ } \sqrt{\frac{2 m_2 U}{e}}$ <p>3 - a -</p> $R_1^2 = \frac{1}{B^2} \frac{2 m_1 U}{e} \text{ d'où } m_1 = \frac{e B^2 R_1^2}{2 U}$ <p>De même, $m_2 = \frac{e B^2 R_2^2}{2 U}$.</p> <p>Applications numériques :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin: 5px;"> $m_1 = 9,96 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin: 5px;"> $m_2 = 11,52 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ </div> <p>b - Calculs des nombres de masse des deux isotopes :</p> $A_1 = \frac{9,96 \cdot 10^{-27}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 5,96 \text{ alors } A_1 = 6$ $A_2 = \frac{11,52 \cdot 10^{-27}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 6,898 \text{ alors } A_2 = 7$	<p>2- a -</p>  <p>2- b - e, U et $\ \vec{B}\$ étant constants le rayon de courbure est proportionnel à la racine carrée de la masse de l'ion : celui qui a la masse la plus grande aura le rayon le plus grand.</p>

L'ESSENTIEL DU COURS

- Une particule chargée, en mouvement dans une région de l'espace où règne un champ magnétique \vec{B} , est soumise à une force magnétique appelée force de Lorentz \vec{F} .
- Caractéristiques de la force de Lorentz :
 - La direction de \vec{F} est à chaque instant perpendiculaire au plan formé par les vecteurs vitesse \vec{v} et champ magnétique \vec{B} ;
 - Le sens de \vec{F} est donné par la règle des trois doigts de la main droite (le pouce a le sens de $q \vec{v}$; le sens de \vec{B} est montré par l'index ; le sens de \vec{F} est donné par le majeur).
 - La valeur de la force de Lorentz est : $\|\vec{F}\| = |q| \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| \sin(\widehat{\vec{v}, \vec{B}})$.
- Une particule de charge q pénétrant avec une vitesse initiale \vec{v}_0 dans une région de l'espace où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire à \vec{v}_0 est animée d'un mouvement circulaire uniforme dans le plan perpendiculaire à \vec{B} ; le rayon de sa trajectoire circulaire est :

$$R = \frac{m \|\vec{v}_0\|}{|q| \|\vec{B}\|}$$

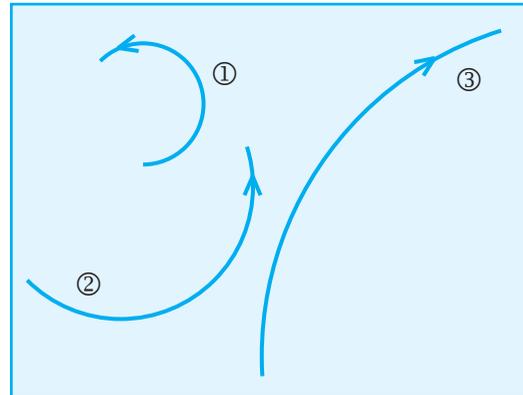
Je vérifie mes connaissances

1- Dans un champ magnétique \vec{B} , une particule est-elle toujours soumise à une force ? Quelles sont les conditions nécessaires pour qu'elle le soit ?

a- Tracer, en **M** le vecteur force agissant sur cette particule.
b- En déduire le sens du vecteur champ magnétique.

2- Soit une particule de vitesse \vec{v} et de charge q dans un champ magnétique \vec{B} parallèle à \vec{v} .
 Si on inverse le sens de \vec{B} , le mouvement de la particule est-il modifié ?

7- On a obtenu, dans une chambre à bulles, les trajectoires de trois particules électrisées. En valeur absolue, la charge de ces trois particules est la même.



3- Une particule de charge q peut-elle avoir un mouvement rectiligne uniforme dans un champ magnétique \vec{B} ?

a- La particule (1) étant chargée positivement, donner les signes des charges des particules (2) et (3).
b- En supposant que les trois particules ont la même vitesse, classer ces particules par masse croissante.

4- Quelle est l'action d'un champ magnétique sur un neutron en mouvement ?

5- Une particule électrisée de masse m et de charge q négative, est en mouvement dans un champ magnétique uniforme \vec{B} . On désigne par \vec{v} la vitesse de la particule. On néglige l'action de la pesanteur.

Confirmer ou rejeter les affirmations suivantes en justifiant les choix exprimés :

- a -** La trajectoire est toujours un cercle.
- b -** La trajectoire peut être une droite.
- c -** Le mouvement est toujours uniforme.
- d -** L'accélération de la particule peut être le vecteur nul.
- e -** La trajectoire est soit plane, soit rectiligne.
- f -** L'accélération de la particule est un vecteur normal à \vec{v} .
- g -** La trajectoire peut être une parabole.

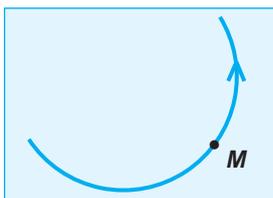
8- On étudie l'action d'un champ magnétique uniforme \vec{B} sur des noyaux d'hélium ${}^4_2\text{He}^{2+}$ et sur des protons ${}^1_1\text{H}^+$ de vitesses orthogonales à \vec{B} .

Comparer les rayons R_α et R_p des trajectoires des noyaux d'hélium et des protons :

- a-** lorsqu'ils ont même vitesse ;
- b-** lorsqu'ils ont même énergie cinétique.

On admettra que les noyaux d'hélium sont quatre fois plus lourds que les protons.

6- Dans une chambre à bulles, la trajectoire des particules est matérialisée grâce à l'apparition de petites bulles gazeuses. On a observé la trajectoire circulaire d'une particule chargée négativement. Le champ magnétique est perpendiculaire au plan de la trajectoire.

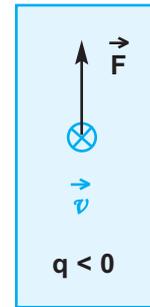
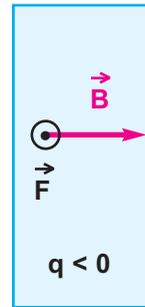
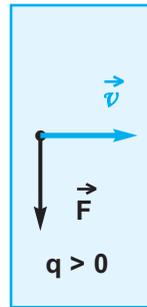
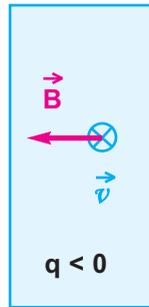
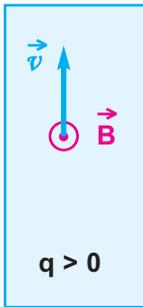


9- Un électron ayant une vitesse \vec{v}_0 est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme \vec{B} . Il décrit alors une trajectoire circulaire. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

- a- Le mouvement de l'électron est circulaire uniforme.
- b- L'électron "n'a pas d'accélération".
- c- La vitesse initiale \vec{v}_0 de l'électron est colinéaire à \vec{B} .
- d- Le rayon du cercle augmente si l'on fait croître la valeur de \vec{B} , \vec{v}_0 étant constant.

Je sais appliquer mes connaissances ; je sais raisonner

Ex-1- Tracer le vecteur manquant (\vec{F} , \vec{B} ou \vec{v}) dans chaque cas ci-dessous.



Ex-2- Soit un espace \mathcal{E} muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dans lequel règne un champ magnétique \vec{B} ayant pour coordonnées :

$$B_x = 0 ; B_y = 0 ; B_z = 6 \cdot 10^{-4} \text{ T.}$$

Un électron pénètre dans cet espace

avec une vitesse initiale \vec{v} ayant pour coordonnées :

$$v_x = 4 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} ; v_y = 0 ; v_z = 0.$$

- 1- Montrer que la trajectoire de l'électron est circulaire.
 - 2- Calculer le rayon de la trajectoire.
 - 3- Tracer ce cercle dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
 - 4- Calculer la période de ce mouvement.
- On donne :
- masse de l'électron : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;
 - charge de l'électron : $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Ex-3- Une particule chargée, lancée dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , avec une vitesse \vec{v} perpendiculaire à \vec{B} .

- 1- Montrer que la période T de révolution de cette particule est indépendante de sa vitesse.
- 2- On considère un proton de masse $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

et de charge $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Calculer la période de révolution de ce proton sachant que $\|\vec{B}\| = 4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

- 3- La vitesse du proton considéré est : $\|\vec{v}\| = 15000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer le rayon du cercle décrit par cette particule.

Ex-4- Un faisceau homocinétique d'électrons de vitesse $\|\vec{v}_0\| = 3 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pénètre dans un champ magnétique uniforme de valeur $\|\vec{B}\| = 10^{-3} \text{ T}$, \vec{B} et \vec{v}_0 sont orthogonaux.

- 1- Calculer la valeur de la force \vec{F} de Lorentz.
- 2- Calculer la valeur de l'accélération des électrons.
- 3- Calculer le rayon de la trajectoire.
- 4- Représenter \vec{B} , \vec{v}_0 et \vec{F} sur un schéma.

Ex-5- Dans la chambre d'accélération d'un spectrographe de masse, on introduit au point **S**, des particules de charge **q**, de masse **m** et ayant une vitesse négligeable. Elles sont accélérées par la tension **U** entre les plaques (**P₁**) et (**P₂**).

Au point **O**, chaque particule est animée d'une vitesse \vec{v}_0 . Au delà de (**P₂**) le champ électrique est nul et il règne un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan de la figure (**fig.1**).

- 1- Donner l'expression de $\|\vec{v}_0\|$ en fonction de **q**, **m** et **U**.
- 2- Rappeler l'expression du rayon **R₀** en fonction de $\|\vec{v}_0\|$, **m**, **q** et $\|\vec{B}\|$ et exprimer ce rayon en fonction de **q**, **m**, $\|\vec{B}\|$ et **U**.
- 3- Les particules étudiées étant les ions des isotopes du zinc, $^{68}\text{Zn}^{2+}$ de masse $m_1 = 113,56 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et $^{70}\text{Zn}^{2+}$ de masse $m_2 = 116,90 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

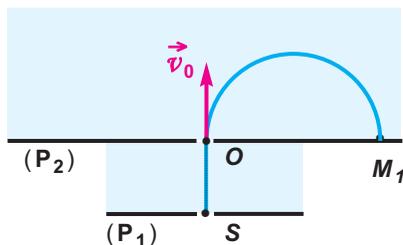


fig.1

Le point d'impact des ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ se trouve au point **M₁** tel que **OM₁ = 20 cm**.

- a- Déterminer le sens de **B**.
 - b- **M₂** étant le point d'impact sur (**P₂**) des ions $^{70}\text{Zn}^{2+}$, calculer la distance **OM₂**.
- 4- Pour identifier des ions désignés par **X₁**, **X₂** et **X₃**, portant chacun une charge de valeur absolue $|q| = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, on les introduit successivement en **O** avec la même vitesse \vec{v}_0 que les ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$. Les trajectoires obtenues ont respectivement les rayons **R₁ = 5,59 cm** ; **R₂ = 10,30 cm** ; **R₃ = 6,76 cm** (**fig.2**).

- a- Quel est le signe de la charge portée par chacun de ces ions ?
 - b- Déterminer les masses **m_{X1}**, **m_{X2}** et **m_{X3}** de ces ions.
 - c- Identifier les ions **X₁**, **X₂** et **X₃** dans la liste suivante : $^{39}\text{K}^+$; $^{23}\text{Na}^+$; $^{35}\text{Cl}^-$; $^{19}\text{F}^-$.
- On rappelle que la masse d'un nucléon est égale à $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

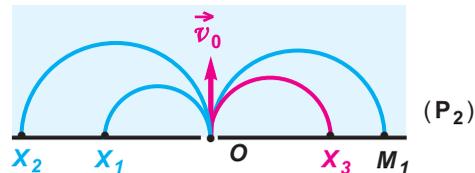


fig.2

Ex-6- Dans le spectrographe de masse schématisé ci-après (**fig.3**), des ions de strontium Sr^{2+} de charge **q = 3,2 · 10⁻¹⁹ C**, de masse **m**, sortent en **I** d'une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable.

Ils sont accélérés entre **I** et **F** par une tension **U** continue et réglable. Ils sont ensuite déviés entre **E** et **S** par un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan de la figure et de valeur $\|\vec{B}\| = 0,16 \text{ T}$. Ils sont enfin recueillis à l'entrée **C** d'un collecteur.

Dans cet appareil tous les ions que l'on veut recueillir en **C** doivent suivre la même trajectoire **IFESC**. La portion **ES** de la trajectoire est un arc de cercle de centre **O** et de rayon **R = 0,70 m**.

- 1- Etablir l'expression de la tension **U** en fonction de **q**, **R**, **m** et $\|\vec{B}\|$ pour que l'ion Sr^{2+} suive la trajectoire imposée.
- 2- On utilise ce spectrographe de masse pour identifier les isotopes du strontium ; tous les atomes de strontium s'ionisent sous forme Sr^{2+} .

- a- On place d'abord dans la chambre d'ionisation du strontium 88 de masse $m = 145,42 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
Calculer la valeur à donner à U pour que les ions $^{88}\text{Sr}^{2+}$ soient collectés en C .

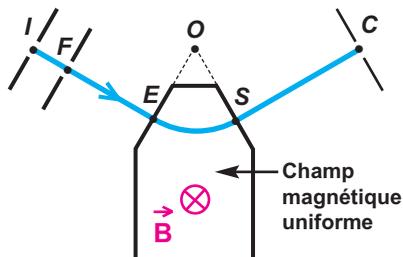


fig. 3

- b- On place maintenant dans la chambre d'ionisation un mélange d'isotopes du strontium. Pour les recueillir successivement en C , il faut donner à U différentes valeurs comprises entre 13930 V et 14440 V .
Entre quelles valeurs se situent les nombre de masse de ces isotopes ?

- Ex-7-** Dans une chambre d'ionisation (C_1), on produit simultanément des ions $^{12}_6\text{C}^+$ et $^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$ de masses respectives $m_1 = 20,04 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et $m_2 = 40,08 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, de charges respectives q_1 et q_2 .

On donne : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Ces ions pénètrent, sans vitesse initiale, par le point I dans une deuxième chambre (C_2) où règne un champ

électrique uniforme \vec{E} produit par deux plaques parallèles (P_1) et (P_2) entre lesquelles est maintenue une tension $U_{P_1P_2} = 40000 \text{ V}$ (fig.4).

- 1- Calculer les valeurs $\|\vec{v}_1\|$ et $\|\vec{v}_2\|$ des vitesses acquises par les deux ions au point O ; le résultat trouvé est-il prévisible ?

- 2- Les ions $^{12}_6\text{C}^+$ et $^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$, animés des vitesses \vec{v}_1 et \vec{v}_2 de valeurs calculées ci-dessus, pénètrent dans une troisième (C_3) chambre où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} de direction perpendiculaire au plan de la figure.

- a- Préciser sur le schéma le sens de \vec{B} pour que les ions parviennent dans le domaine (D).

- b- Montrer que dans (C_3), les ions ont un mouvement circulaire uniforme dans le plan de la figure.

- c- Calculer et comparer les rayons R_1 et R_2 correspondant aux ions carbone et magnésium ; on donne $\|\vec{B}\| = 0,25 \text{ T}$.
Peut-on, dans ces conditions, séparer ces ions ?

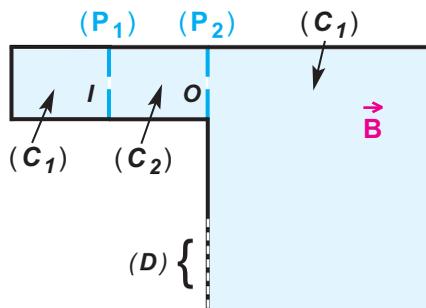


fig. 4

Ex-8- Une particule de charge q , de masse m , traverse une chambre de Wilson dans laquelle règne un champ magnétique uniforme \vec{B} , perpendiculaire au plan de la figure et orienté vers l'avant de ce plan.

La particule ralentit en franchissant la surface (AC) .

Le cliché matérialisant la trajectoire permet de dire que la particule a décrit des arcs de cercles de rayons R_1 et R_2 respectivement dans les zones I et II ; les mesures ont donné

$$R_1 = \frac{R_2}{3} = 14 \text{ cm (fig.5).}$$

1- Etablir l'expression de R_1 et R_2

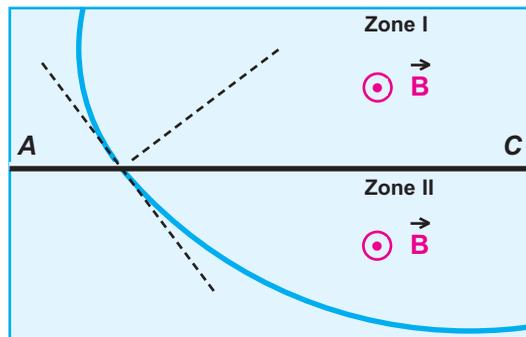


fig. 5

en fonction de q , m , $\|\vec{B}\|$ et les valeurs $\|\vec{v}_1\|$ et $\|\vec{v}_2\|$ des vitesses de la particule.

2- Dans quel sens se déplace la particule (de I vers II ou de II vers I) ? Quel est le signe de la charge de la particule ?

3- Calculer la charge massique $\frac{q}{m}$ et identifier la particule.

Données :

charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;

masse d'un nucléon : $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$;

valeur du champ magnétique : $\|\vec{B}\| = 0,5 \text{ T}$;

valeur de la vitesse d'entrée dans le dispositif :

$\|\vec{v}_0\| = 2 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

on néglige la masse des électrons.

Ex-9- A la sortie d'une chambre d'ionisation, des

ions néon ${}^{20}_{10}\text{Ne}^+$ et ${}^{22}_{10}\text{Ne}^+$ pénètrent avec une vitesse presque nulle par un trou (T_1) dans l'espace compris entre deux plaques métalliques verticales (P_1) et (P_2) entre lesquelles on a établi une tension accélératrice $U = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$.

Ces ions arrivent au trou (T_2) avec des vitesses respectives \vec{v}_1 et \vec{v}_2 de direction horizontale (fig. 6).

1- Calculer les valeurs $\|\vec{v}_1\|$ et $\|\vec{v}_2\|$ des vitesses respectivement des ions du néon 20 et du néon 22 quand ils passent par (T_2) .

On donne : $m_1 = 33,40 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
et $m_2 = 36,74 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, charge commune $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

2- A la sortie de (T_2) , les ions pénètrent dans une région où ils sont soumis à l'action simultanée de deux champs :

- un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan de la figure donc à $x'x$ et orienté vers l'avant et de valeur $\|\vec{B}\| = 0,1 \text{ T}$;
- un champ électrique uniforme \vec{E} perpendiculaire à $x'x$, orienté vers le haut et de valeur réglable.

a- Déterminer la valeur $\|\vec{E}_1\|$ du champ électrique à appliquer pour que seuls les

ions ${}^{20}_{10}\text{Ne}^+$ passent par le trou (T_3) situé sur l'axe $x'x$.

b- Calculer la valeur $\|\vec{E}_2\|$ du champ électrique permettant uniquement le passage par (T_3) des ions ${}^{22}_{10}\text{Ne}^+$.

3- Quelle est l'intérêt d'un tel dispositif ?

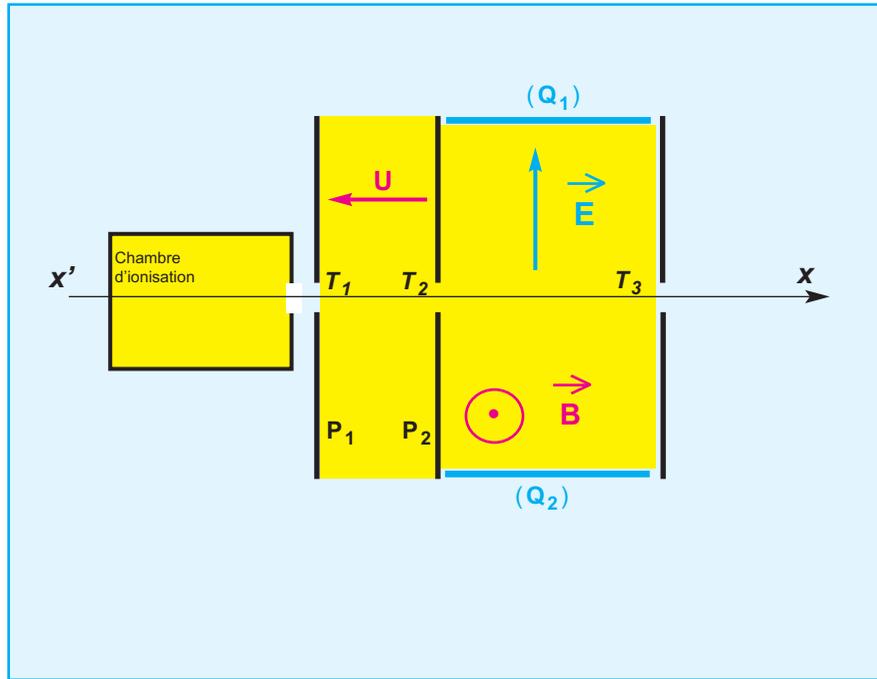


fig.6

12.

AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL

- I. Description et brochage
- II. Fonction de base
- III. Etude de quelques montages



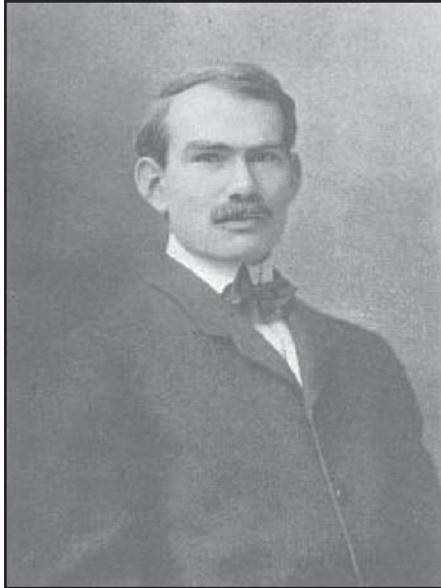
Amplificateur Hybride EL95

Prérequis :

Savoir	Savoir faire
<ul style="list-style-type: none">• La loi d'ohm• Les lois de Kirchhoff• Confronter les résultats de mesure avec les prévisions théoriques associées à l'analyse du montage	<ul style="list-style-type: none">• Reconnaître les composants électriques et les monter dans un circuit• Réaliser un montage à partir d'un schéma• Utiliser les appareils de mesure

Historique

Le premier amplificateur électronique fut réalisé en 1906 par l'inventeur américain Lee De Forest, à l'aide de la première version d'une de ses inventions : l'audion



Lee De Forest
(né le 26 août 1873, mort le 30 juin 1961)

L'**audion** est le premier tube électronique de type triode. L'audion a permis de réaliser les premiers amplificateurs électroniques.



Les amplificateurs à tubes sont aussi connus sous le nom d'amplificateurs à «lampes», en raison de la forme des tubes et de la lumière qu'ils émettent lorsqu'ils fonctionnent.



Les lampes d'un amplificateur

Depuis le début des années 1960, grâce à l'apparition des premiers transistors de puissance vraiment fiables et au coût réduit, la majorité des amplificateurs utilise des transistors. On préfère les transistors aux tubes dans la majorité des cas car ils sont moins encombrants, fonctionnent à des tensions plus faibles et sont immédiatement opérationnels une fois mis sous tension, contrairement aux tubes électroniques qui nécessitent une dizaine de secondes de chauffage.

Physicien allemand, dont l'œuvre, très vaste, aborde des domaines de la physique très différents. Né à Königsberg (aujourd'hui Kaliningrad, Russie), il fit ses études à l'université de Königsberg et fut professeur de physique à l'université de Breslau, Heidelberg et Berlin. Avec le chimiste allemand Robert Wilhelm Bunsen, Kirchhoff développa le spectroscope moderne pour l'analyse chimique. En 1860, les deux scientifiques découvrirent les éléments du césium et du rubidium en utilisant la spectroscopie. Kirchhoff a mené d'importantes investigations sur le transfert de chaleur par radiation et a aussi postulé deux règles, connues aujourd'hui sous le nom des lois de Kirchhoff des réseaux, relatives à la distribution du courant dans les circuits électriques.

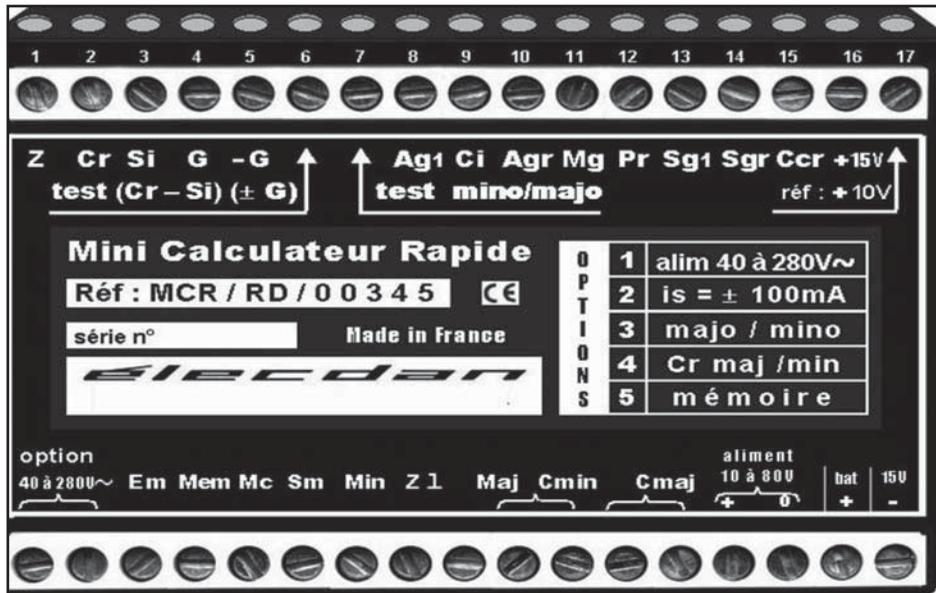


Kirchhoff, Gustav Robert
(1824-1887).

Les progrès technologiques ont imposés depuis 1960 le remplacement des montages utilisant des composants indépendants (des conducteurs ohmiques, des diodes, des transistors ou autres) par des montages à composants intégrés. Ainsi un élément unique peut remplacer un ensemble de composants indépendants soudés sur un circuit imprimé. Parmi ces circuits intégrés¹ on distingue les amplificateurs opérationnels.

Insérés dans des circuits appropriés, les amplificateurs opérationnels effectuent plusieurs opérations, à savoir, addition, soustraction, multiplication etc.

Les techniques actuelles permettent de loger plusieurs transistors et autres composants sur des pastilles en résine noire de quelques millimètres carrés.



Les objectifs

- Modéliser un amplificateur opérationnel.
- Idéaliser un amplificateur opérationnel.
- Polariser un amplificateur opérationnel.
- Etablir l'expression de la tension de sortie v_s en fonction de la tension d'entrée v_E dans quelques montages de l'amplificateur opérationnel.
- Tracer la caractéristique de transfert $v_s = f(v_E)$ d'un montage à amplificateur opérationnel monté en boucle fermée à réaction sur l'entrée inverseuse (ou négative).
- Réaliser quelques montages avec un amplificateur opérationnel.

¹ Ensemble de composants électroniques (diodes, résistances, transistors), intégrés sur un petit carré de semi-conducteur (silicium) et qui concourent tous à la réalisation d'une fonction complexe.

amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

I. Description et brochage d'un amplificateur opérationnel

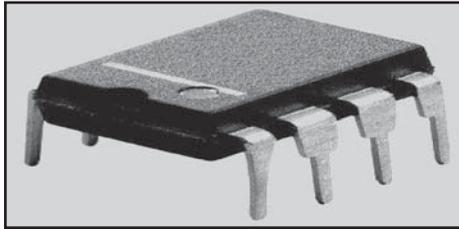
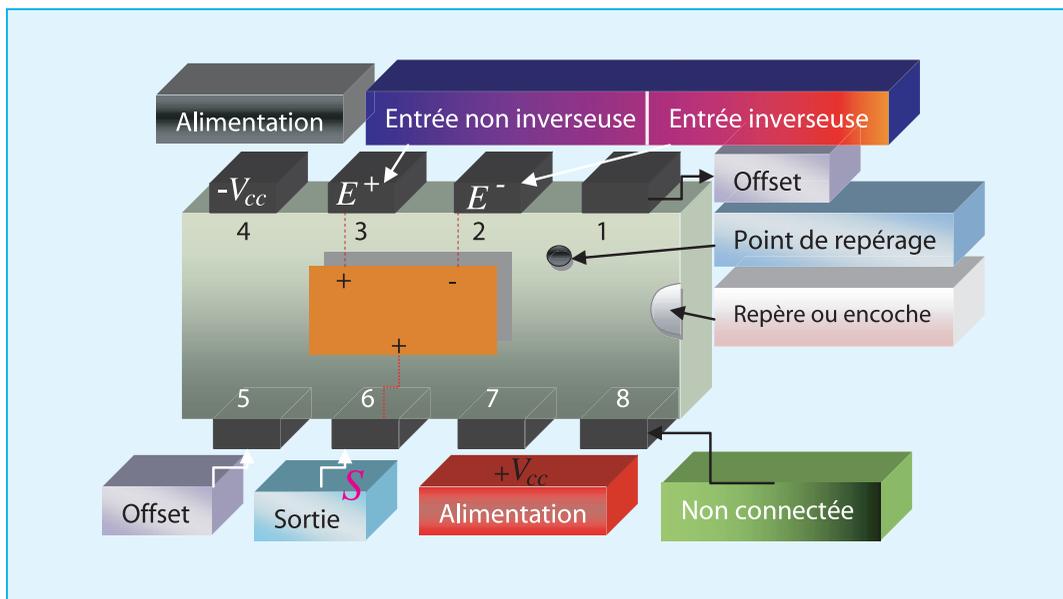


Photo d'un amplificateur opérationnel

Dessin descriptif de la vue diagonale du boîtier d'un amplificateur à 8 broches ou pattes.



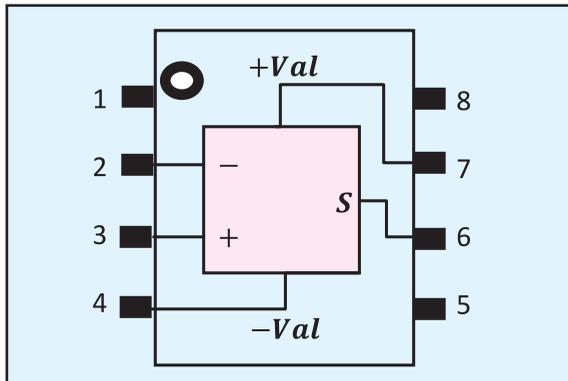
Le fabricant a attribué à chaque patte un numéro laquelle a une fonction précise

Les bornes 2 et 3 représentent les deux entrées de l'amplificateur opérationnel.

- E^+ : entrée non inverseuse repérée par le signe (+) « borne 3 »
- E^- : entrée inverseuse repérée par le signe (-) « borne 2 »
- La borne 6 constitue la sortie de l'amplificateur opérationnel
- Les bornes 4 et 7 ($-v_{cc}$ et $+v_{cc}$) servent pour alimenter l'amplificateur par deux tensions continues symétriques et $+v_p$ et $-v_p$ dites tensions de polarisation. Les deux tensions sont définies par rapport à un même potentiel de référence appelé masse. Généralement, l'alimentation symétrique est de $\pm 15V$.
- Les bornes 1 et 5, notées «offset» (décalage) sont conçues pour recevoir un résistor de résistance variable permettant d'obtenir une tension de sortie nulle en l'absence d'un signal d'entrée. En effet, on constate ce décalage même en l'absence d'un signal à l'entrée.

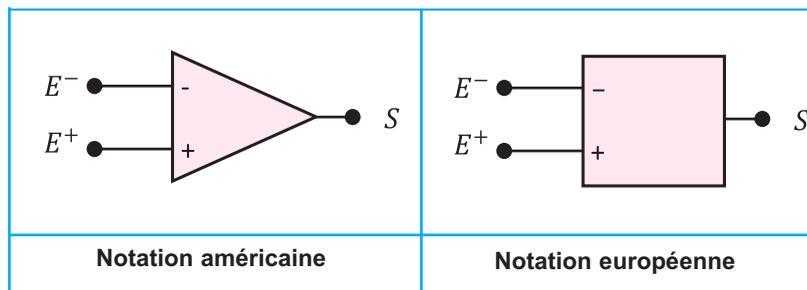
2. Symbole

Il suffit de représenter le dessin descriptif comme l'indique la figure suivante pour déduire l'idée du symbole proposé.

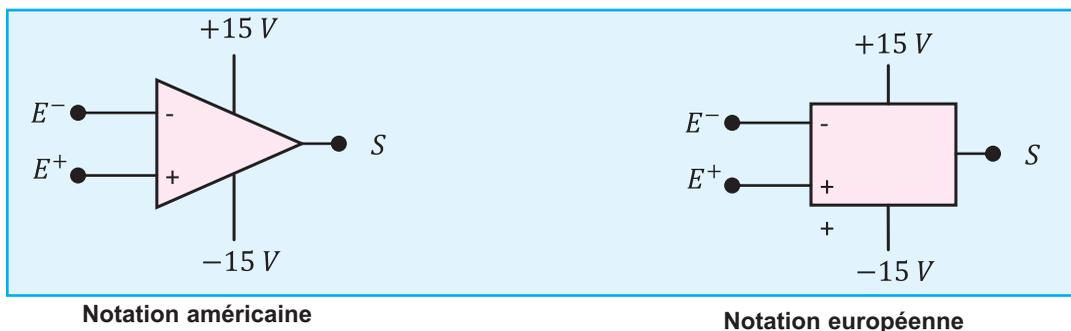


Vue de dessus permettant d'imaginer le symbole de l'amplificateur opérationnel

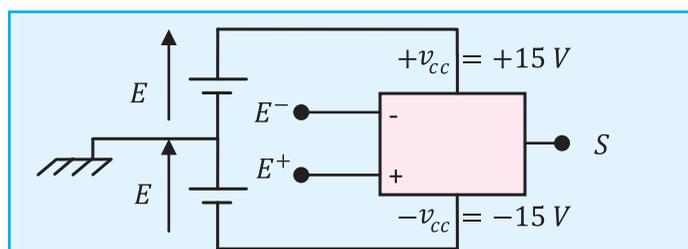
L'AOP est symbolisé par un rectangle en notation européenne et par un triangle en notation américaine pointant à droite. Il comporte deux entrées et une sortie. L'entrée notée E^+ est dite **non inverseuse** et l'entrée notée E^- est dite **inverseuse**.



3. Polarisation de l'amplificateur opérationnel avec un générateur symétrique $\pm 15 V$



Circuit de polarisation de l'amplificateur opérationnel



amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

- La borne 2 est l'entrée inverseuse E^-
- La borne 3 est l'entrée non inverseuse E^+
- La borne 6 est la sortie S
- Les bornes 4 et 7 servent à la polarisation de l'amplificateur

Remarque

Dans les schémas d'électronique, le circuit de polarisation des amplificateurs opérationnels n'est pas représenté. Seules les trois bornes E^+ , E^- et S apparaissent .

Définition

La différence de potentielle entre les tensions d'entrées E^+ , E^- est appelée tension différentielle d'entrée u_d , notée aussi ε .

$$u_d = v_{E^+} - v_{E^-} = \varepsilon$$

4. Représentation d'un amplificateur et notation

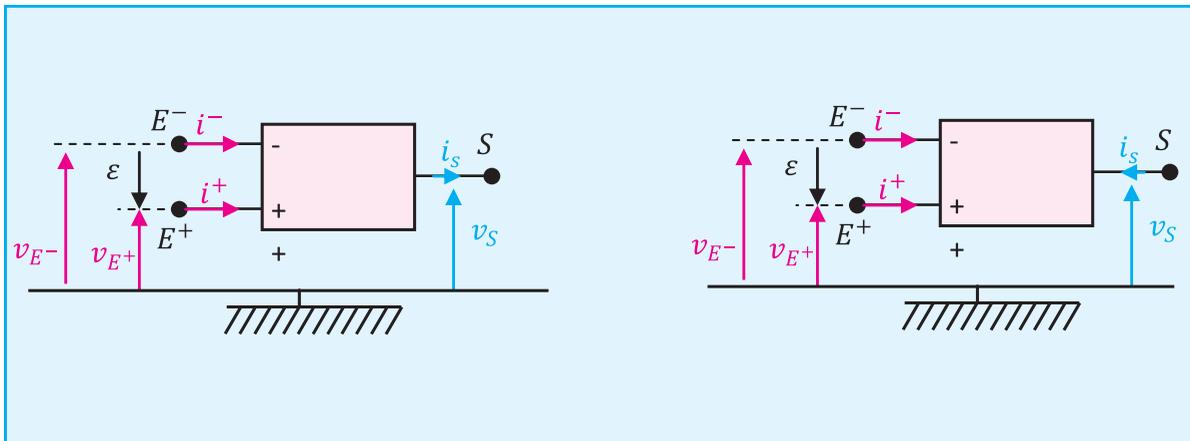


figure a

figure b

- $u_d = v_{E^+} - v_{E^-}$
- $u_d = \varepsilon$
- i^+ , i^- sont respectivement les intensités de courant circulant dans le circuit d'entrée de l'amplificateur et y rentrent par E^+ et E^-
- i_s est l'intensité de courant circulant dans le circuit de sortie de l'amplificateur, il peut être rentrant comme il peut être sortant

$$i_s \neq i^+ + i^-.$$

II. Fonction de base d'un amplificateur opérationnel

Un **amplificateur opérationnel** est un **circuit intégré** dont la fonction de base est, comme son nom l'inspire, **l'amplification**. Il est en outre "opérationnel" parce qu'il permet de réaliser des fonctions de type "arithmétique" (inversion, addition, soustraction...).

Un amplificateur opérationnel est, à la base, un système **amplificateur différentiel**. Amplificateur et différentiel car **il amplifie la différence des tensions appliquées sur ses deux entrées**, souvent notées **E⁺** (entrée dite "non inverseuse") et **E⁻** (entrée dite "inverseuse").

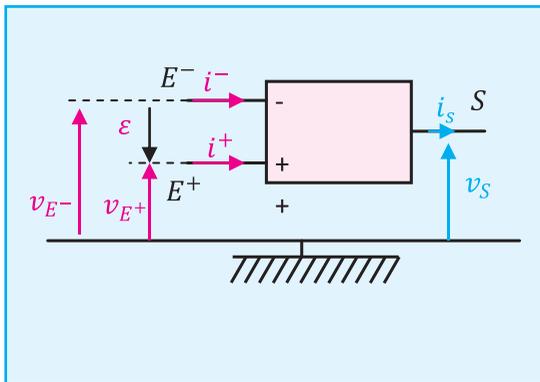


figure 1

Les tensions v_E + et v_E - s'appellent tensions d'entrée, la tension v_S s'appelle tension de sortie. Les trois tensions sont mesurées par rapport à la masse du circuit (fig. 1). Entre les bornes d'entrées inverseuse (-) et non inverseuse (+), il existe une tension

$$\epsilon = v_{E+} - v_{E-}$$

La tension de sortie v_S dépend de ϵ . $v_S = f(\epsilon)$ est la caractéristique de transfert de l'AOP.

2. Caractéristique de transfert d'un amplificateur opérationnel

a- Expérience

- Réalisons le montage de la figure 1
- plaçons nous toujours au voisinage du basculement de la tension de sortie de $-v_p$ à v_p et mesurons la tension de sortie pour des tensions d'entrée comprises entre ± 15 V.

b- Représentation graphique et interprétation

$-\epsilon_m < \epsilon < +\epsilon_m$	$\epsilon < -\epsilon_m ; \epsilon > \epsilon_m$	
Le fonctionnement de l'amplificateur opérationnel est en régime linéaire car : $v_S = K \epsilon$ (voir figure 2)	La tension de sortie ne suit plus la variation de ϵ l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime saturé (voir figure 2)	

Caractéristique de transfert de l'AO

figure 2

amplificateur opérationnel

3. Fonctionnement linéaire

a. Le gain d'un amplificateur opérationnel

D'après la caractéristique de transfert et si $-\varepsilon_m < \varepsilon < +\varepsilon_m$, la tension de sortie (v_s) est liée aux tensions d'entrée v_E^+ et v_E^- par la relation.

$$v_s = A_d \varepsilon$$

$$v_s = A_d (v_E^+ - v_E^-)$$

La fonction de transfert est linéaire, A_d est un coefficient très grand appelé coefficient d'amplification différentielle en tension de l'amplificateur opérationnel ou gain. Le gain peut être noté par la lettre G.

Si on se propose de traiter une tension continue ou variable grâce à un amplificateur opérationnel, on applique cette tension à l'une de ses entrées et on l'appelle tension d'entrée (v_e). Le résultat du traitement est appelé tension de sortie (v_s).

Si la tension d'entrée est proportionnelle à la tension de sortie «transfert linéaire», le rapport :

$$\frac{v_s}{v_e} = G = A_d$$

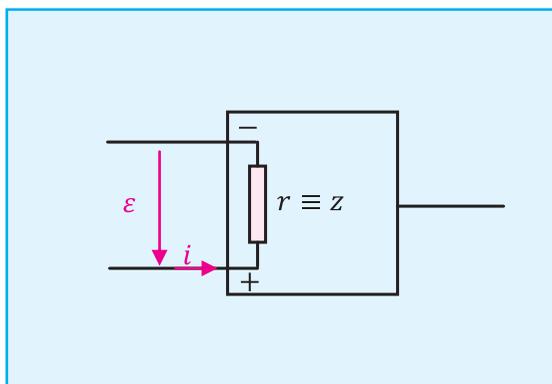
Définition

Le gain d'un amplificateur est le coefficient par lequel on multiplie la tension d'entrée pour obtenir la tension de sortie en régime linéaire.

$$v_s = G v_e$$

$$v_s = A_d v_e$$

b. Résistance d'entrée ou impédance d'entrée d'un amplificateur opérationnel



L'amplificateur opérationnel possède une impédance d'entrée $r = z$ voisine de $10^6 \Omega$
 $r = z \approx 10^6 \Omega$ (très élevée)

i est l'intensité du courant d'entrée de l'amplificateur opérationnel voisine de zéro :

$$i \simeq 0$$

La loi d'ohm s'écrit $\varepsilon = z i \Rightarrow z = \frac{\varepsilon}{i}$

figure : 3

L'impédance d'entrée d'un AO est très grande

Remarque

- La résistance de sortie ou impédance de sortie sera traitée ultérieurement. On admet à ce niveau que l'impédance de sortie d'un amplificateur opérationnel est faible.
- La valeur absolue de la tension de sortie $|v_s|$ ne peut pas dépasser la valeur absolue de la tension de saturation $|v_{cc}|$ encore $|v_{sat}|$ «dans le cadre de ce cours $\pm v_{sat} = \mp v_{cc} = \mp 15V$ »
 $(-v_p < v_s < +v_p)$

c- La contre réaction

sortie d'un amplificateur opérationnel est reliée à l'entrée inverseuse E^- , soit directement par un fil conducteur (l'entrée E^- et la sortie S sont court-circuitées), soit par l'intermédiaire d'un conducteur ohmique «boucle», on dit qu'une contre réaction a été établie sur l'amplificateur opérationnel, il est dit bouclé. (figure 4). Cette boucle consiste à ramener une partie de la tension de sortie sur l'entrée inverseuse.

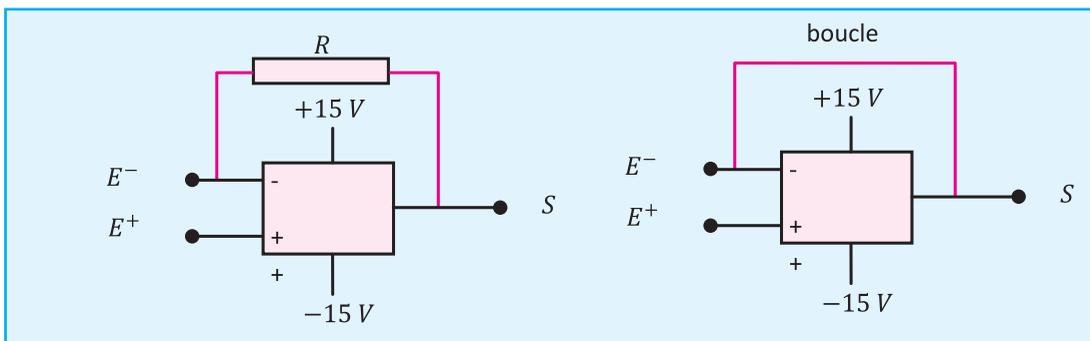


Figure 4

Conclusion

Un amplificateur est dit de tension s'il est placé dans un circuit électrique qui comporte une contre-réaction, la tension de sortie v_s dépend de la tension d'entrée v_e .

4. Remarque importante

Si on applique simultanément deux tensions continues U_1 et U_2 aux deux entrées E^+ et E^- de l'amplificateur opérationnel, celui-ci se comporte comme un comparateur. Il compare les tensions U_1 et U_2 , de cette comparaison dépendra l'état haut ou bas de la tension de sortie. (figure 5)

	Alimentation de l'AOP est symétrique
$U_1 < U_2$	$U_s \simeq +15V$ (sortie haute)
$U_1 > U_2$	$U_s \simeq -15V$ (sortie basse)

On notera qu'il existe toujours une légère différence entre la tension disponible à la sortie et la tension d'alimentation de polarisation. Cette différence fait partie des caractéristiques propres à chaque modèle d'AO, mais elle reste en général très faible, voire quasi négligeable.

amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

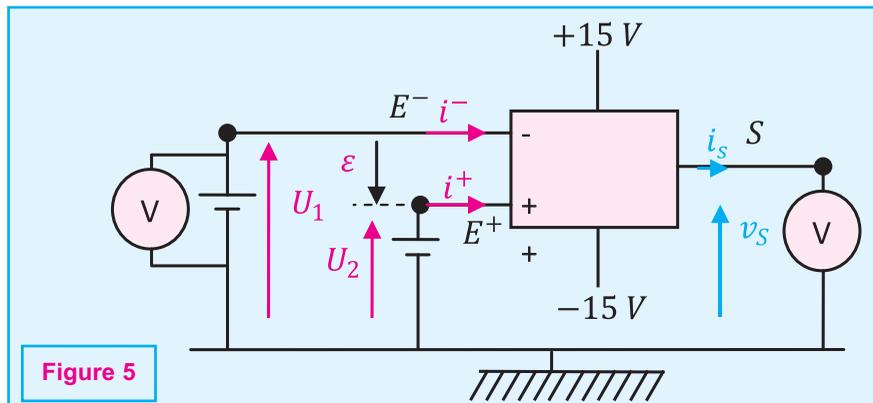


Figure 5

5. Fonctionnement de l'amplificateur opérationnel idéal.

a. Caractéristique de l'amplificateur opérationnel idéal

Caractéristique d'entrée

L'impédance d'entrée est infinie.
La conséquence : aucun courant n'entre ou ne sort des bornes E^+ et E^- .

$$Z_e = \infty$$

$$i^+ = i^- = 0$$

Caractéristique de sortie

La sortie S doit être considérée comme un pôle d'une source de tension placée entre la masse et S. C'est une source de tension liée à la tension différentielle d'entrée. La source étant idéale, l'impédance de sortie (Z_s) est nulle.

$$Z_s = 0$$

Caractéristiques de transfert

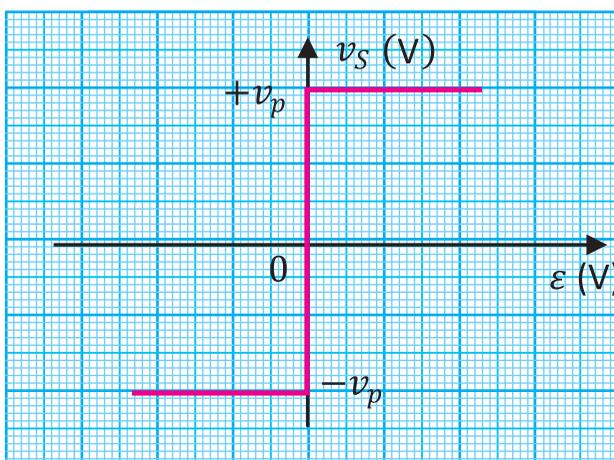


Figure 6

La caractéristique de transfert comporte deux domaines distincts : (figure 6)
Le domaine linéaire pour lequel on a :

$$v_s = +\infty \epsilon$$

L'amplification différentielle A_d est infinie

• Les domaines de saturation dans lesquels la tension de sortie ne peut prendre que deux valeurs $\mp v_p$

De cette caractéristique on peut déduire que :

- Si $v_s \neq \mp v_p \Rightarrow \epsilon = 0$
- Si $\epsilon \neq 0$, alors $v_s = \mp v_p$

b. Remarque importante

Afin de contrôler la valeur de la tension de sortie, il est nécessaire de réaliser des montages pour lesquels **le coefficient d'amplification n'est pas infini mais limitée** à une valeur déterminée par le concepteur. On réalise donc des montages qui mettent en œuvre des **contre réactions négatives**.

III. Etude de quelques montages

L'amplificateur opérationnel est un composant très utilisé afin d'effectuer des opérations arithmétiques analogiques. C'est un circuit intégré qui offre un gain extrêmement élevé de la différence de potentiel entre ses deux entrées. L'une de ses entrées est appelée entrée **inverseuse** et l'autre est appelée entrée non **inverseuse**. Il y a seulement une sortie. Dans le cadre de ce cours, on étudiera les circuits sous une approche simplifiée basée sur le modèle de l'amplificateur **idéal**.

- Une impédance d'entrée $Z_e = R_e$ infinie
- Une impédance de sortie $Z_s = R_s$ nulle
- Une amplification différentielle A_d infinie.

En conséquence

- Aucun courant n'entre ou ne sort des bornes E^+ et E^- , $i^+ = i^- = 0$
- $v_s = \infty \varepsilon$
 - * Si $v_s \neq \mp v_p$ avec $-v_p < v_s < +v_p \Rightarrow \varepsilon = 0$, (figure 6, fonction de base)
 - * Si $\varepsilon \neq 0$, alors $v_s = +v_p$ ou $v_s = -v_p$

A. Montage amplificateur non inverseur

Le régime linéaire suppose que la tension de sortie v_s est proportionnelle à la tension d'entrée v_e ; en particulier si v_e est sinusoïdale, v_s doit l'être aussi.

1. étude analytique

a. Montage

On réalise le montage de la figure 1 et on se place dans les conditions affichées sur le tableau suivant :

R_1	R_2	u_e (V)
1 K Ω	5 K Ω	$u_e = U_{em} \sin 2 \pi Nt$
10 K Ω	50 K Ω	$u_e = U_{em} \sin 2 \pi Nt$

b. Calcul du gain

Consigne

Reprenons le montage de la figure 1 et appliquons la loi des nœuds en A et la loi des mailles successivement à la maille en rouge puis à celle en vert. (Figure 2)

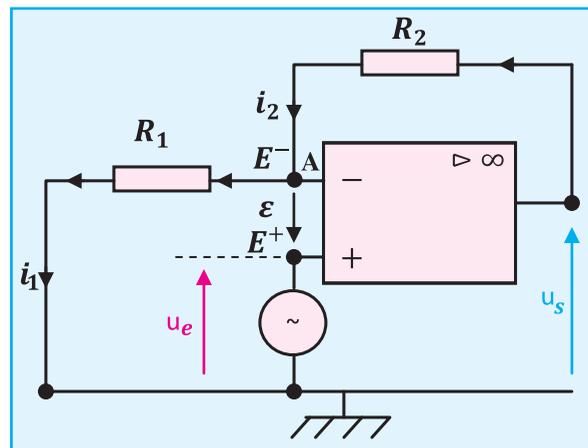


Figure 1

amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

Réalisation

- Au nœud A,

$$i_2 = i_1 + i^- \quad (1)$$
- La maille rouge,

$$u_s - u_2 - u_1 = 0$$

$$u_s - R_2 i_2 - R_1 i_1 = 0 \quad (2)$$
- La maille verte

$$u_e - \varepsilon - u_1 = 0$$

$$u_s - \varepsilon - R_1 i_1 = 0 \quad (3)$$

Hypothèse

L'amplificateur est supposé idéal :

$$\varepsilon = 0$$

$$i^- = 0$$

Conséquence

de l'équation (1)

$$i_2 = i_1$$

de l'équation (2)

$$u_s - (R_2 + R_1) i_1 = 0$$

et par suite

$$u_s = (R_2 + R_1) i_1 \quad (4)$$

de l'équation (3)

$$u_e = R_1 i_1$$

par suite $i_1 = \frac{u_e}{R_1}$ (5)

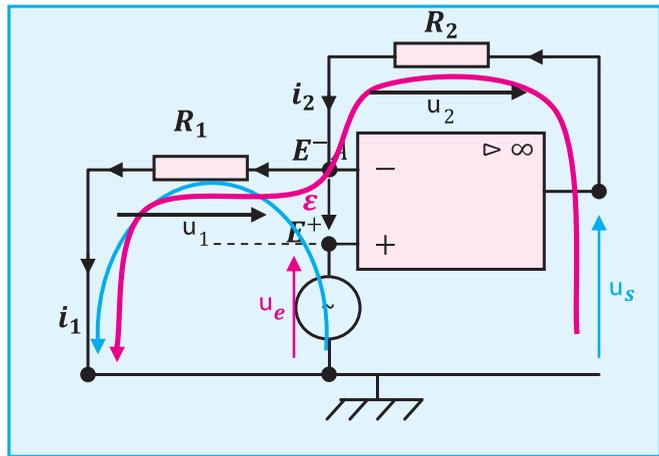


Figure 2

On remplace i_1 de l'équation (5) par son expression dans l'équation (4)

$$u_s = \frac{R_2 + R_1}{R_1} u_e \quad (6)$$

or

$$u_s = \mathcal{A}_d u_e$$

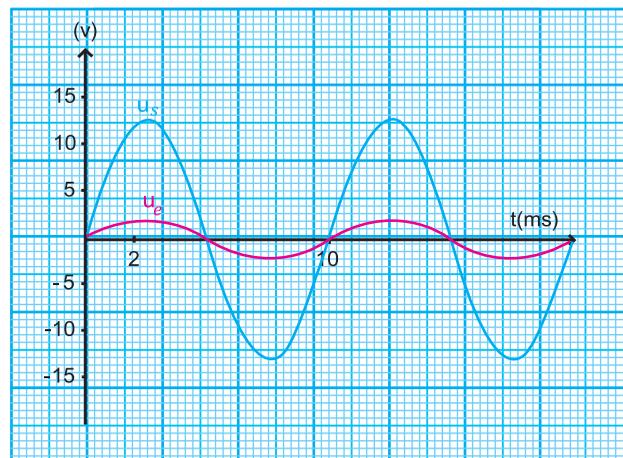
$$\mathcal{A}_d = \frac{R_2 + R_1}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (7)$$

c. Conclusion

Le gain est positif et supérieur à 1, il s'agit bien d'un amplificateur non inverseur.

2. Vérification expérimentale

Il s'agit de visualiser sur l'écran d'un oscilloscope bi-courbe les oscillogrammes de la tension de sortie en bleu et de la tension d'entrée en rouge.



graphe 1

B. Montage suiveur

a. Expérience

- Plaçons-nous dans le cas suivant :

La tension U_e est appliquée directement sur l'entrée non inverseuse E^+ , l'amplificateur opérationnel est bouclé par un court-circuit : *(S et E⁻ sont reliées par un fil conducteur)*

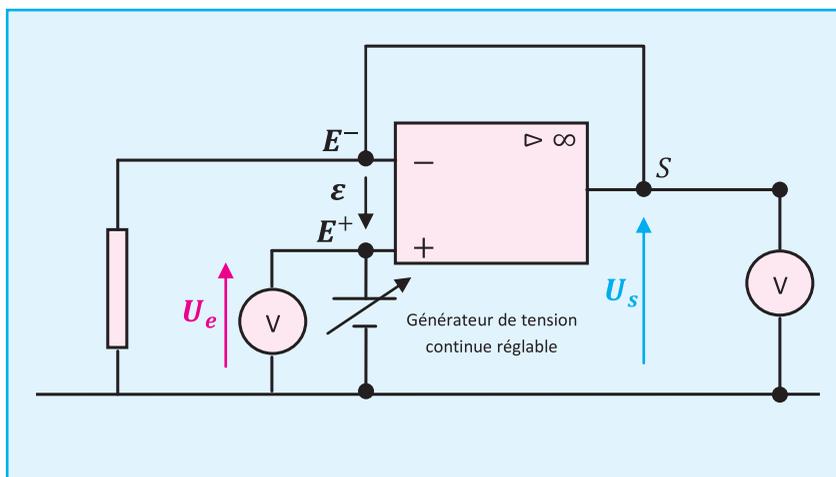
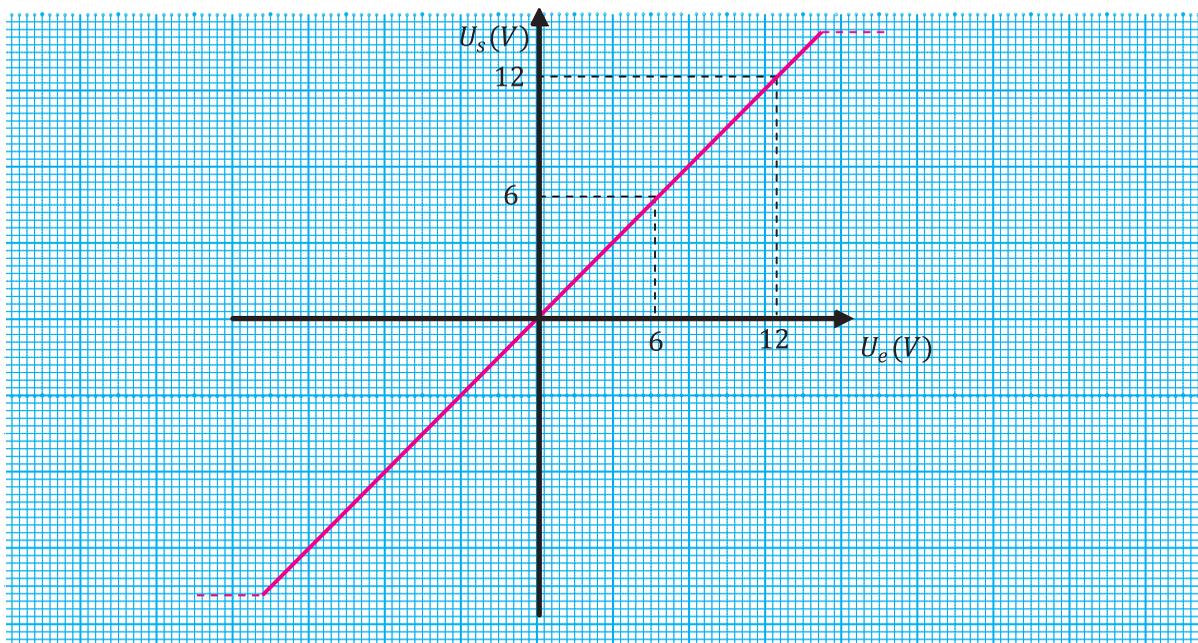


Figure 3

U_e (V)	-14	-12	-8	-4	0	+4	+8	+12	+14
U_s (V)	+14	+12	+8	+4	0	-4	-8	-12	-14

b. Représentons la graphe de $U_s = f(U_e)$



graphe 2

amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

c. Exploitation des résultats

Constataion

- Le graphe est une droite linéaire d'équation $U_s = \mathcal{A}_d U_e$
- La tension de sortie U_s est égale à la tension d'entrée U_e

Conséquence

- Le gain $\mathcal{A}_d = \frac{U_s}{U_e} = 1$
- La tension d'entrée ne subit aucune transformation

Définition

Un montage suiveur est un amplificateur linéaire de tension à amplification.

$$\mathcal{A}_d = \frac{U_s}{U_e} = 1$$

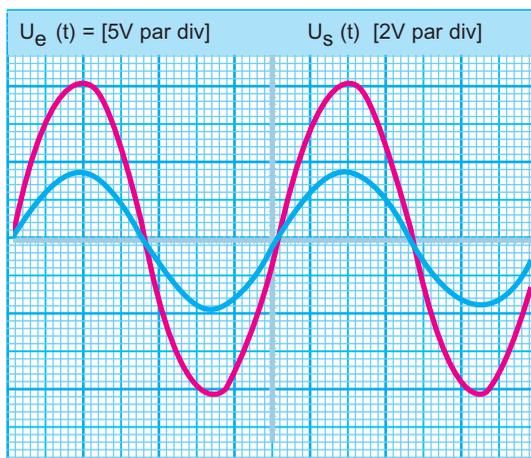
Conclusion

Dans un montage suiveur :

- La tension de sortie est toujours égale à la tension d'entrée
- Les tensions d'entrée et de sortie sont de même signe.
- La tension d'entrée U_e est appliquée directement sur l'entrée non inverseuse E^+
- L'amplificateur opérationnel est bouclé par un court circuit.

Visualisation des tensions d'entrée et de sortie à l'aide d'un oscilloscope bi-courbe

L'application d'une tension sinusoïdale $u_e(t) = U_{e\max} \sin(\omega t + \varphi)$ à l'entrée non inverseuse entraîne une tension de sortie $u_s(t) = U_{s\max} \sin(\omega t + \varphi)$ avec $U_{e\max} = U_{s\max}$.



Graph 3

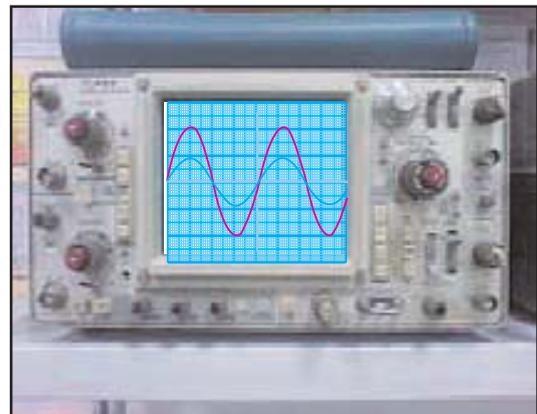
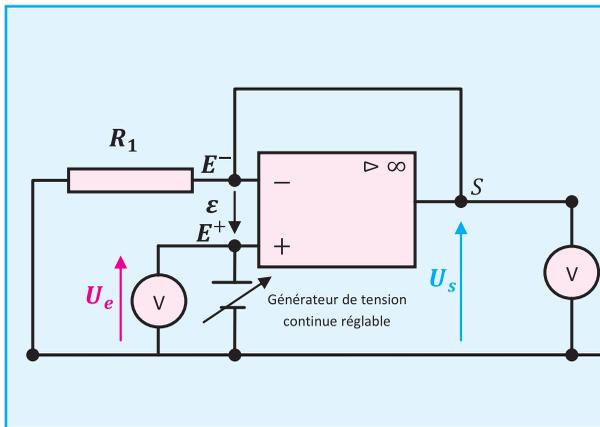


Photo 1

Remarque

Le Montage suiveur est en fait un cas particulier du montage amplificateur non inverseur avec $R_1 \neq 0$ et $R_2 = 0$



- $R_2 = 0$
- $Av = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1$
- Le montage est un non inverseur particulier.
- $U_s = U_e$
- Z_e : impédance d'entrée de l'amplificateur est beaucoup plus importante que R_1 et que r : résistance du générateur

Figure 3'

Intérêt du montage suiveur

Diviseur de tension

Deux résistances suffisent pour constituer un diviseur de tension. Les deux résistances R_1 et R_2 sont reliées en série. on applique aux bornes de celles-ci, une tension d'entrée U_e , U_e étant la tension dont on dispose et à partir de laquelle on veut obtenir une autre tension. Si les résistances ont la même valeur ohmique, elles vont s'approprier chacune la même portion de tension. Puis on "récupère" la tension disponible sur la résistance R_1 , qui est connectée à la référence $0V$. On obtient sur cette résistance une tension de sortie U_s , qui est la tension que l'on désire obtenir à partir de la tension d'entrée U_e . Comme les deux résistances ont ici la même valeur, on récupère en sortie, une tension U_s égale à la moitié de la tension d'entrée U_e .

Relation entre U_e et U_s

$$\text{Au point A, on a } I = I_1 + I_V$$

La résistance interne du voltmètre étant assez importante, le courant qui la traverse est quasiment nul ;

$$I \simeq I_1$$

Par suite

$$U_e = (R_1 + R_2) I \quad (1)$$

$$U_s = R_1 I \quad (2)$$

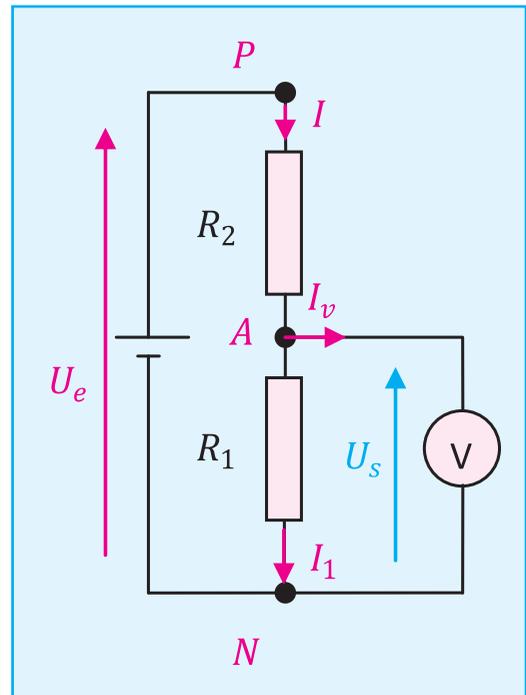


Figure 4 :

Diviseur de tension

amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

Le rapport $\frac{(2)}{(1)}$ donne :

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (3)$$

d'où

$$U_s = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_e$$

Cas particulier :

$$R_1 = R_2$$

$$U_s = \frac{U_e}{2}$$

Utilité du montage suiveur

1. Expérience

- Réalisons le montage de la figure ci-contre
- Exprimons v_s en fonction de v_e ; R_1 et R_2
- Gardons R_1 constante et calculons v_s pour chaque valeur de R_2 choisie.
- Le voltmètre a une résistance R_V très élevé : Pour un calibre $C = 1,5 \text{ V}$ $R_V = 15 \text{ K } \Omega$;
- Montrons que R_{AB} : résistance équivalente de R_1 et R_V a comme expression

$$R_{AB} = \frac{R_V R_1}{R_V + R_1}$$

- Mesurons u_s et v_s à l'aide d'un oscilloscope pour différentes valeurs de R_2 et visualisons $u_s = f(v_s)$

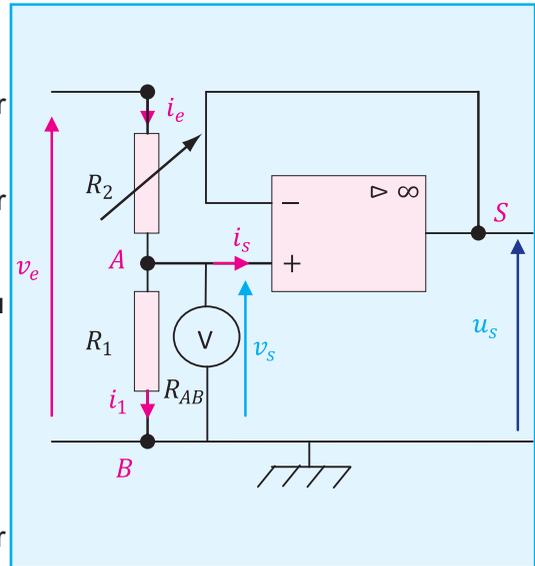
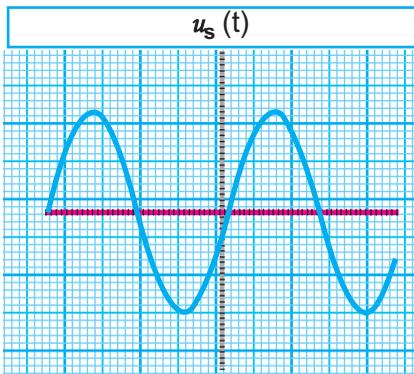
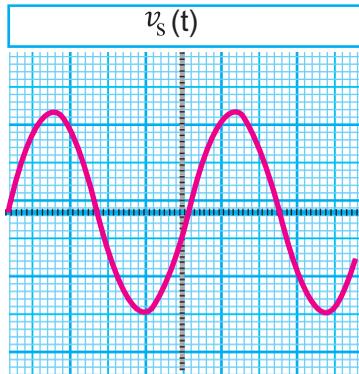


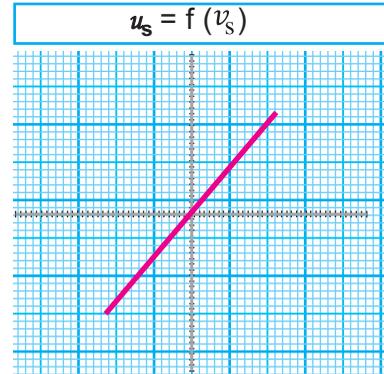
Figure 5



Graph 4



Graph 5



Graph 6

* Comparons les différentes tensions 2 à 2 et concluons

R_1 (K Ω)	R_2 (K Ω)	u_{AB} calculée	u_s mesurée	$v_s = \frac{R_{AB} v_e}{R_{AB} + R_2}$	u_s
1	1				
1	2				
1	3				
1	4				
1	5				
1	6				
1	7				

Conclusion

- L'impédance d'entrée de l'amplificateur est infinie
- Le courant d'entrée est nul (AOP idéal)
- L'impédance de sortie est très faible voir nulle
- Le courant de sortie est important
- La tension d'entrée est égale à la tension de sortie.

C. Montage amplificateur inverseur

a. Expérience

Comment doit-on procéder pour obtenir à partir d'un signal d'entrée un signal à la fois amplifié et inversé ?

Quel est l'intérêt d'un montage inverseur ?

On sait que l'amplificateur a deux entrées :

- E^+ : entrée non inverseuse repérée par le signe (+) « borne 3 »

- E^- : entrée inverseuse repérée par le signe (-) « borne 2 »

→ Pour obtenir un signal inversé, le signal d'entrée doit être branché sur l'entrée inverseuse.

→ Pour avoir une amplification on doit brancher sur cette même entrée deux conducteurs ohmiques de résistances respectives R_1 et R_2 comme l'indique la figure 1.

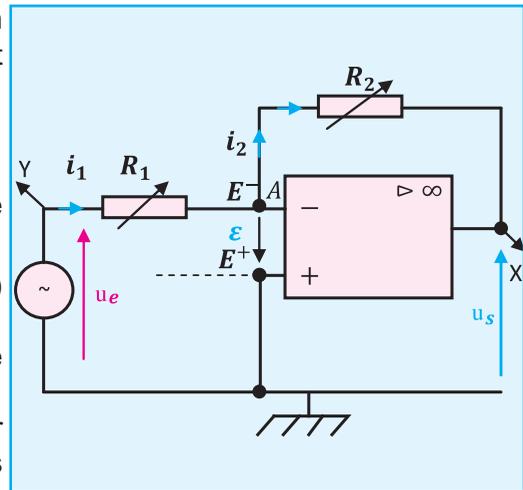


Figure. 1 Montage amplificateur inverseur

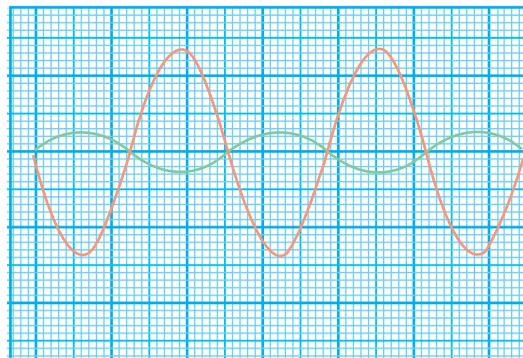
b. Observations

- Lorsqu'on fixe R_1 et R_2 de manière à avoir le

rapport $\frac{R_2}{R_1} = 5$ on obtient les oscillogrammes

ci-contre.

- Si on augmente R_2 tout en gardant R_1 constante, l'amplitude du signal de sortie en rouge augmente. Mais, l'augmentation de R_2 ne peut pas dépasser quelques méga-ohm, on n'est plus dans le régime linéaire. On voit bien les limites de ce montage.



Graphe. 7

$u_s(t)$ en rouge et $u_e(t)$ en vert

c. Etude théorique

→ Consigne

Reprenons le montage de la figure 1 et appliquons la loi des nœuds en A et la loi des mailles successivement à la maille rouge, puis à la maille verte. (Figure 2)

→ Réalisation

- Au nœud A, $i_2 = i_1 + i^-$ (1)
- La maille rouge, $u_s + R_2 i_2 + \varepsilon = 0$ (2)
- La maille verte $R_1 i_1 - (u_e + \varepsilon) = 0$

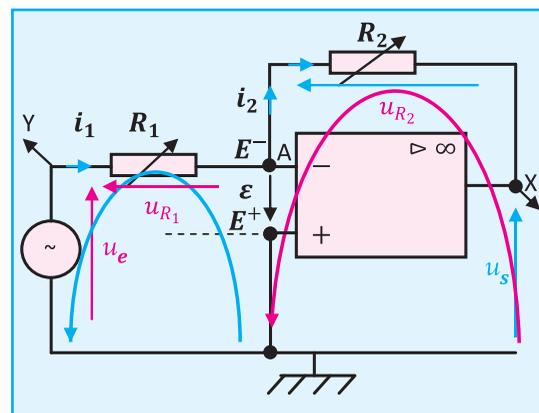


Figure 2

→ **Hypothèse**

L'amplificateur est supposé idéal :

$$\varepsilon = 0$$

$$i^- = 0$$

→ **Conséquence**

- de l'équation (1)

$$i_2 = i_1$$

- de l'équation (2)

$$u_s = -R_2 i_2$$

$$i_2 = -\frac{u_s}{R_2} \quad (4)$$

- de l'équation (3)

$$u_e = R_1 i_1$$

par suite

$$i_2 = \frac{u_e}{R_1} \quad (5)$$

On en déduit

$$\frac{u_e}{R_1} = -\frac{u_s}{R_2}$$

par suite

$$u_s = -\frac{R_2}{R_1} u_e$$

Conclusion

$$u_s = -\frac{R_2}{R_1} u_e \quad (6)$$

→ L'amplification

$$\mathcal{A}_d = -\frac{R_2}{R_1} \quad (7)$$

- est bien négative, ce qui explique la propriété inverseuse du montage.
 - est proportionnelle à R_2 et inversement proportionnelle à R_1 .
- Le résultat théorique est en accord avec les observations expérimentales.

Dans le cas particulier où $R_2 = R_1$ l'amplification est égale à -1

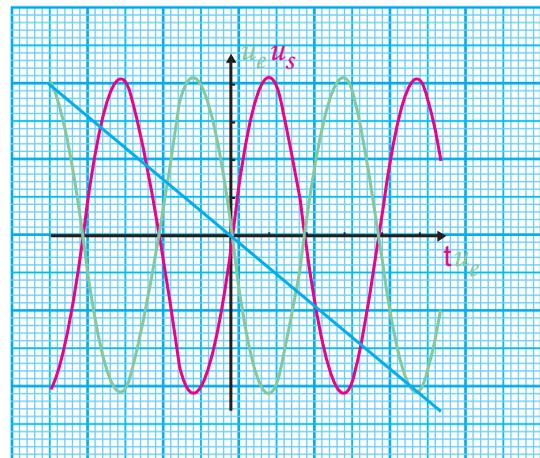
Observons les graphes :

$u_e(t)$ en vert

$u_s(t)$ en rouge

Le basculement de l'oscilloscope à fonctionner en mode externe, permet d'obtenir

$u_s = f(u_e)$ en bleu



amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

Remarque importante

L'entrée inverseuse est appelée masse virtuelle, car elle reste, dans ce montage, à un potentiel nul sans pour autant être connectée à la masse.

L'application de la formule suivante nous ramène directement à l'amplification \mathcal{A}_d .

Appliquons la relation donnant la tension délivrée par un générateur équivalent à deux générateurs montés en parallèle :

$$E^- = \frac{\frac{u_e}{R_1} + \frac{u_s}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

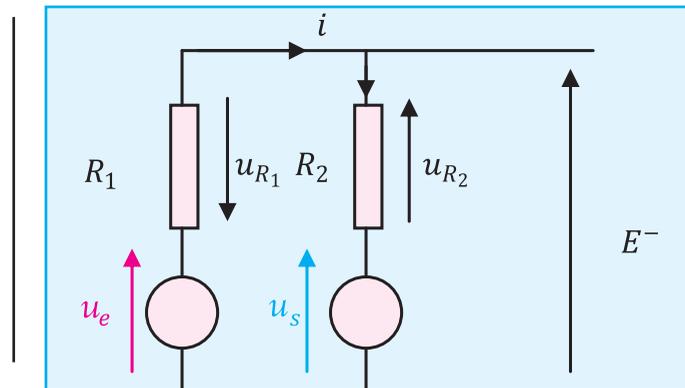


Figure 3

Réduisons cette fraction à un même dénominateur

$$E^- = \frac{\frac{R_2 u_e}{R_2 R_1} + \frac{R_1 u_s}{R_1 R_2}}{\frac{R_2}{R_2 R_1} + \frac{R_1}{R_1 R_2}}$$

Or $E^- = 0$, l'entrée inverseuse est une masse virtuelle.

Simplifions par $R_2 R_1$ on obtient

$$\frac{R_2 u_e + R_1 u_s}{R_1 + R_2} = 0$$

On en déduit

$$R_2 u_e + R_1 u_s = 0$$

ce qui donne

$$u_s = - \frac{R_2}{R_1} u_e$$

$$\mathcal{A}_d = - \frac{R_2}{R_1}$$

L'amplification est toujours négative et l'impédance d'entrée est R_1

D. Montage sommateur inverseur

La fonction addition élabore le signal de sortie en effectuant une somme de plusieurs signaux d'entrées. Un montage réalisant la fonction addition est qualifié de sommateur. Il sert à réaliser l'addition de deux ou plusieurs signaux envoyés simultanément sur la même entrée de l'amplificateur opérationnel. Selon la nature de l'entrée le montage réalisé est :

- Sommateur inverseur si l'entrée est inverseuse E^-
- Sommateur non inverseur si l'entrée est non inverseuse E^+

On aborde ici le premier montage "opérationnel", capable de réaliser une opération arithmétique sur un ou plusieurs signaux d'entrée. Il s'agit en l'occurrence de **l'addition**.

1. Etude théorique

Le montage sommateur sert à réaliser l'addition de plusieurs tensions envoyées simultanément sur la même entrée de l'amplificateur opérationnel. Ce montage peut se faire avec inversion ou non.

Dans le cadre de ce cours, on applique à l'entrée inverseuse E^- de amplificateur opérationnel, supposé idéal, fonctionnant en régime linéaire, deux tensions u_{e1} et u_{e2} comme l'indique la figure 1.

On se propose de trouver une relation entre les deux tensions d'entrées u_{e1} et u_{e2} et la tension de sortie u_s .

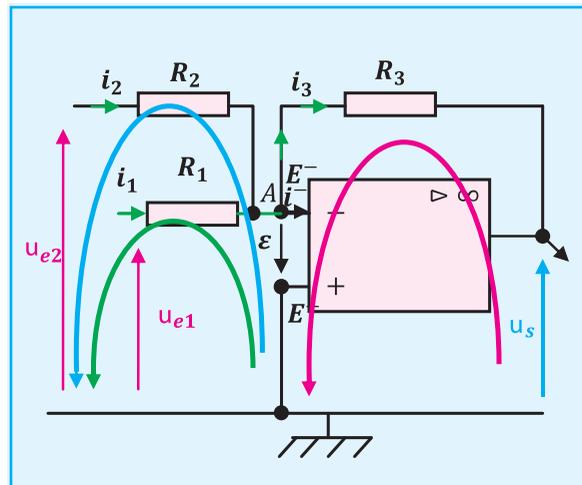


Figure 4

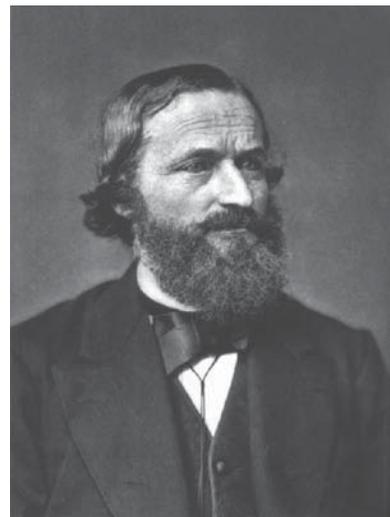
Pour ce faire on fait appel aux lois de Kirchhoff

• Loi des nœuds

La somme des intensités des courants qui entrent par un nœud est égale à la somme des intensités des courants qui en sortent. Les charges qui arrivent à un nœud compensent celles qui en repartent.

• Loi des mailles

Dans une maille quelconque d'un réseau, la somme algébrique des tensions le long de la maille est constamment nulle.



Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887)

Mise en équation

• L'application de la loi des nœuds au point A

$$i_1 + i_2 = i^- + i_3 \quad (a)$$

• L'application de la loi des mailles

→ La maille verte

$$R_1 i_1 - u_{e1} - \varepsilon = 0 \quad (1)$$

→ La maille bleue

$$R_2 i_2 - u_{e2} - \varepsilon = 0 \quad (2)$$

→ La maille rouge

$$u_s + R_3 i_3 + \varepsilon = 0 \quad (3)$$

Hypothèse

L'amplificateur est idéal

$$\Leftrightarrow \begin{cases} i^- = 0 \\ i^+ = 0 \\ \varepsilon = 0 \end{cases}$$

Conséquences

L'équation (a) devient

$$i_1 + i_2 = i_3 \quad (b)$$

Remplaçons ε par 0 et déduire les expressions respectives de i_1, i_2 et i_3 des équations (1), (2) et (3)

$$\begin{cases} i_1 = \frac{u_{e1}}{R_1} \\ i_2 = \frac{u_{e2}}{R_2} \\ i_3 = -\frac{u_s}{R_3} \end{cases}$$

Dédution

En remplaçant i_1, i_2 et i_3 par leurs expressions respectives dans l'équation (b), on obtient :

$$-\frac{u_s}{R_3} = \frac{u_{e1}}{R_1} + \frac{u_{e2}}{R_2}$$

ou encore

$$u_s = -R_3 \left(\frac{u_{e1}}{R_1} + \frac{u_{e2}}{R_2} \right)$$

Le signe (-) représente l'inversion

Cas particulier :

Si $R_1 = R_2 = R_3 = R$, l'expression de la tension de sortie devient :

$$u_s = - (u_{e1} + u_{e2})$$

Le signal de sortie est l'inverse de la somme des signaux d'entrées

2. Etude expérimentale

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE -1-

- On réalise le montage de la figure 2
- On polarise l'amplificateur par une tension symétrique.

$$\pm v_p = \pm 15 \text{ V}$$

- On se place dans le cas où les tensions d'entrées sont sinusoïdales :

$$\rightarrow u_1(t) = 2 \sin 200 \pi t$$

$$\rightarrow u_2(t) = 4 \sin 200 \pi t$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R = 1\text{K}\Omega$$

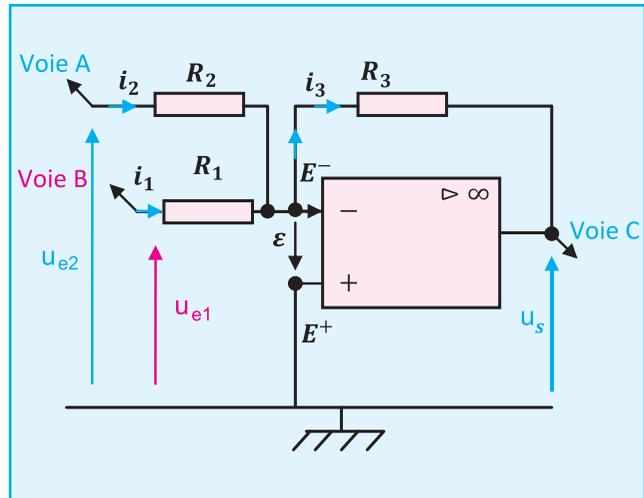
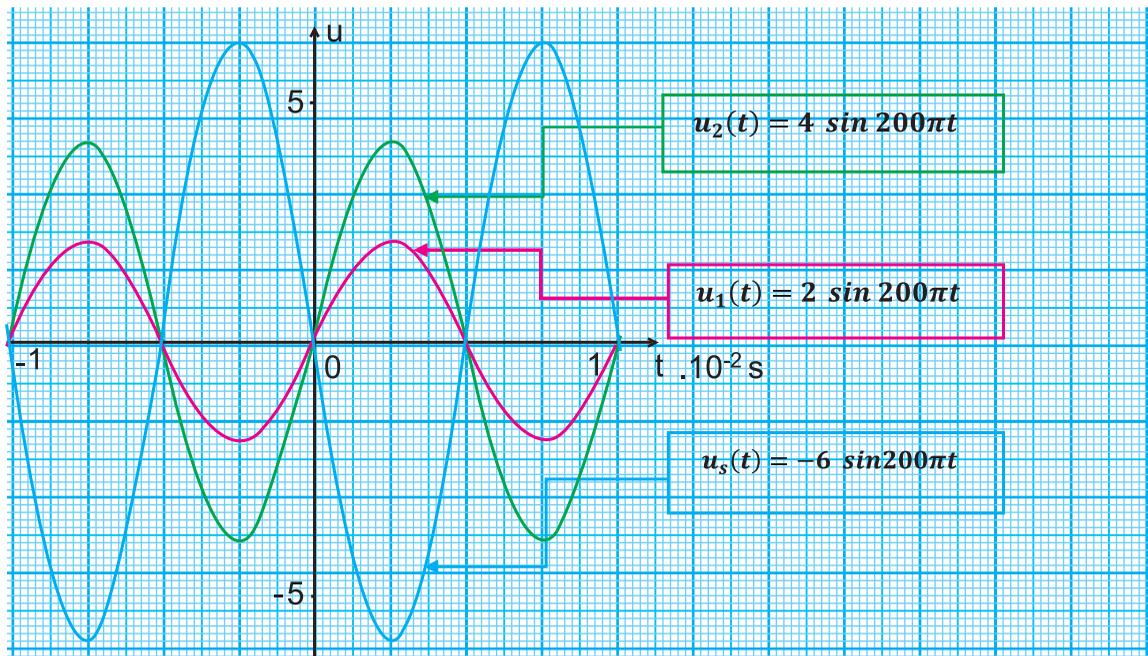


Figure 5

Une visualisation à l'oscilloscope ou l'utilisation d'un logiciel approprié pour une expérience virtuelle permet d'avoir les résultats suivants :

- Pour une même fréquence, fixons les valeurs des résistances des conducteurs ohmiques et varions les tensions maximales des signaux d'entrées



Graph 8

amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE -2-

- a. Pour les mêmes fréquences, réalisons l'expérience avec des tensions efficaces identiques U_{e1} et U_{e2} . Variés les résistances des conducteurs ohmiques. Observons les graphes obtenus.

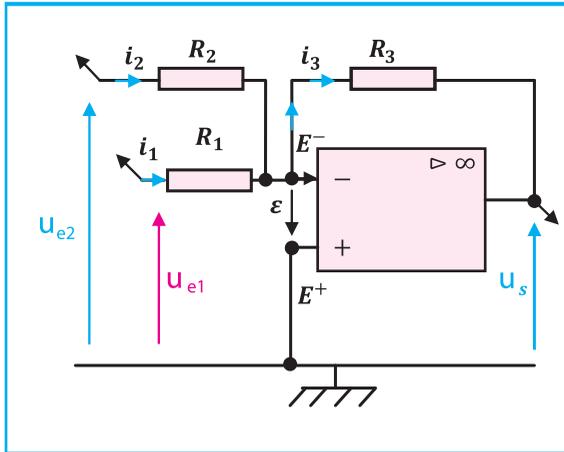
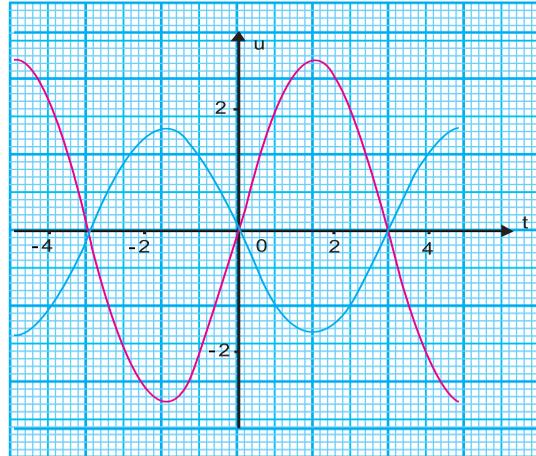


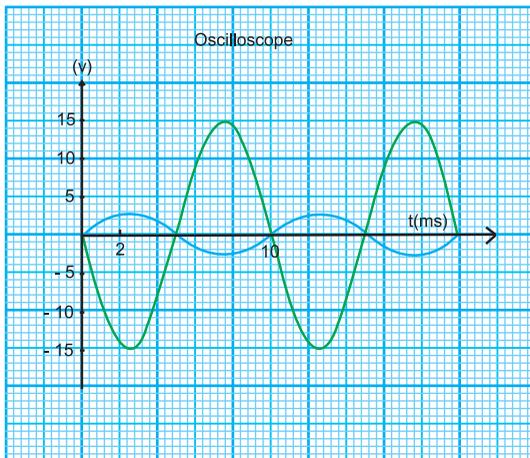
Figure 6

Effet de la variation de R_1 sur le signal de sortie.



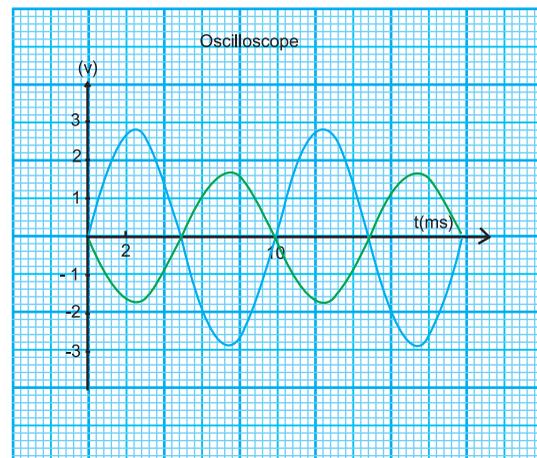
Graphe 9

$N = 170 \text{ Hz}$; $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$;
 $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$ et $U_{e1} = U_{e2} = 2 \text{ V}$



Graphe 10

$R_1 = 2.19 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$
 $U_{e1} = 2 \text{ V}$; $U_{e2} = 2 \text{ V}$ et $N = 100 \text{ Hz}$



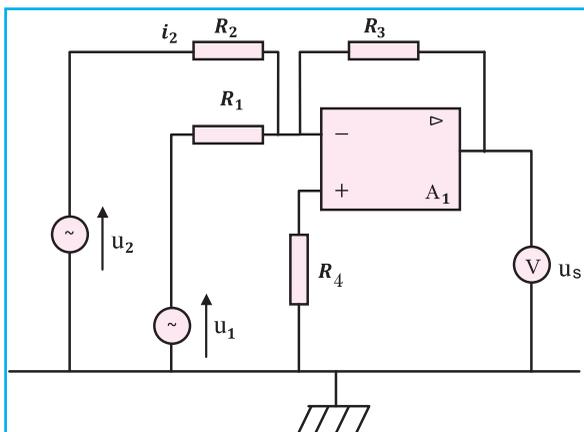
$R_1 = 100 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$
 $U_{e1} = 2 \text{ V}$; $U_{e2} = 2 \text{ V}$ et $N = 100 \text{ Hz}$

Conclusion

Le montage sommateur donne un signal de sortie dépendant des signaux d'entrés et des résistances des conducteurs ohmique ainsi que de la fréquence du signal. En ajustant la valeur des résistances il est possible de régler à la fois le gain total et le niveau de chaque entrée ou de multiplier les entrées pour donner un convertisseur digital -analogique sommaire.

Evaluation

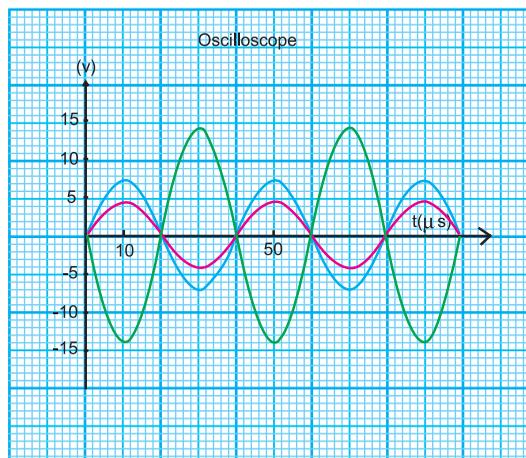
On réalise le montage schématisé sur la figure ci-dessous selon les données inscrites sur le tableau-1.



Fréquence	N	25,0
N/10	N x 10	
R ₁	10,0	KΩ
R ₂	2,00	KΩ
R ₃	3,50	KΩ
R ₄	100	MΩ
u ₂	U _{2eff}	5,00V
u ₁	U _{1eff}	3,00V
A ₁	VsatH	15,0

Figure 7

- 1- Montrer que la relation entre les données du circuit est indépendante de R₄.
- 2- Comment appelle-t-on ce montage ?
- 3- Avec un logiciel approprié on a enregistré le graphe donnant les signaux d'entrées et de sortie du montage. Vérifier qu'il répond à la nature du montage proposé.
- 4- Associer à chaque courbe le signal correspondant.



Graphe 11

Correction :

1. Pour montrer que la relation entre les grandeurs qui caractérisent les éléments du circuit est indépendante de R_4 , il faut :

→ Schématiser le circuit proposé et y mettre la légende correspondante ;

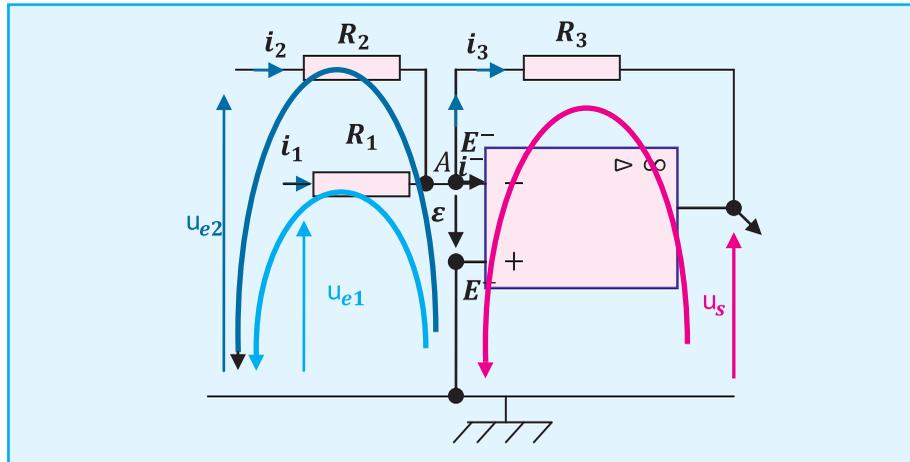


Figure 8

→ Suivre la démarche de l'étude théorique

On trouve :

$$u_s = -R_3 \left(\frac{u_{e1}}{R_1} + \frac{u_{e2}}{R_2} \right)$$

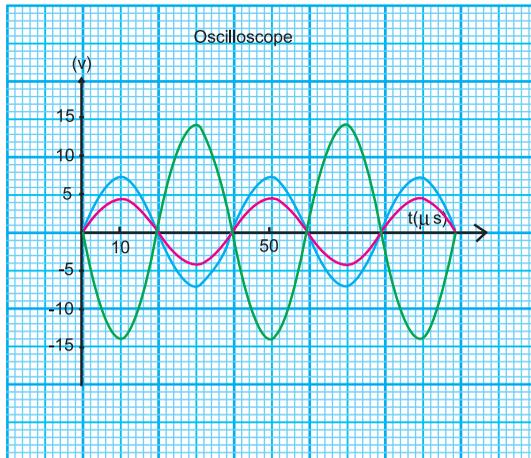
L'expression indépendante de R_4

2. Sachant que $u_s = -R_3 \left(\frac{u_{e1}}{R_1} + \frac{u_{e2}}{R_2} \right)$

- Le signe (-) représente l'inversion
- Si on se place dans le cas où $R_1 = R_2 = R_3 \Rightarrow u_s = - (u_{e1} + u_{e2})$

Le signal de sortie est l'inverse de la somme des signaux d'entrées, il s'agit d'un montage sommateur inverseur.

3. Observons l'oscillogramme et déterminons à une date précise la relation entre les différentes tensions :



En remplaçant les différents paramètres par leurs valeurs dans l'expression

$$U_{sm} = R_3 \left(\frac{U_{1m}}{R_1} + \frac{U_{2m}}{R_2} \right)$$

à $t = 10 \mu s$ on trouve que

$$U_{sm} = 3.5 \left(\frac{3}{10} + \frac{5}{2} \right) \sqrt{2}$$

$$U_{sm} = 13.85V$$

Le résultat est bien en accord avec l'expression proposé dans la réponse à la question 2.

4. a. La courbe verte correspond à la tension de sortie.

b. la courbe rouge a un maximum égal à 4.25 qui est en accord avec

$$U_{1m} 3 \sqrt{2} = 4.24V$$

La courbe rouge correspond à u_{e1}

c. la courbe bleue a un maximum égal 7 qui st en accord avec

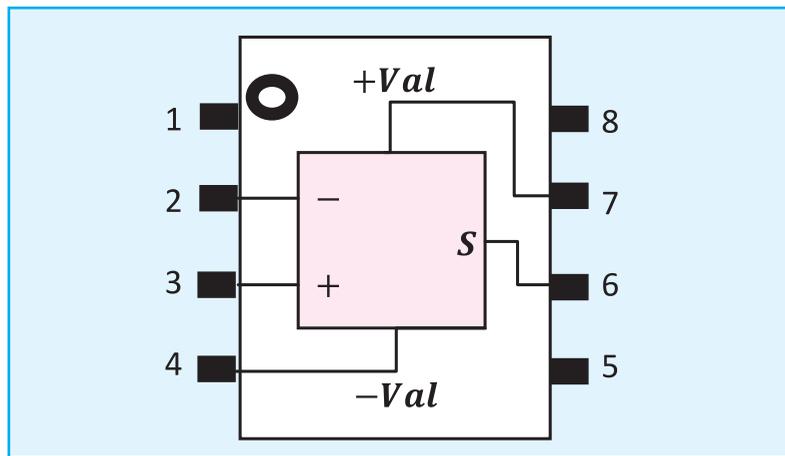
$$U_{2m} = 5 \sqrt{2} = 7.07V$$

La courbe bleue correspond à u_{e2}

amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

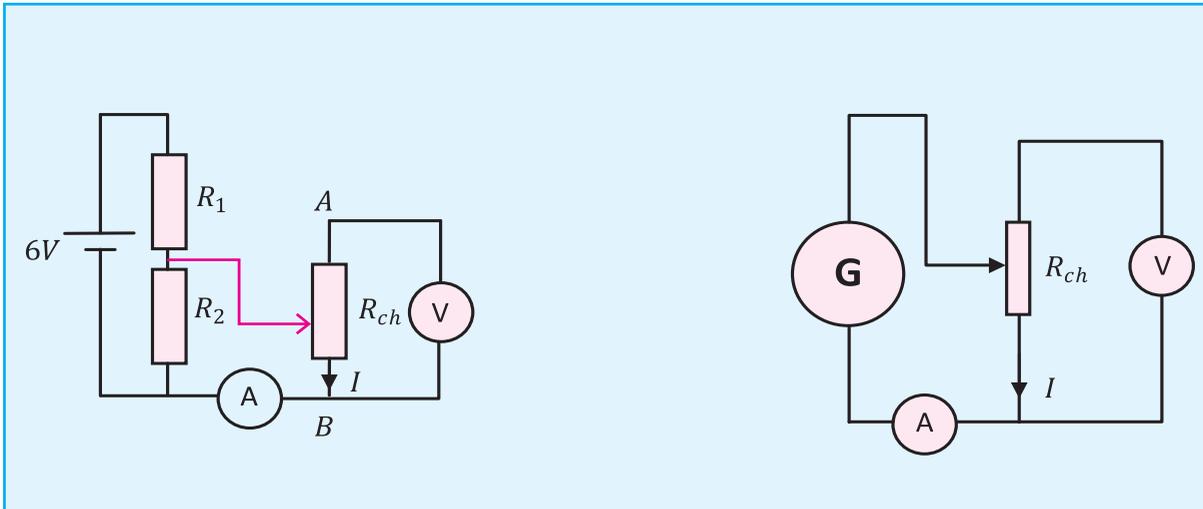
Comment réaliser et manipuler un montage comportant un amplificateur opérationnel ?



1 ^{ère} étape	Repérer la ligne de masse sur la plaquette
2 ^{ème} étape	L'alimentation (- 15 V, + 15 V) étant à l'arrêt, connecter :
	→ la borne 0 V à la ligne de masse (fil de connexion noir)
	→ la borne +15 V à la borne de l'amplificateur opérationnel marquée (fil bleu) → la borne - 15 V à la borne de l'amplificateur opérationnel marquée (fil rouge)
3 ^{ème} étape	Repérer les bornes : inverseuse, non-inverseuse et de sortie de l'amplificateur opérationnel (E^- , E^+ et S)
4 ^{ème} étape	Réaliser le montage électrique et veiller à relier avec des fils noirs tous les points qui doivent être reliés à la masse : masse du générateur, masse de l'oscilloscope
5 ^{ème} étape	Mettre d'abord en marche l'alimentation -15 V, + 15 V
6 ^{ème} étape	Mettre en marche le générateur branché à l'entrée du montage
7 ^{ème} étape	Faire les observations et les mesures
8 ^{ème} étape	En fin de manipulation, arrêter le générateur et ensuite l'alimentation

Réalisation d'un générateur de tension idéal à partir d'un générateur de tension ordinaire

Situation problème



<ul style="list-style-type: none"> • Si R_{ch} augmente l'intensité de courant affichée sur l'ampèremètre tend vers zéro • A partir d'une certaine valeur de R_{ch} on assiste à une chute de tension. 	<ul style="list-style-type: none"> • Si R_c augmente l'intensité de courant $\rightarrow 0$ • A partir d'une certaine valeur de R_{ch} on assiste à une chute de tension.
<p>Diviseur de tension</p>	<p>Générateur de tension réglable</p>

Problématique

Quelle démarche doit-on entreprendre pour que la tension de sortie devienne indépendante de la charge R_{ch} ?

Hypothèses

Données

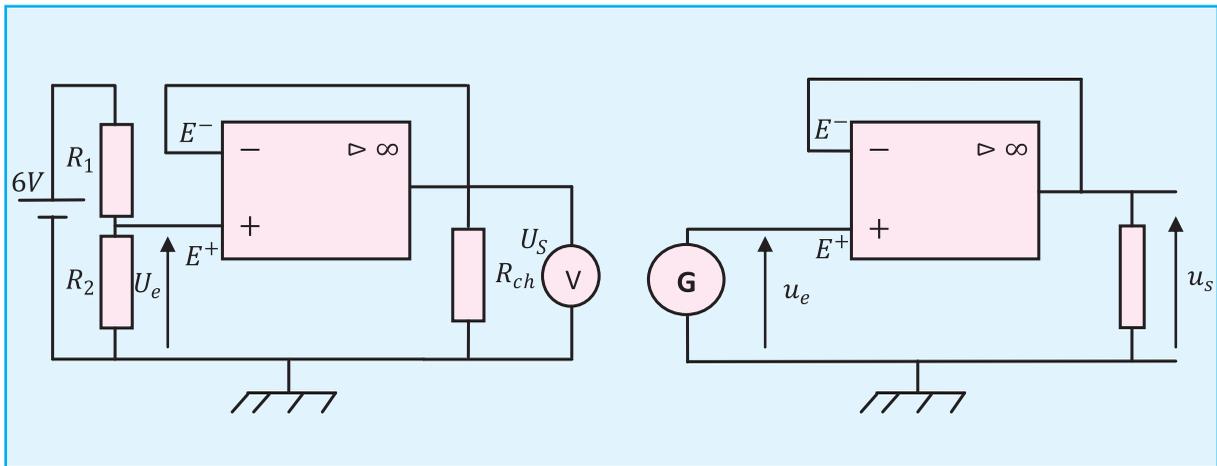
Un montage suiveur est un amplificateur linéaire de tension à amplification $A_d = \frac{U_s}{U_e} = 1$
 Un amplificateur idéal a une impédance d'entrée infinie et une impédance de sortie nulle

Conséquences

Si on intercale un montage suiveur entre la tension variable actuelle et la charge qui est la résistance variable, à la sortie on va obtenir une tension constante quelque soit la charge car l'impédance de sortie de l'amplificateur opérationnel est nulle.

¹ Charge

Les montages qu'on propose



Protocole expérimental

- * On mesure pour différentes valeurs de R_{ch} les tensions respectives d'entrée et de sortie u_e et u_s
- * On compare les résultats obtenus.
- * On cherche la relation entre la tension d'entrée et la tension de sortie dans les deux propositions.
- * On en déduit l'intérêt du montage suiveur et on généralise.

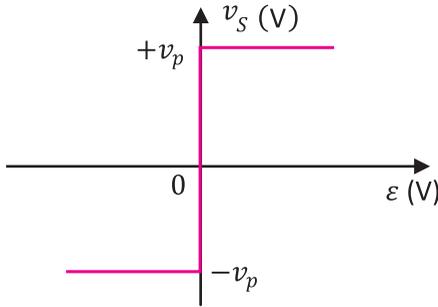
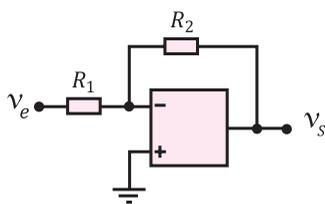
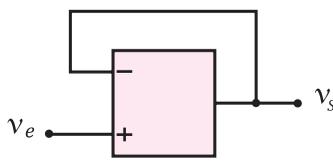
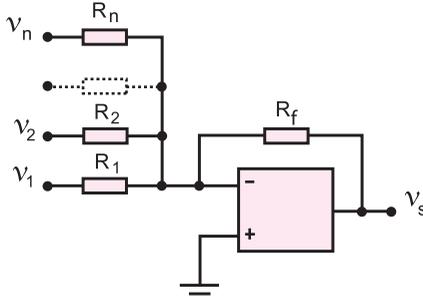
Intérêt du montage suiveur

Grâce à sa résistance de sortie très faible, il permet de transformer un générateur réel en une source de tension idéale de résistance interne (quasiment) nulle donc qui peut débiter n'importe quel courant.

L'ESSENTIEL DU COURS

L'amplificateur opérationnel est un dispositif permettant l'amplification d'un signal selon un gain préalablement calculé

$$u_s = A_d u_e$$

<p>Un amplificateur opérationnel est idéal si</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Z_e est infinie • Z_s est nulle • $i^+ = i^- = 0$ • $\varepsilon = 0$
<p>Caractéristique de transfert</p>	
<p>Un amplificateur opérationnel est contre-réactionné si</p>	<p>Son entrée inverseuse est liée à sa sortie par un conducteur ohmique</p>
<p>Montage inverseur</p> <p>• $u_s = -u_e \frac{R_2}{R_1}$</p> <p>• $A_d = -\frac{R_2}{R_1}$</p>	
<p>Montage suiveur</p> <p>$u_s = u_e$</p> <p>• $A_d = \frac{u_s}{u_e} = 1$</p>	
<p>Montage sommateur inverseur</p> <p>$u_s = -R_f \left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \dots + \frac{u_n}{R_n} \right)$</p>	

amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

Je sais appliquer mes connaissances, je sais raisonner

Exercice 1

On considère le montage schématisé par la figure -1-

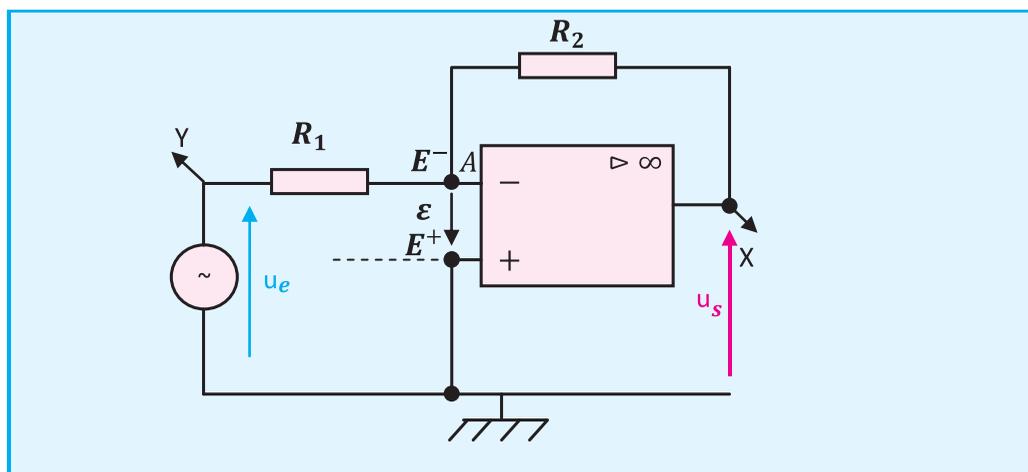


Fig. 1

1. Reproduire et représenter, sur le schéma du montage, les courants i_1 et i_2 traversant R_1 et R_2 , les courants dans les entrées (i^+ et i^-), les tensions aux bornes des conducteurs ohmiques.
2. Appliquer la loi des mailles en entrée.
3. Appliquer la loi des nœuds en A.
4. Appliquer la loi des mailles en sortie.
5. Etablir l'expression de u_s en fonction de u_e .
6. Exprimer l'amplification de tension \mathcal{A}_d en fonction de R_1 et de R_2 .
7. Calculer \mathcal{A}_d . on donne : $R_1 = 10 \text{ K}\Omega$; $R_2 = 5 \text{ K}\Omega$ et $U_{\text{smax}} = 5\text{V}$
8. En déduire la fonction réalisée par ce montage ?

Réponses

$$\bullet u_s = - \frac{R_2}{R_1} u_e$$

$$\bullet u_s = \mathcal{A}_d u_e$$

$$\bullet \mathcal{A}_d = - \frac{R_2}{R_1} = - 0,5$$

u_s et u_e sont en opposition de phase, la fonction réalisé par ce montage est l'inversion.

Exercice 2

Dans un laboratoire d'électronique, un élève réalise le montage schématisé par la figure-2, il visualise les signaux d'entrées et le signal de sortie sur un oscilloscope approprié, il obtient l'oscillogramme schématisé ci-dessous.

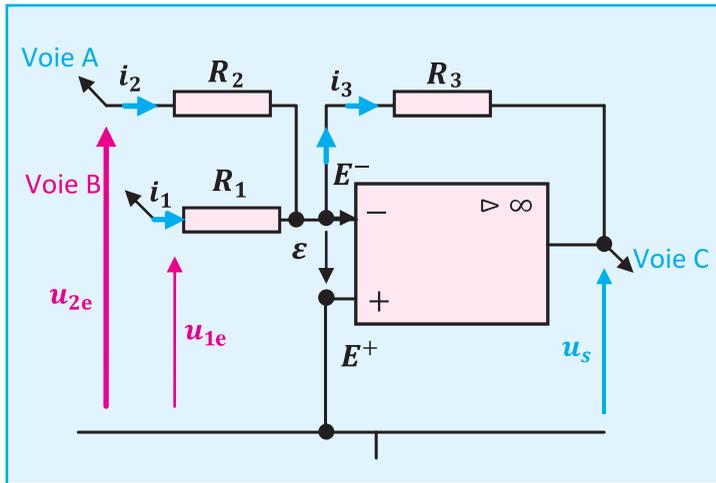
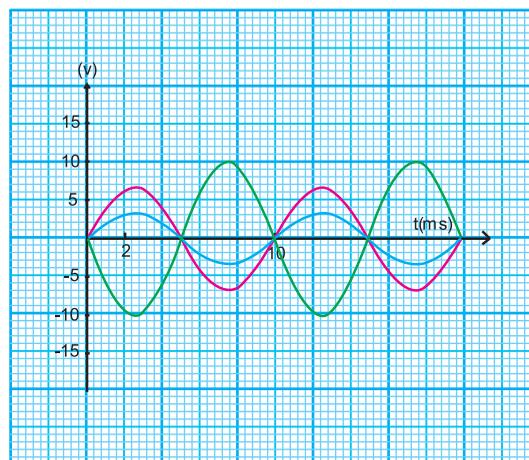


Fig. 2

1. Quelles sont les caractéristiques d'un amplificateur idéal ?
2. Appliquer les lois de Kirchhoff au circuit et trouver une relation entre R_1 , R_2 , R_3 , u_{1e} , u_{2e} et u_s
3. Que devient cette relation si :
 - a) $R_1 = R_2$
 - b) $R_1 = R_2 = R_3$
 - c) $R_1 = R_2 = R_3$ et des tensions efficaces identiques $U_{1e} = U_{2e}$

4. Les oscillogrammes ci-contre correspondent à l'une des situations citées dans la question 3. Laquelle ? justifier votre réponse.
5. Dans le cas où $R_1 = R_2 = R_3$ et $U_{1e} = U_{2e}$, mais avec une différence de phase entre les tensions d'entrées $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad, représenter l'allure des signaux qui apparaissent sur l'oscilloscope.
6. On espère avoir une tension efficace de sortie égale à 14 V. Trouver une condition sur la tension d'entrée pour atteindre cet objectif.



Oscillogramme

amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

Réponse

1. Caractéristique d'un amplificateur idéal :

$i^+ = i^- = 0$	$\varepsilon = 0$
indépendance d'entrée infinie	indépendance de sortie nulle

$$2. u_s = -R_3 \left(\frac{u_{1e}}{R_1} + \frac{u_{2e}}{R_2} \right)$$

3.

$$a. u_s = -R_3 \left(\frac{u_{1e}}{R_1} + \frac{u_{2e}}{R_1} \right)$$

$$b. u_s = - (u_{1e} + u_{2e})$$

$$c. u_s = -2u_e$$

4. Situation (b), $R_1 = R_2 = R_3$

$$5. u_s = 2U_e \sin(\omega t + \frac{5\pi}{4})$$

$$\text{avec } U_s = \sqrt{2} U_e \text{ et } U_{s \max} = 2U_e.$$

$$6. u_{1e} = u_{2e} = -\frac{u_s}{2} \text{ avec } U_s = 14V$$

Exercice 3

On réalise un montage de la figure 3 où

- $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$

- $U_{e.\text{eff}} = 5 \text{ V}$

- $\pm U_{\text{sat}} = \pm 15 \text{ V}$

1. Montrer que

$$U_{s.\text{eff}} = R_1 \frac{U_{e.\text{eff}}}{(R_1 + R_2)}$$

2. Montrer que $U_{e.\text{eff}} = 2,50V$

3. Quelle est la nature du montage de la figure ci-contre.

4. Reproduire le schéma du circuit et indiquer les branchements à l'oscilloscope permettant de visualiser les chronogrammes des tensions respectives d'entrée et de sortie.

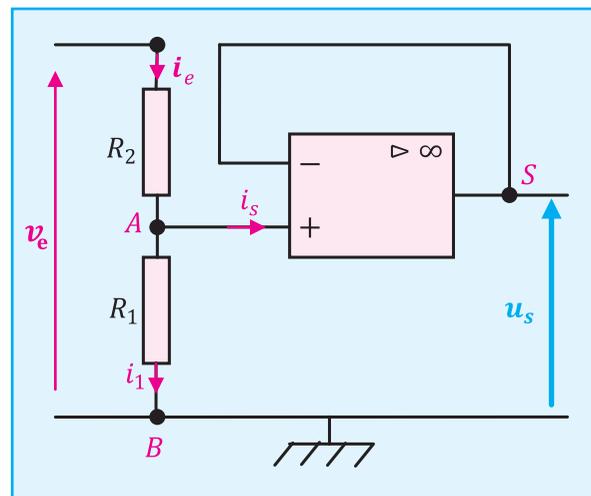
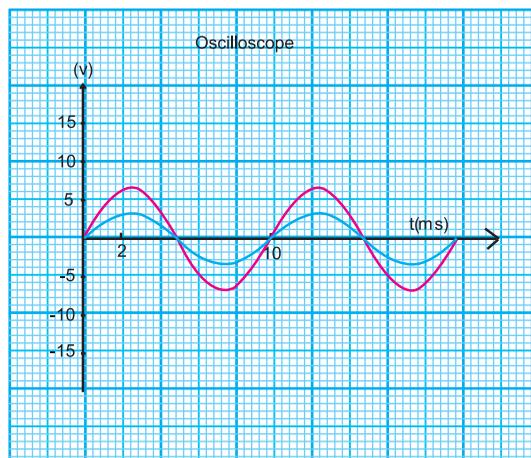


Fig. 3

5. Montrer que les chronogrammes ci-contre sont bien ceux correspondant au montage de la figure 1.
6. Calculer la fonction de transfert du montage.
7. Calculer l'impédance d'entrée.
8. Conclure.



Exercice 4

On considère le montage de la figure 4 avec : $R_1 = 1\text{ K}\Omega$; $R_2 = 3\text{ K}\Omega$;

1. La tension de sortie affichée sur l'afficheur du voltmètre est $U_s = 12\text{ V}$, déterminer la valeur de force électromotrice du générateur.
2. Déterminer les tensions U_{SA} et U_{AM}
3. Déterminer les intensités et les sens du courant circulant dans les branches AS et MA.
4. Si on remplace l'un des conducteurs ohmique par un autre de résistance supérieure, à partir de quelle valeur de R on atteint la saturation si $U_{\text{sat}} = 14\text{ V}$?

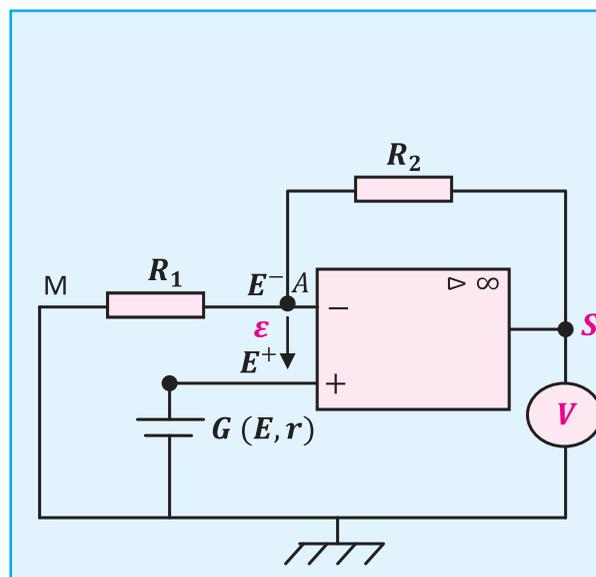


Fig. 4

Réponse

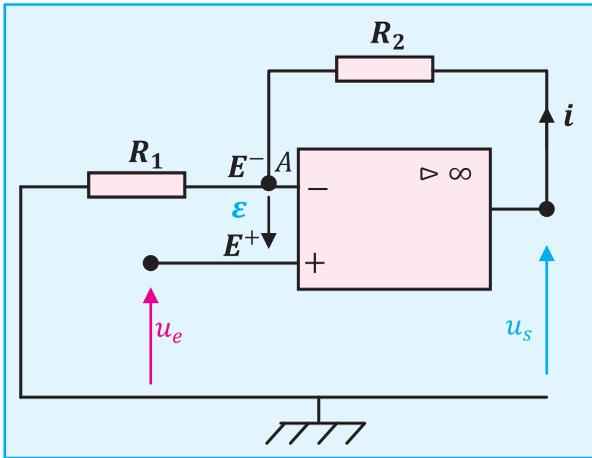
1. $E = 3\text{ V}$
2. $U_{SA} = 9\text{ V}$; $U_{AM} = 3\text{ V}$
3. $I_1 = I_2 = 3\text{ mA}$; le sens de S vers A et de A vers M
4. $u_s = \frac{R_2 + R_1}{R_1} u_e$; $R_2 = \left(\frac{u_s}{u_e} - 1 \right) R_1 = R = 3,66\text{ K}\Omega$.

amplificateur opérationnel

Ch. 12 - amplificateur opérationnel

Exercice 5

On considère le montage amplificateur suivant :



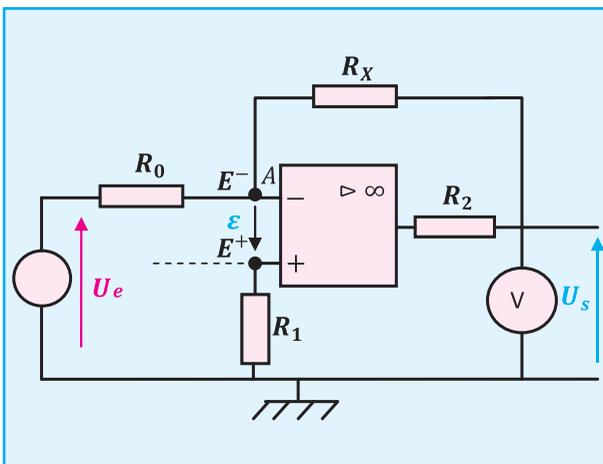
1. Sans faire de calculs, cet amplificateur est-il inverseur ou non inverseur ? justifier votre réponse.
2. u_e est un signal sinusoïdal d'amplitude $U_{em} = 0,8 \text{ V}$, on désire obtenir un signal de sortie u_s d'une amplitude $U_{smax} = 5 \text{ V}$. Calculer l'amplification en tension A_d .
3. Calculer les résistances R_1 et R_2 afin que le courant efficace I_e soit de $0,1 \text{ mA}$.

Exercice 6

Dans le montage considéré, l'amplificateur opérationnel est supposé idéal : résistance d'entrée infinie (courant d'entrée nul) et amplification différentielle en boucle ouverte infinie (tension différentielle nulle).

Le voltmètre est utilisé sur le calibre $C = 1 \text{ V}$ continu.

On donne $U_e = 1 \text{ V}$ et $R_0 = 10 \text{ K}\Omega$.



1. Exprimer en fonction de U_e et R_0 l'intensité I du courant circulant dans le conducteur ohmique de résistance R_0 .
2. Exprimer en fonction de U_e , R_0 et R_x la tension U_s aux bornes du voltmètre.
3. Tracer la courbe représentative $U_s = f(R_x)$
Echelles : $1 \text{ K}\Omega / \text{cm}$; $0,1 \text{ V} / \text{cm}$.
4. Dédire de la question précédente la valeur maximale de la résistance R_x .

13.

LES LENTILLE MINCES



			
Loupe	Appareil photographique	Lunettes	Le cristallin de l'oeil est une lentille

Verres de lunettes, lentilles de contact, objectifs et viseurs d'appareils photographiques, loupes,...

Les lentilles sont présentes dans de nombreux objets que nous utilisons quotidiennement. Ces lentilles sont moulées ou taillées dans un matériau transparent (verre, plastique) et modifient la trajectoire des rayons lumineux qui les traversent.

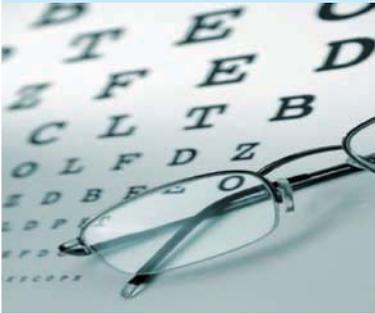
Prérequis :

Savoir	Savoir faire
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconnaître un milieu transparent. 2. Reconnaître la détection de la lumière par l'œil. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Appliquer le principe de propagation rectiligne de la lumière. 2. Appliquer le principe du retour inverse de la lumière. 3. Distinguer entre un faisceau convergent, un faisceau divergent, et un faisceau parallèle.

OBJECTIFS

- Classifier les lentilles en lentilles convergentes et lentilles divergentes.
- Déterminer graphiquement la position de l'image d'un point objet donné, par une lentille convergente.
- Appliquer la relation de conjugaison aux lentilles minces convergentes.
- Expliquer le principe de fonctionnement d'une loupe, d'un appareil de projection et d'un rétroprojecteur.

Situations et questionnements

<p>Lunettes</p>		<p>L'hypermétropie se manifeste par une vision embrouillée des objets rapprochés. L'image d'un objet qui se forme normalement sur la rétine, se forme en arrière de la rétine. Comment les lentilles convergentes servent-elles pour les hypermétropes?</p>
<p>Observation d'un stylo à travers une loupe</p>		<p>Comment expliquer que la loupe agrandit les objets ?</p>
<p>Appareil de projection de diapositives</p>		<p>Quel est le principe de fonctionnement d'un appareil de projection de diapositives ?</p>
<p>Rétroprojecteur</p>		<p>Quel est le principe de fonctionnement d'un rétroprojecteur ?</p>

1- Classification des lentilles minces

Situation et questionnement



Les rayons lumineux provenant du Soleil (source éloignée) et traversant la lentille sont concentrés au foyer image.

L'énergie lumineuse en ce point est telle qu'elle fait brûler un papier ou des brins d'herbes !

Les yeux et le soleil

Il ne faut jamais regarder le soleil directement à travers un système optique (loupe, lunette, télescope,...).

Il en résulte de graves lésions oculaires irrémédiables telles que la perte partielle voire totale de la vue.

Qu'est ce qu'une lentille ?

1.1. Généralités

Système optique :

Un système optique est un milieu transparent limité par des surfaces polies.

Exemples : loupe, oculaire, prisme, jumelles,...

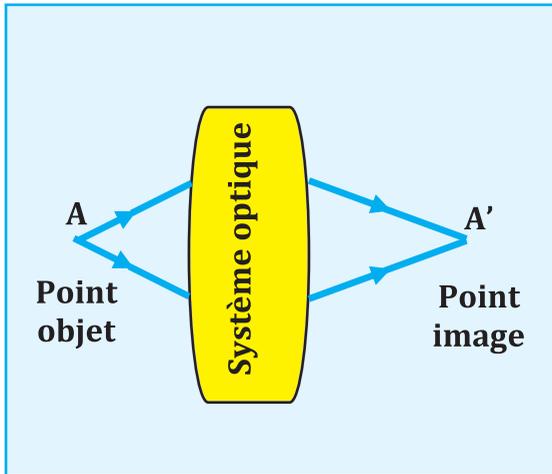
Image d'un point lumineux :

Soit un point lumineux A appelé point objet qui envoie des rayons lumineux sur le système optique (S)(Doc. 1-a).

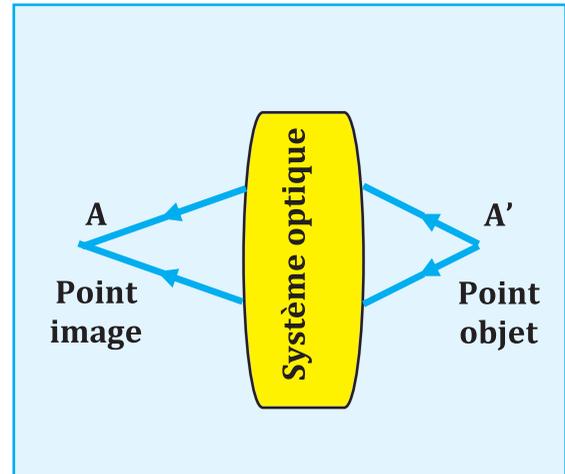
Si les rayons émergents passent par un même point A' , alors A' est appelé point image de A .

L'application du principe du retour inverse de la lumière montre que si **A'** est le point objet, et si on inverse le sens de la marche de la lumière, **A** sera le point image (Doc. 1-b).

A et **A'** sont dits deux points conjugués par rapport à (S).



Doc. 1-a



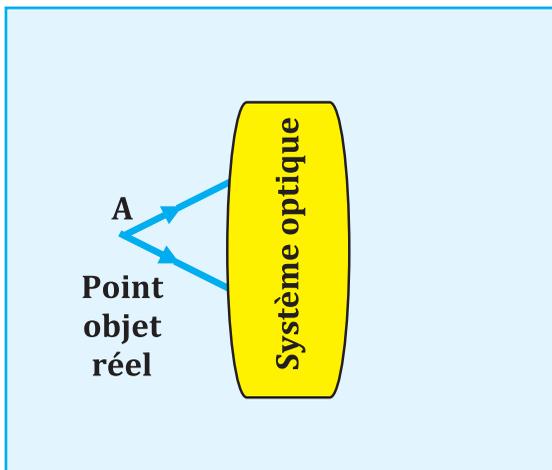
Doc. 1-b

LES DEUX TYPES D'OBJETS ET D'IMAGES

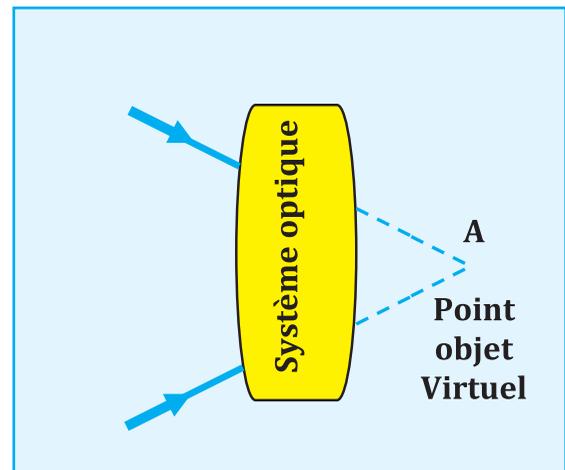
Les deux types d'objets et d'images :

Un point objet réel correspond au point de départ des rayons arrivants sur le système optique (Doc. 2-a).

Un point objet virtuel par rapport à un système optique, correspond au point de concours des prolongements des rayons incidents sur ce système. (Doc. 2-b)



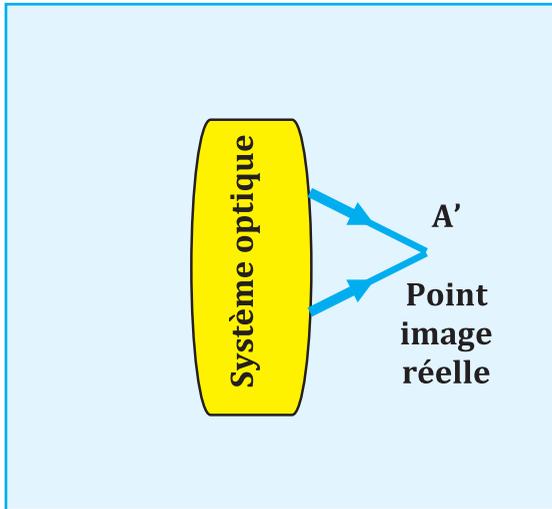
Doc. 2-a



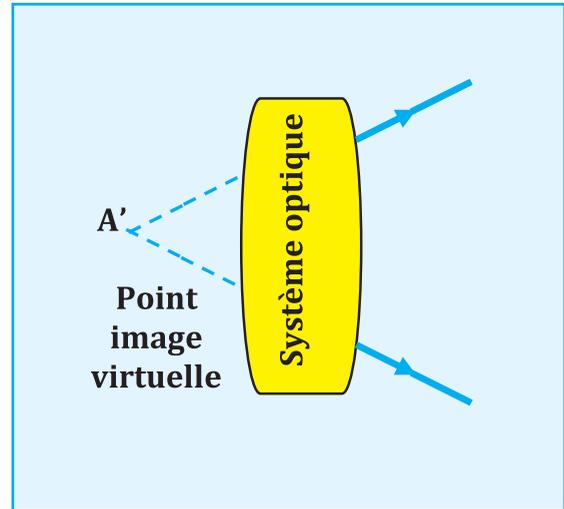
Doc. 2-b

Un point image réelle correspond au point de concours des rayons émergents du système optique (Doc. 2-c).

Un point image virtuelle correspond au point de concours des prolongements des rayons sortants du système optique (Doc. 2-d).



Doc. 2-c



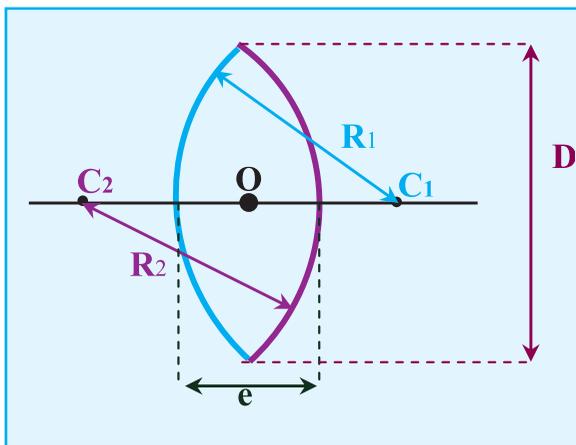
Doc. 2-d

1.2. Lentilles sphériques minces :

Définition :

Une lentille est un milieu transparent limité par deux surfaces sphériques ou par une surface sphérique et une surface plane.

Une lentille sphérique est dite mince si son épaisseur e au centre est faible devant son diamètre D (ou bien e petit devant les rayons de courbure R_1 et R_2 des deux faces).



Doc. 3

- C_1 et C_2 : centres de courbures.
- R_1 et R_2 : rayons de courbures.
- D : diamètre de la lentille.
- O : centre de la lentille.
- e : épaisseur de la lentille.

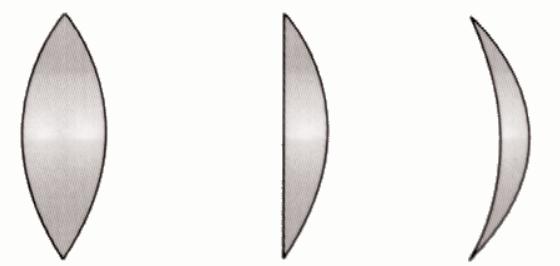
Il existe deux sortes de lentilles :
les lentilles convergentes et les lentilles divergentes

Comment classer les lentilles en lentilles convergentes et lentilles divergentes ?

- Par leurs aspects :

• **Les lentilles convergentes :**

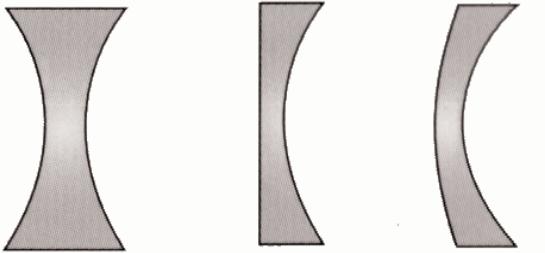
Elles ont les bords plus minces que le centre.

Exemples	Symbole	photo
		

Remarque : Les bords d'une lentille convergente ne sont pas toujours pointus.

• **Les lentilles divergentes :**

Elles ont les bords plus épais que le centre.

Exemples	Symbole	photo
		

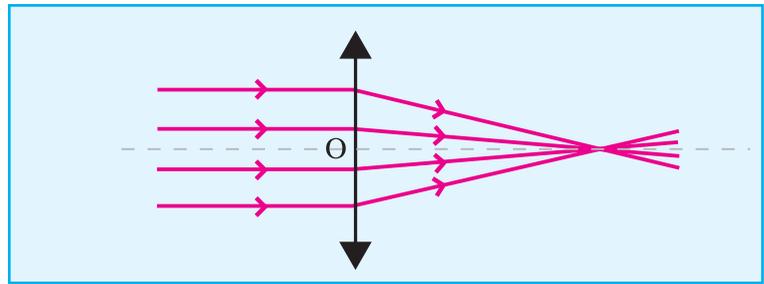
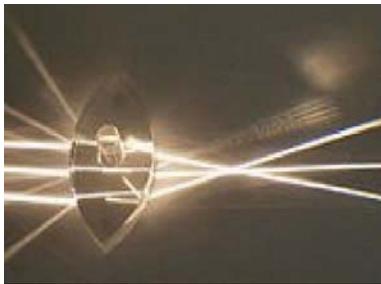
- Par observation d'un objet à travers la lentille

Si on regarde un objet quelconque à travers une lentille, on observe une reproduction de l'objet que l'on appelle image.

Un objet observé a travers une lentille convergente paraît plus grand.	Un objet observé a travers une lentille divergente paraît plus petit.
	
<p>Convergente ; convergente ; convergente Convergente ; convergente ; convergente</p>	<p>Divergente ; divergente ; divergente Divergente ; divergente ; divergente</p>

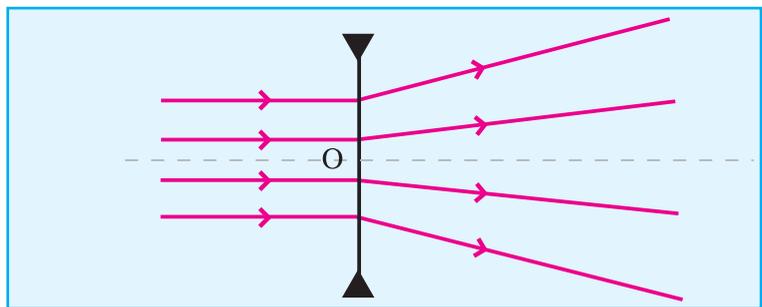
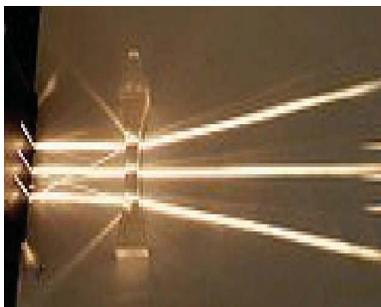
-Par déviation d'un faisceau de lumière

Une lentille convergente rend convergent un faisceau de rayons parallèles (Doc. 3-a)



Doc.3-a

Une lentille divergente rend divergent un faisceau de rayons parallèles (Doc-3b).



Doc.3-b

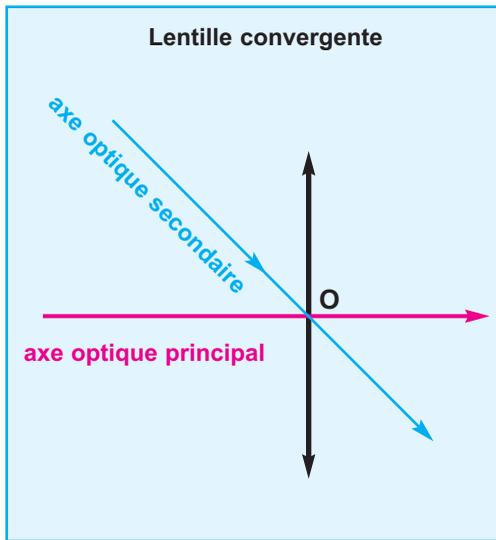
2. Caractéristiques d'une lentille :

2.1. Centre optique et axes optiques d'une lentille

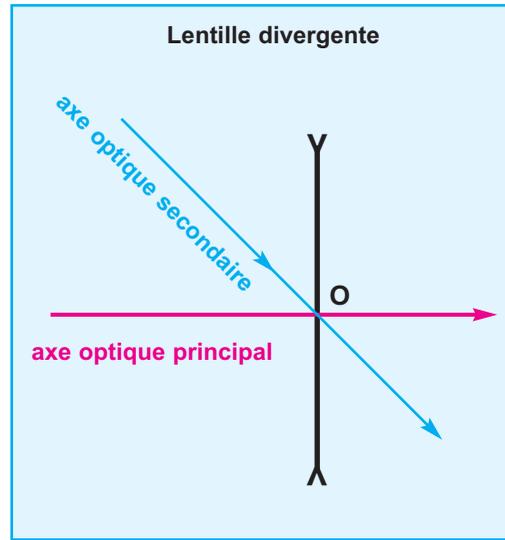
Tout rayon passant par le centre **O** de la lentille n'est pas dévié : **O est le centre optique** de la lentille.

L'**axe optique principal** est la droite joignant les centres de courbures des faces de la lentille.

Un **axe optique secondaire** est toute autre droite passant par le centre optique de la lentille (**Doc.4-a**) et (**Doc.4-b**).



Doc.4-a



Doc.4-b

2.2. Foyers et plans focaux d'une lentille

FOYER IMAGE ET PLAN FOCAL IMAGE

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE :

- Eclairons une lentille (L_1) convergente et une lentille (L_2) divergente avec un faisceau lumineux parallèle à leur axe optique principal.

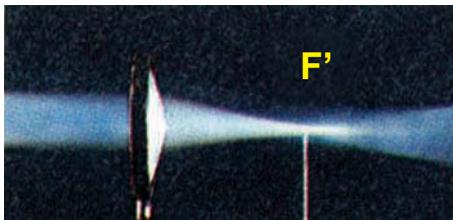


Photo.4-a Foyer image F' d'une lentille convergente

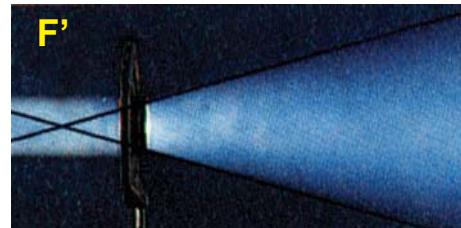
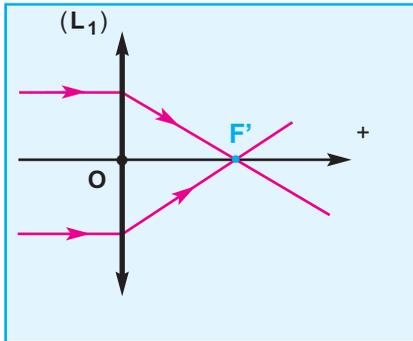


Photo.4-b Foyer image F' d'une lentille divergente

LENTILLE CONVERGENTE (L_1)

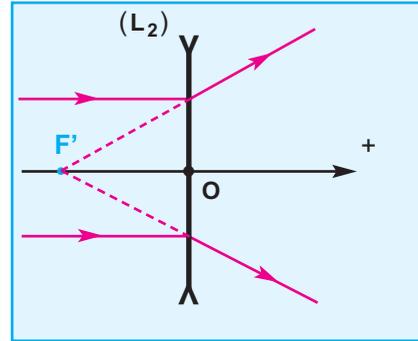


Doc.5-a

Le faisceau lumineux émergent converge vers une région pratiquement ponctuelle F' , située sur l'axe optique principal de la lentille (**Doc.5-a**).

F' est un foyer principal image.

LENTILLE DIVERGENTE (L_2)

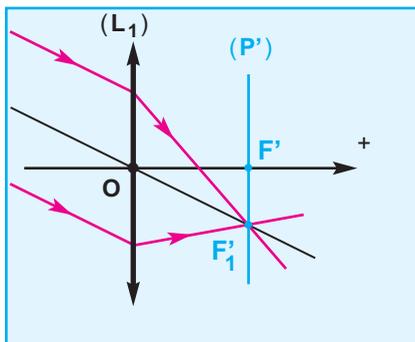


Doc.5-b

Le faisceau lumineux émergent diverge à partir d'une région pratiquement ponctuelle F' , située sur l'axe optique principal de la lentille et appelée foyer principal image (**Doc.5-b**).

F' est un foyer principal image.

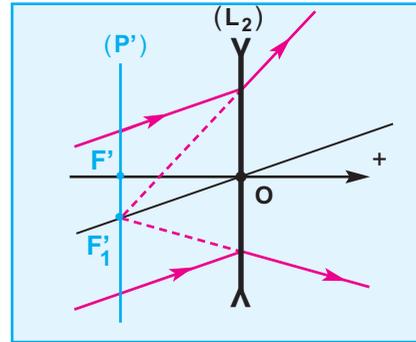
- Eclairons maintenant les deux lentilles (L_1) et (L_2) avec un faisceau lumineux parallèle à l'un de leurs axes optiques secondaires.



Doc.6-a

Le faisceau lumineux émergent converge vers une région pratiquement ponctuelle F'_1 , située dans un plan (P') perpendiculaire à l'axe principal et passant par le foyer image principal F' (**Doc.6-a**).

F'_1 est un foyer image secondaire
 (P') est le plan focal image.

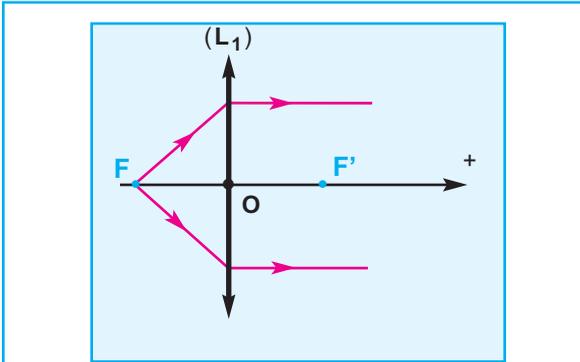


Doc.6-b

Le faisceau lumineux émergent diverge à partir d'une région pratiquement ponctuelle F'_1 , située dans un plan (P') perpendiculaire à l'axe principal et passant par le foyer image principal F' (**Doc.6-b**).

F'_1 est un foyer image secondaire
 (P') est le plan focal image.

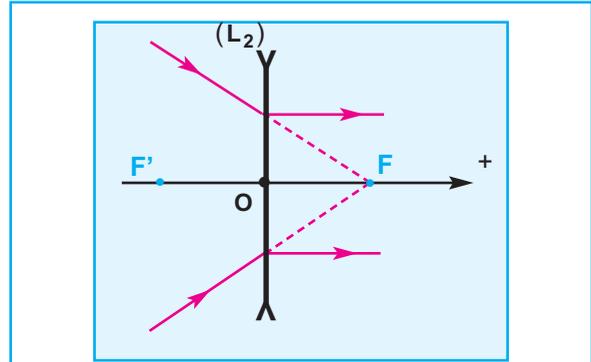
FOYER OBJET ET PLAN FOCAL OBJET



Doc.7-a

Plaçons une source ponctuelle en un point F de l'axe principal, symétrique de F' par rapport à la lentille. Le faisceau émerge parallèlement à l'axe principal (Doc.7-a).

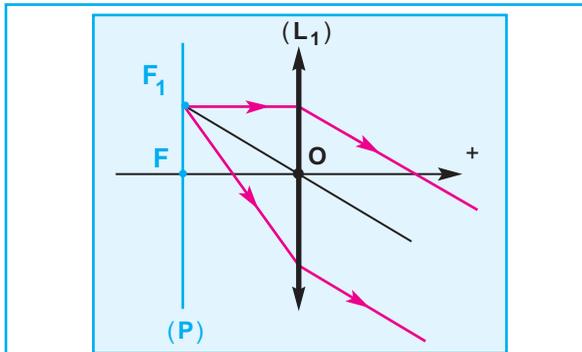
F est le foyer objet principal.



Doc.7-b

Envoyons sur une lentille divergente un faisceau de lumière dont les prolongements des rayons convergent en un point F' de l'axe principal, symétrique de F par rapport à la lentille. Le faisceau émerge parallèlement à l'axe principal (Doc.7-b).

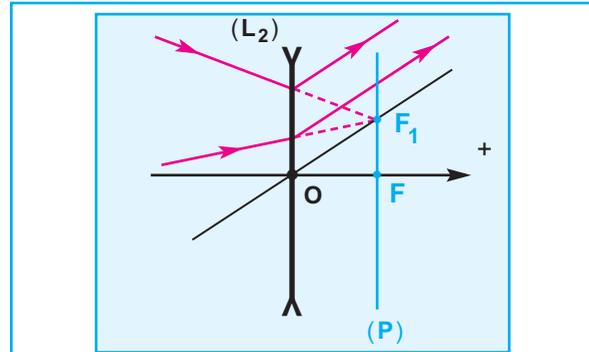
F est le foyer objet principal.



Doc.8-a

La source est maintenant placée en un point F_1 du plan (P) perpendiculaire à l'axe principal et contenant le foyer objet principal, le faisceau émerge parallèlement à l'axe secondaire (OF_1) (Doc.8-a).

F_1 est un foyer objet secondaire
 (P) est le plan focal objet.

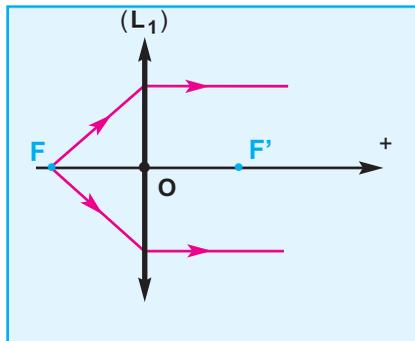


Doc.8-b

Un faisceau de rayons incidents dont les prolongements convergent vers un point F_1 du plan (P) perpendiculaire à l'axe principal et contenant le foyer principal objet, émerge parallèlement à l'axe secondaire (OF_1) (Doc.8-b).

F_1 est un foyer objet secondaire
 (P) est le plan focal objet.

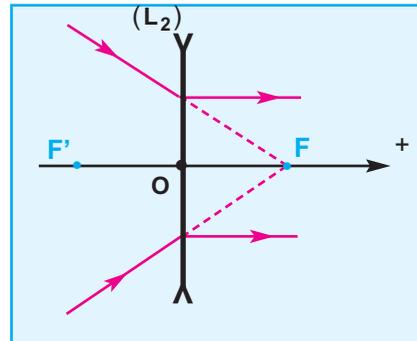
FOYER OBJET ET PLAN FOCAL OBJET



Doc.7-a

Plaçons une source ponctuelle en un point F de l'axe principal, symétrique de F' par rapport à la lentille. Le faisceau émerge parallèlement à l'axe principal (**Doc.7-a**).

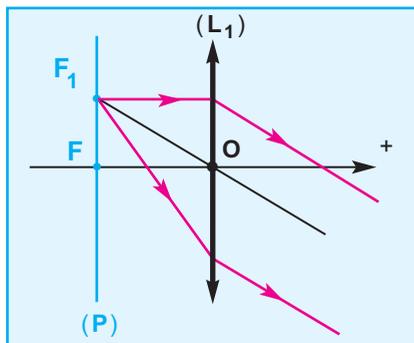
F est le foyer objet principal.



Doc.7-b

Envoyons sur une lentille divergente un faisceau de lumière dont les prolongements des rayons convergent en un point F de l'axe principal, symétrique de F' par rapport à la lentille. Le faisceau émerge parallèlement à l'axe principal (**Doc.7-b**).

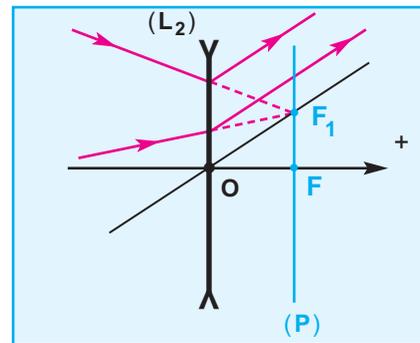
F est le foyer objet principal.



Doc.8-a

La source est maintenant placée en un point F_1 du plan (P) perpendiculaire à l'axe principal et contenant le foyer objet principal, le faisceau émerge parallèlement à l'axe secondaire (OF_1) (**Doc.8-a**).

F_1 est un foyer objet secondaire
 (P) est le plan focal objet.



Doc.8-b

Un faisceau de rayons incidents dont les prolongements convergent vers un point F_1 du plan (P) perpendiculaire à l'axe principal et contenant le foyer principal objet, émerge parallèlement à l'axe secondaire (OF_1) (**Doc.8-b**).

F_1 est un foyer objet secondaire
 (P) est le plan focal objet.

Photo.3-a :

image plus nette bordée de lumière parasite

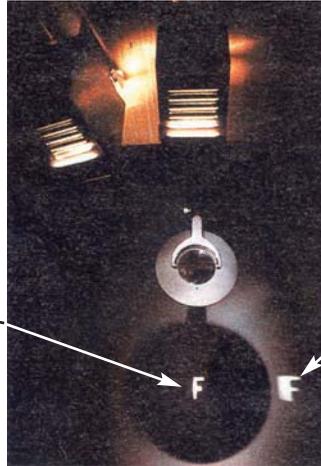
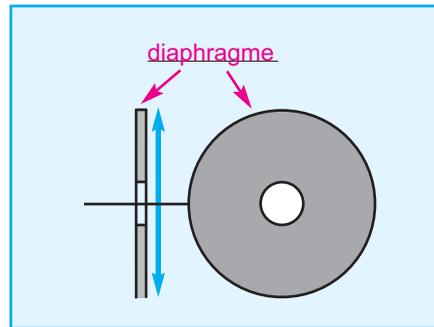


Photo.3-b :

image très déformée

Diaphragmons la lentille, c'est-à-dire interposons une surface opaque munie d'un orifice circulaire au centre de la lentille (Doc.12-b), l'image très déformée devient plus lisible (Photo.4-b) alors que l'autre image devient encore plus nette avec disparition de la lumière parasite (Photo.4-a).



Doc.12-b

Photo.4-a :

image nette sans lumière parasite



Photo.4-b :

image plus lisible

En résumé, une lentille donne des images nettes si elle satisfait aux conditions de Gauss :

- le faisceau traverse la lentille près de son centre optique
- les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique principal.

3. Image d'un objet lumineux donnée par une lentille convergente

Situation et questionnement

Pour une lentille de distance focale connue et pour une position donnée de l'objet, comment prévoir à quelle distance de la lentille se formera l'image ?
Comment prévoir sa taille ?

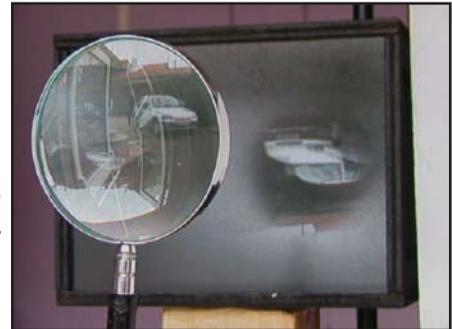


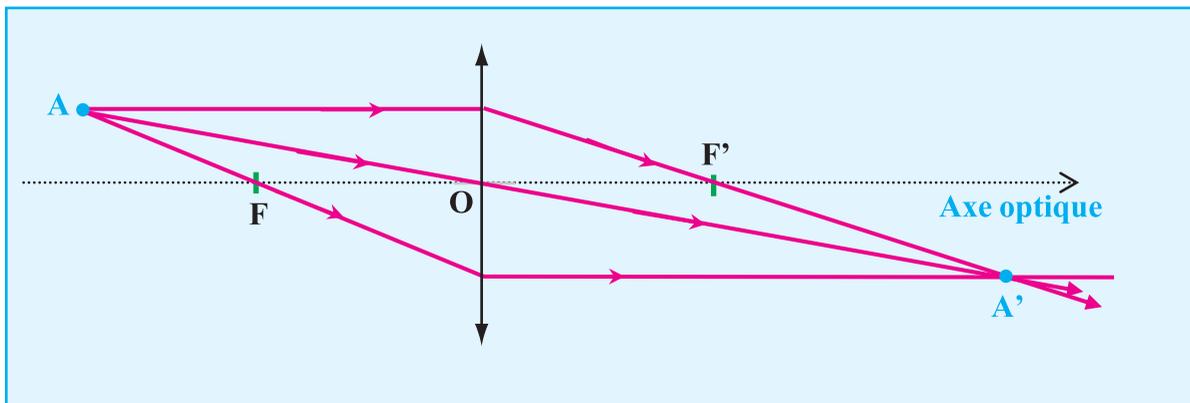
Photo.5

3.1. Construction de l'image d'un point :

Tout rayon lumineux issu d'un point objet **A** émerge de la lentille en passant par le point image **A'** correspondant. Pour déterminer graphiquement la position du point image **A'**, il suffit de tracer les trajets des rayons particuliers issus du point objet **A** (deux suffisent) en appliquant les règles suivantes :

- Un rayon passant par **A** et par le centre optique d'une lentille n'est pas dévié.
- Un rayon, passant par **A** et parallèle à l'axe optique principal d'une lentille émerge en passant par le foyer image **F'**.
- Un rayon passant par **A** et par le foyer objet **F** émerge de la lentille parallèlement à son axe optique principal.

L'image **A'** de **A** est l'intersection des rayons émergents (Doc.13).



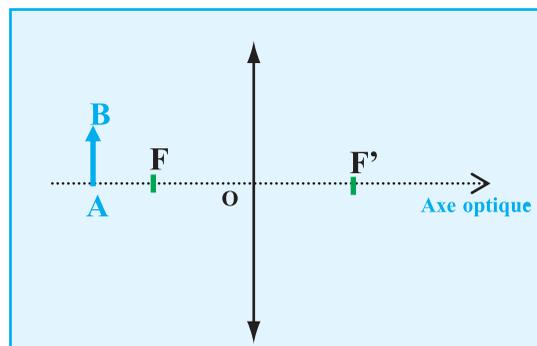
Doc.13

3.2. Construction de l'image d'un objet étendu :

Nous n'envisagerons que le cas des objets contenus dans un plan perpendiculaire à l'axe optique (Doc.14).

L'objet **AB** peut être considéré comme un ensemble des points objets. L'ensemble des points images constitue l'image de l'objet.

Recherche de l'image de **B** :



Doc.14

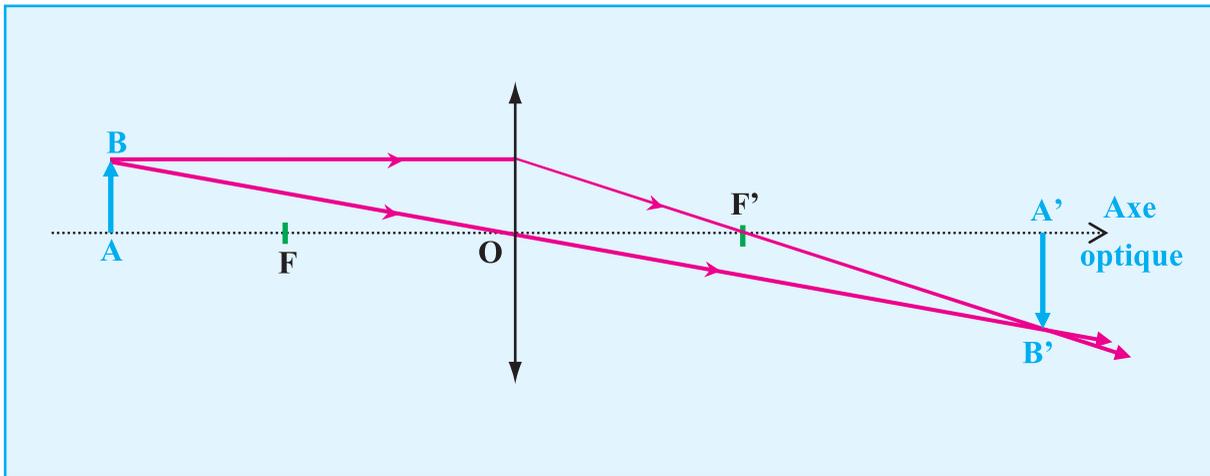
Tracer :

- Un rayon passant par **B** et par le centre optique d'une lentille : il n'est pas dévié.
- Un rayon, passant par **B** et parallèle à l'axe principal d'une lentille : il émerge en passant par le foyer image **F'**.

L'image B' de B est le point de concours des directions des rayons émergents.

Recherche de l'image de A :

A est sur l'axe optique. Le rayon passant par **A** et confondu avec l'axe optique n'est pas dévié. **A'**, l'image de **A** est également sur l'axe optique. L'image **A'B'** est perpendiculaire à l'axe optique. **A'** est le point de concours de l'axe optique et de la perpendiculaire à cet axe, passant par **B'** (Doc.15).



Doc.15

3. 3. Caractéristiques de l'image :

a- Cas d'un objet réel :

Activité expérimentale

Un objet lumineux en forme de **F** est placé sur un banc d'optique à une distance **d** d'une lentille convergente (**L**) de distance focale **f** connue. Pour une position donnée de l'objet, on observe à quelle distance de la lentille se forme l'image nette et on compare sa taille à celle de l'objet (photo. 6).

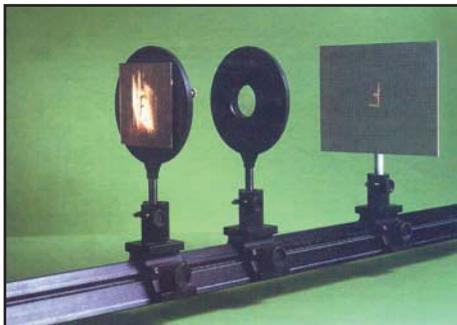


photo. 6

Observations et interprétations

Une image réelle s'observe sur un écran.
Une image virtuelle s'observe en regardant dans le système optique.

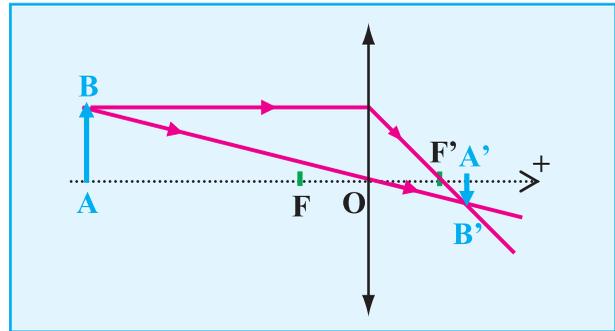
L'objet est situé à une distance d supérieure au double de la distance focale OF'

Si $d > 2 \cdot f$

- l'image $A'B'$ de l'objet AB est
- réelle
 - renversée par rapport à AB
 - plus petite que AB

Applications :

- Cristallin de l'oeil
- Objectif photo

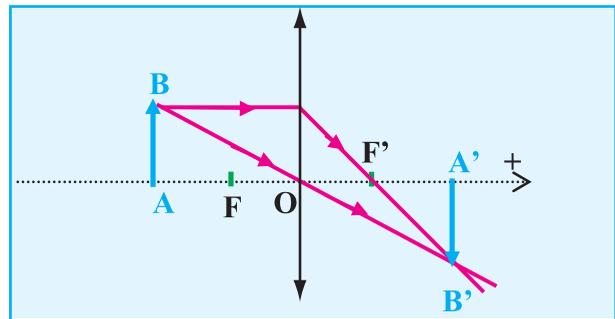


Doc.16-a

L'objet est situé à une distance d égale au double de la distance focale $d = 2 \cdot OF'$

Si $d = 2 \cdot f$

- l'image $A'B'$ de l'objet AB est :
- Réelle
 - renversée par rapport à AB
 - de même taille que AB
 - à une distance $d' = d$



Doc.16-b

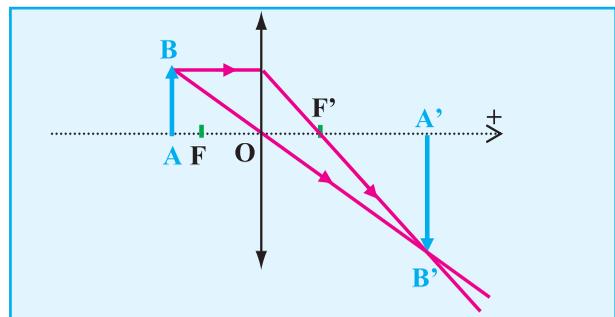
L'objet est situé à une distance d telle que $OF' < d < 2 \cdot OF'$

Si $f < d < 2 \cdot f$

- l'image $A'B'$ de l'objet AB est :
- réelle
 - renversé par rapport à AB
 - plus grande que AB

Applications :

- Projecteurs de cinéma
- Projecteur de diapositives



Doc.16-c

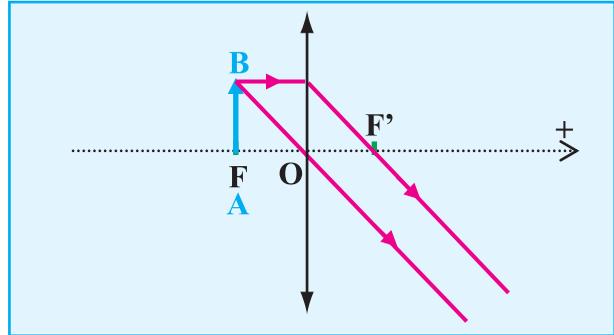
L'objet est situé à une distance d égale à la distance focale OF'

Si $d = f$

l'image $A'B'$ de l'objet AB est à l'infini.
On peut l'observer en regardant à travers la lentille.

Applications :

- Phares maritimes (obtention des faisceaux parallèles)



Doc.16-d

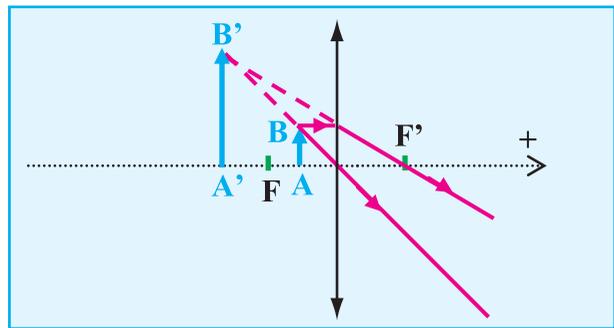
L'objet est situé à une distance d inférieure à la distance focale OF'

Si $d < f$

l'image $A'B'$ de l'objet AB est :

- virtuelle
- droite
- plus grande que AB

On peut l'observer en regardant à travers la lentille.



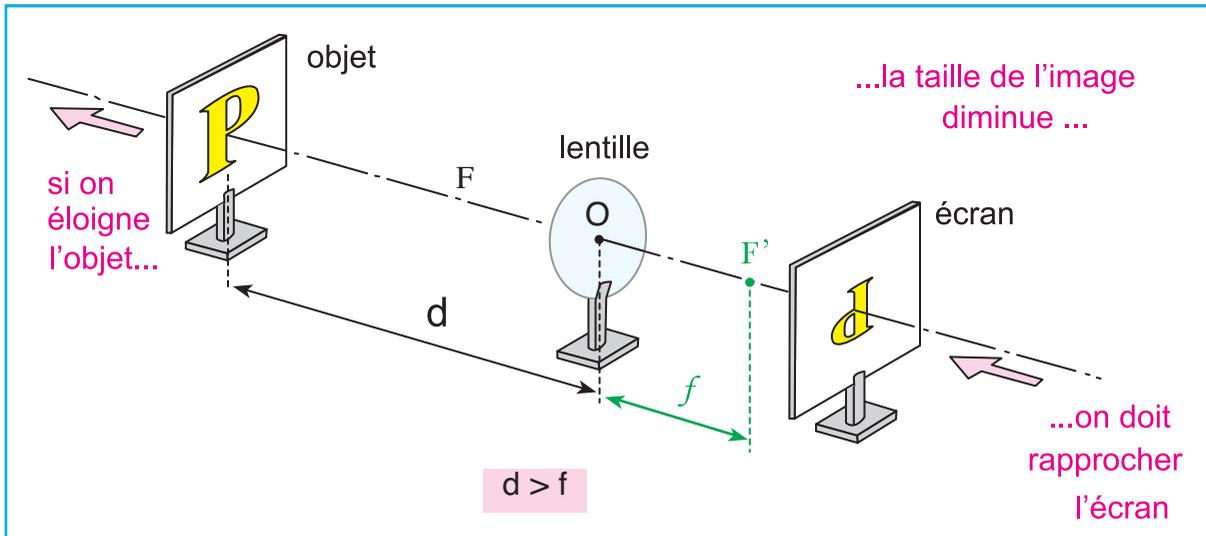
Doc.16-e

Applications :

- Loupe
- Verres correcteurs d'hypermétropies.

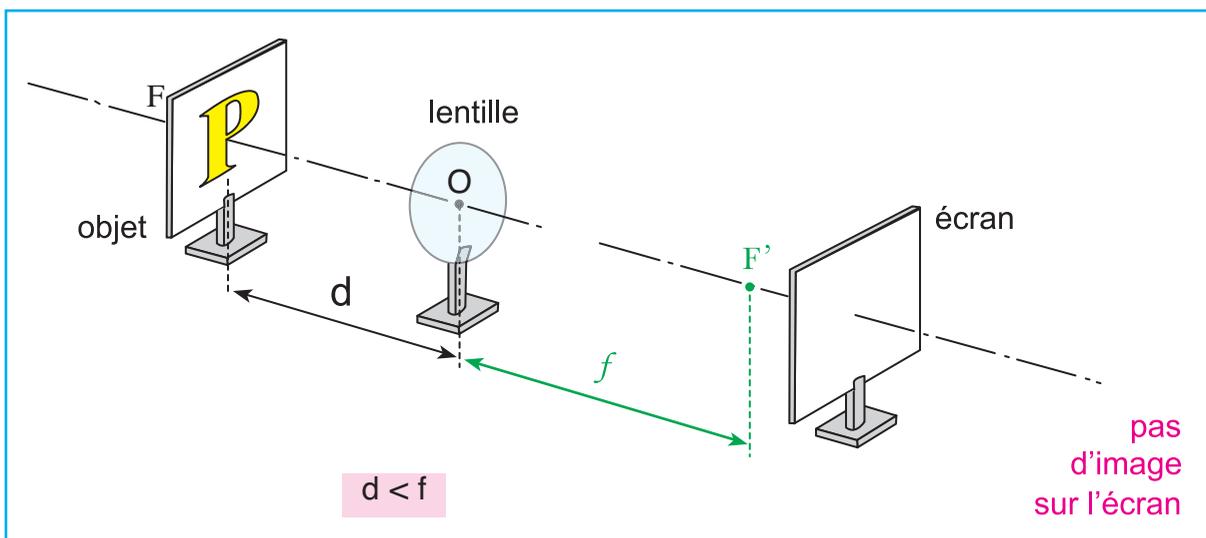
Conclusions

- D'un objet réel placé avant son plan focal objet ($d > f$), une lentille convergente donne une image réelle et renversée. On peut observer cet image sur un écran. Plus nous éloignons l'objet de la lentille, plus l'écran doit être proche de la lentille pour obtenir une image nette et moins celle-ci est agrandie (Doc.17-a).



Doc.17-a

- D'un objet réel, placé entre le plan focal objet et le centre optique de la lentille ($d < f$), une lentille convergente donne une image virtuelle, droite et plus grande que l'objet. Cette image ne peut pas être observée sur l'écran, mais on peut l'observer à travers la lentille (Doc.17-b).

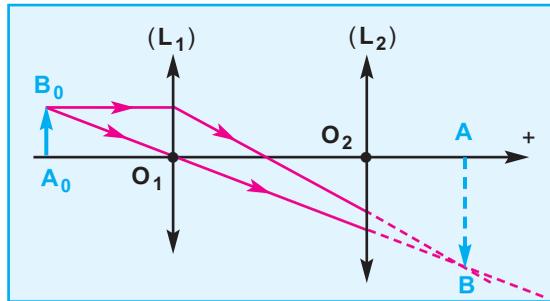


Doc.17-b

b. Cas d'un objet virtuel

On appelle objet virtuel « une image réelle que l'on empêche de se former »
 Comment obtenir un objet virtuel ?

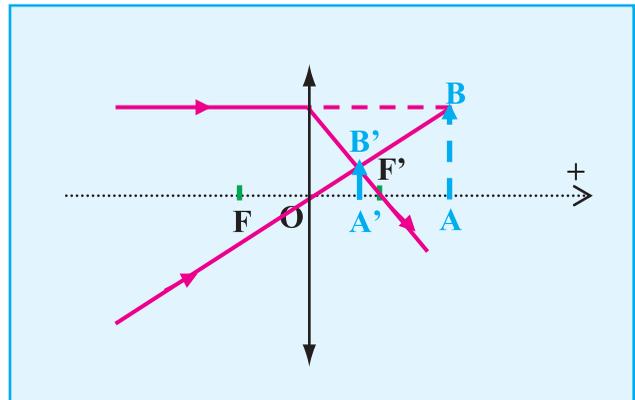
Une lentille (L_1) donne d'un objet lumineux (A_0B_0) une image réelle (AB). (AB) est un objet virtuel pour une lentille (L_2) placée entre (L_1) et (AB) (Doc.10-a).



Doc.18-a

L'image A'B' de l'objet virtuel AB est :

- réelle
- droite
- plus petite que AB



Doc.18-b

Conclusion :

D'un objet virtuel, une lentille convergente donne une image réelle, droite et plus petite que l'objet.

Evaluation :

Enoncé

- 1) On considère une lentille mince de vergence $C = 2,5 \delta$.
 - a) Représenter à l'échelle (1/10) la lentille et son axe principal. Faire figurer son centre optique O, ses foyers principaux objet et image F et F'.
 - b) Cette lentille reçoit un rayon lumineux que l'on peut considérer comme parallèle à l'axe principal. Tracer la marche du rayon lumineux à travers la lentille.



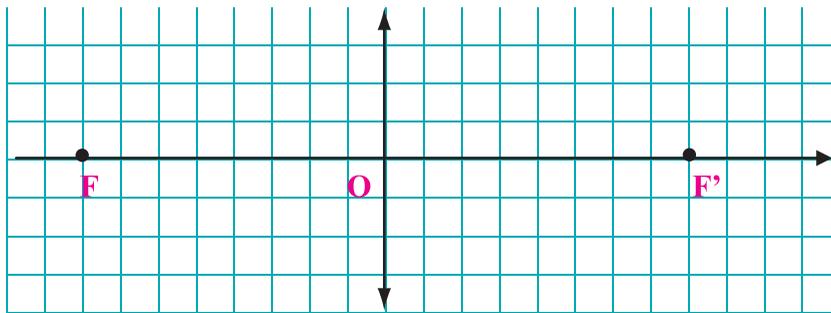
Doc.19

2) À l'aide de cette lentille, on fait converger sur une feuille de papier, la lumière issue du soleil. L'axe de la lentille est dirigé vers le soleil tout en étant normal au plan de la feuille. La feuille s'enflamme (doc.19).

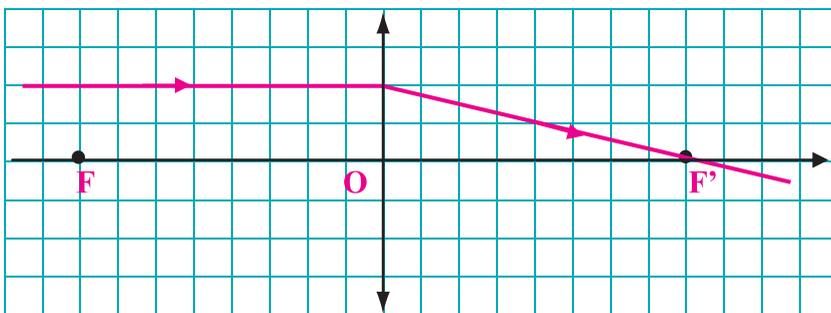
- Expliquer ce qui permet d'affirmer que le point où converge la lumière définit le foyer principal image et déduire la distance D entre la feuille et le centre de la lentille
- Expliquer pourquoi la feuille s'enflamme-t-elle ?
- Que risque-t-on, en observant le soleil à travers une lentille convergente ?

Réponses

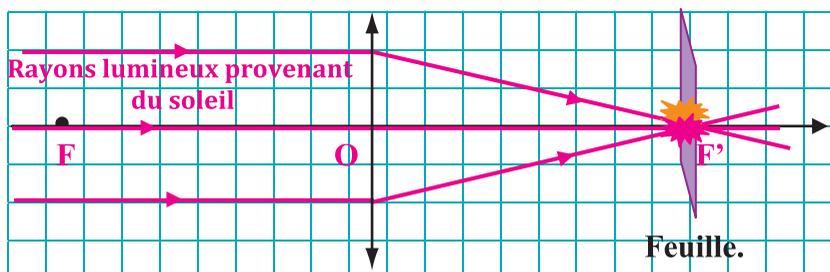
1) a) La vergence C de la lentille est positive. La lentille est donc convergente de distance focale $f = 40\text{cm}$.



b)



2) a) Les rayons lumineux provenant du soleil (source éloignée) peuvent être considérés comme parallèles à l'axe optique principal. Ils forment donc un faisceau parallèle qui converge au foyer principal image. D'où $D=OF'=40\text{cm}$.



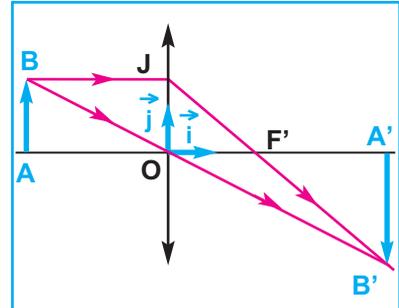
- b) Les rayons lumineux provenant du Soleil et traversant la lentille sont concentrés au foyer image. L'énergie lumineuse en ce point est telle qu'elle fait brûler le papier.
- c) Il en résulte de graves lésions oculaires irrémédiables telles que la perte partielle voire totale de la vue.

3.4. Relation de conjugaison, Grandissement :

RELATION DE CONJUGAISON

Soit une lentille de centre optique O, AB un objet plan perpendiculaire à l'axe principal et A'B' son image donnée par la lentille. Les points A et A' sont situés sur l'axe principal **Doc.20**

Les deux triangles F'A'B' et F'OJ sont rectangles et ont un angle aigu commun ; ils sont donc semblables.



Doc.20

Ce qui nous permet d'écrire : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OJ}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$. Or, $\overline{OJ} = \overline{AB}$

d'où : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$.

De même, en considérant les triangles semblables OA'B' et OAB

on peut écrire : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

En identifiant les deux expressions de $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ on peut écrire :

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}. \text{ D'autre part : } \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{OA'} - \overline{OF'}}{-\overline{OF'}} = \frac{\overline{OA'}}{-\overline{OF'}} + 1$$

Ce qui donne : $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OA'}}{-\overline{OF'}} + 1$

En divisant les membres de cette égalité par $\overline{OA'}$, on

obtient : $\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{-\overline{OF'}} + \frac{1}{\overline{OA'}}$.ou encore

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

C'est ce qu'on appelle relation de conjugaison.

Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) où le vecteur \vec{i} est orienté dans le sens de propagation de la lumière, on a :

- $\overline{OF'}$ est égale à $+f$ pour lentille convergente et à $-f$ pour une lentille divergente.
- \overline{OA} est négative pour un objet réel (avant la lentille) et positive pour un objet virtuel (après la lentille)
- $\overline{OA'}$ permet de prévoir la position et la nature de l'image : elle est positive pour une image réelle (après la lentille) et négative pour une image virtuelle (avant la lentille).

GRANDISSEMENT D'UNE LENTILLE

Pour caractériser la taille d'une image $A'B'$ donnée par une lentille d'un objet AB , on introduit le grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Les deux triangles OAB et $OA'B'$ sont rectangles et ont un angle aigu commun ; ils sont donc semblables.

Ce qui permet d'écrire :

- Si $\gamma > 0$, l'image est droite (même sens que l'objet).

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

- Si $\gamma < 0$, l'image est renversée (objet et image de même sens).

Si $|\gamma| > 1$, l'image est plus grande que l'objet

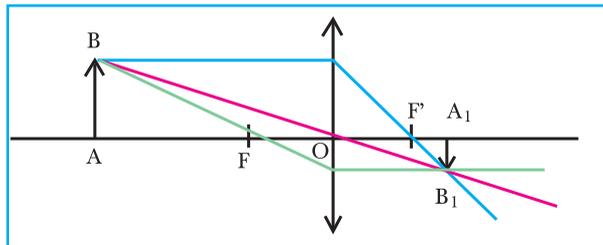
Si $|\gamma| < 1$, l'image est plus petite que l'objet

Evaluation (1)

Enoncé

On considère une lentille convergente de distance focale $f = 3$ cm. 9 cm devant la lentille, on place un objet AB de hauteur 2 cm. Déterminer par construction et calculs les caractéristiques de l'image.

Réponses



la construction est réalisée à l'échelle 1/3

$$\overline{OA} = -0,09 \text{ m et } \overline{OF'} = 0,03 \text{ m.}$$

La formule de conjugaison $\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$ donne $\overline{OA_1} = 0,045 \text{ m.}$

Le grandissement $\gamma = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}} = -0,5.$

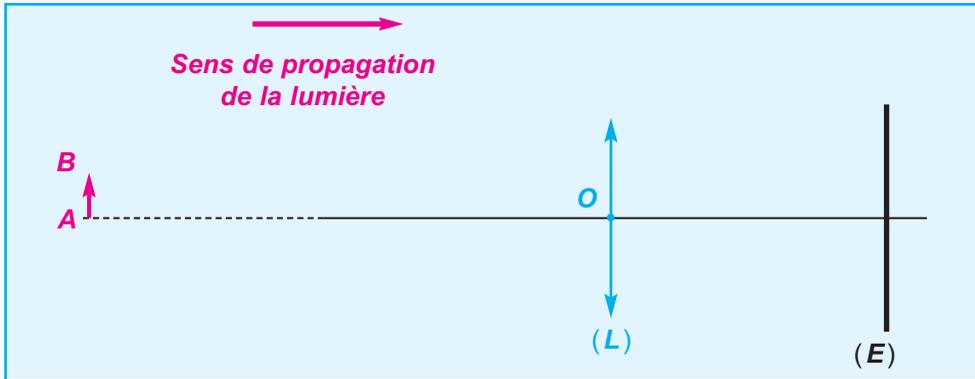
L'image A_1B_1 est réelle (située à droite de la lentille), inversée par rapport à l'objet, de hauteur 1 cm.

Evaluation (2)

Enoncé

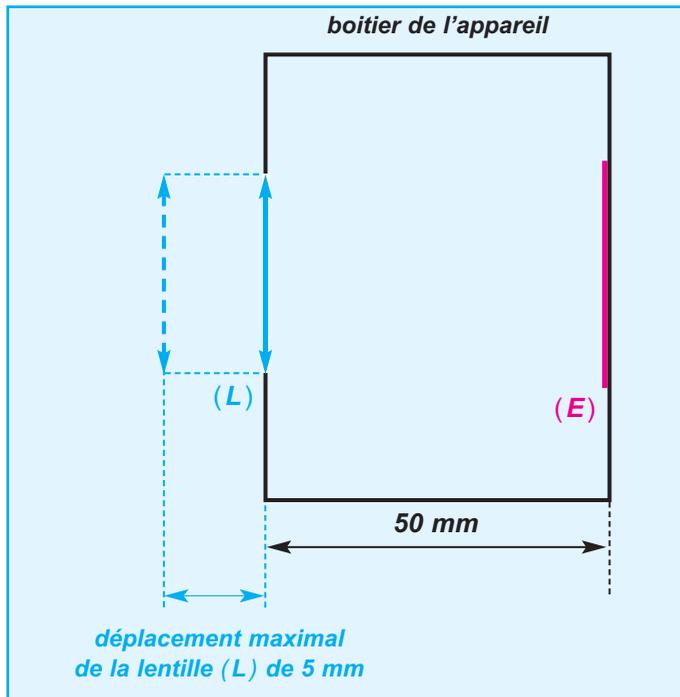
Un appareil photographique comporte deux éléments essentiels : l'objectif et la pellicule.
On modélise :

- l'objectif par une lentille mince convergente (L) de centre optique O ; on appelle F et F' les foyers principaux, respectivement objet et image de cette lentille dont la distance focale est $f' = 50 \text{ mm}$.
- la pellicule par un écran (E) où se forme l'image réelle de l'objet photographié (Doc-21).



Doc.21

- I- On photographie un objet AB situé à une très grande distance de (L). En le considérant "à l'infini", et pour avoir une image nette, à quelle distance OA' de l'écran (E) se trouve la lentille (L) ?
- II- Pour obtenir des images, sur l'écran (E), d'objets plus rapprochés de (L), il est nécessaire d'effectuer une mise au point, c'est-à-dire de faire varier la distance lentille-écran (Doc-22).

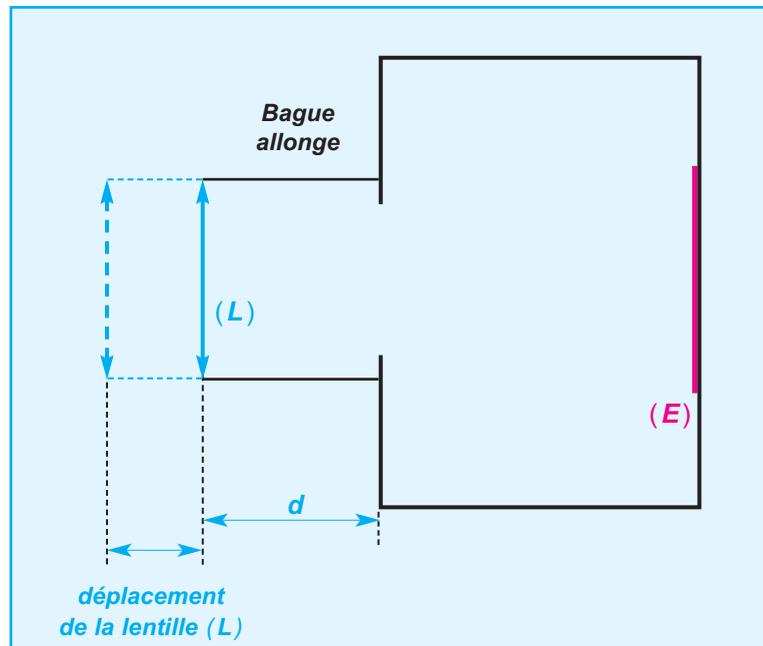


Doc.22

- 1- Si l'objet **AB** à photographier se rapproche de (**L**), la distance entre la lentille et l'écran doit-elle augmenter ou diminuer ? Justifier la réponse.
- 2- L'objectif permet d'augmenter de **5 mm** au maximum la distance entre la lentille et la pellicule par rapport à sa position quand l'objet est "à l'infini" (**Doc-21**).
 - a- A quelle distance doit se trouver un objet pour que son image soit nette sur la pellicule quand la distance lentille-écran est maximale ?
 - b- Calculer le grandissement γ dans ces conditions.

III- Photographie d'une carte postale de format 10 cm x 15 cm

- 1- En la plaçant à **55 cm** de (**L**) dans un plan perpendiculaire à l'axe principal de la lentille (**L**), le grandissement vaut **0,1** en valeur absolue. Quelles seraient les dimensions de son image sur la pellicule de format **24 mm x 36 mm** ? La couvre-t-elle totalement ?
- 2- On veut que les dimensions de l'image de la carte postale soient **24 mm x 36 mm**.
 - a- Calculer la valeur absolue du grandissement γ souhaité.
 - b- Pour simplifier les calculs numériques, on prendra :
Calculer alors la distance **OA** à laquelle on doit placer la carte postale, ainsi que la distance **OA'** entre la lentille et l'écran.
 - c- On ne peut pas obtenir la distance **OA'** nécessaire trouvée au III 2-a avec le seul objectif de l'appareil photographique.
Il est toutefois possible d'adapter, entre l'objectif et le boîtier de l'appareil photographique, un ou plusieurs tubes creux appelés "bagues allonges" de longueur **d** (**Doc-23**).



Doc.23

Disposant de bagues allonges de longueurs **5 mm**, **10 mm** et **20 mm**, indiquer :

- laquelle ou lesquelles choisir ;
- comment procéder pour que l'image de la carte postale soit nette sur la pellicule avec

pour grandissement : $\gamma = -\frac{1}{4}$

SOLUTION

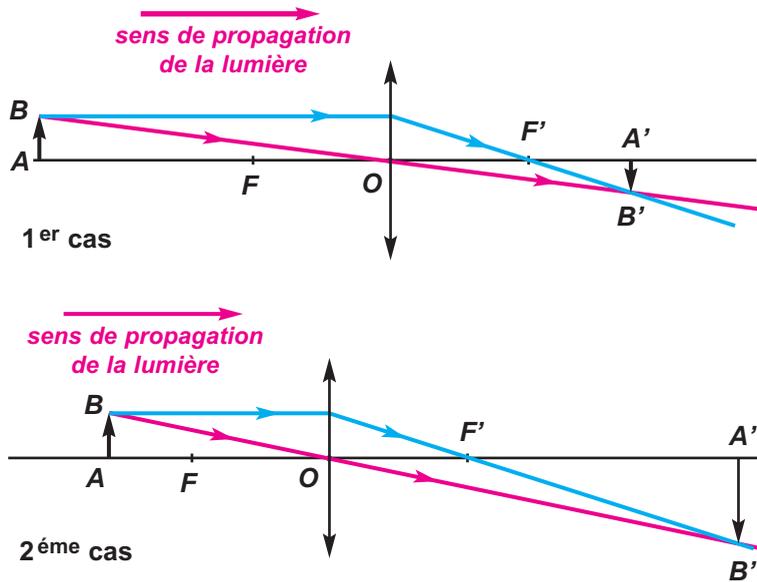
I - Photographie d'un objet à l'infini

L'image d'un objet situé à l'infini se forme dans le plan focal image de la lentille, donc à la distance $\overline{OA'} = \overline{OF'} = f'$ de la lentille convergente. L'écran (E) doit donc se trouver à la distance $\overline{OF'} = 50 \text{ mm}$ de la lentille (L).

II - Images d'objets plus rapprochés

1- Quand l'objet AB se rapproche

Faisons deux schémas pour 2 positions différentes de l'objet AB par rapport à la lentille, et voyons comment évolue la position de l'image A'B' de AB.



Pour construire A'B', on a utilisé 2 rayons particuliers : celui passant par le centre optique O de la lentille (en rose), qui n'est pas dévié, et celui parallèle à l'axe principal, qui émerge de la lentille en passant par F' (en bleu).

Du 1^{er} cas au 2^{ème} cas, l'objet AB s'est rapproché de la lentille et l'image A'B' s'en est éloignée. Ainsi, lorsque l'objet se rapproche de (L), la distance lentille-écran doit augmenter, pour avoir une image nette sur l'écran.

2- Distance lentille-écran pouvant varier de 5 mm par rapport à sa position pour un objet à l'infini

a- Distance minimale pour photographier un objet

La distance maximale lentille-écran est égale à :

$\overline{OA'} = \overline{OF'} + 5 \text{ mm}$, d'après l'énoncé et la question 1. Application numérique :

$$\overline{OA'} = 50 \text{ mm} + 5 \text{ mm}$$

$$\overline{OA'} = 55 \text{ mm}, \text{ au maximum.}$$

Pour trouver la distance objet-lentille correspondante (distance minimale pour pouvoir photographier nettement un objet), on utilise la formule de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OF'}} \quad \text{donc :}$$

$$\overline{OA} = \frac{\overline{OA'} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OF'} - \overline{OA'}}$$

Application numérique : $\overline{OA} = - 550 \text{ cm}$

L'objet doit donc se trouver à la distance (minimale) $OA = 550 \text{ cm}$ de la lentille, quand la distance lentille-écran est maximale.

b- Grandissement pour un objet à distance minimale de la lentille

Par définition,
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Application numérique : $\overline{OA'} = 55 \text{ mm}$ et $\overline{OA} = - 550 \text{ mm}$

$$\gamma = - 0,1$$

III- Photographie d'une carte postale de format 10 cm x 15cm

1- Cas d'un grandissement de 0.1 en valeur absolue

Le grandissement valant 0,1 en valeur absolue, les dimensions de la carte postale sont divisées par 10 sur la pellicule.

L'image a donc, dans ce cas, pour dimensions 1 cm x 1,5 cm soit encore 10 mm x 15 mm. Ces dimensions logent sur la pellicule 24 mm x 36 mm, mais ne la couvrent pas entièrement.

2- Cas où l'image de la carte postale couvre toute la pellicule 24 mm x 36 mm

a- Grandissement souhaité

On veut que pour un objet de 10 cm, son image sur la pellicule soit de 2,4 cm, et pour un objet de 15 cm, son image doit être de 3,6 cm.

D'où :
$$|\gamma| = \left| \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \right| = \frac{A'B'}{AB}$$

Application numérique : $|\gamma| = 0,24$

b- Grandissement $\gamma = - \frac{1}{4}$. Distance lentille-écran nécessaire

On a
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = - \frac{1}{4} \text{ et } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

d'où
$$-\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$
 équivalent à
$$-\frac{5}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Application numérique : $\overline{OA} = - 5 \overline{OF'} = - 250 \text{ mm}$

$$\overline{OA'} = - \frac{\overline{OA}}{4} = 62,5 \text{ mm}$$

c'est la distance maximale lentille-pellicule.

c- Utilisation de " bagues allonges "

Grâce aux tubes creux, on peut augmenter la distance lentille-pellicule. À la question précédente, nous avons vu que pour le grandissement souhaité, il fallait une distance $OA' = 62,5 \text{ mm}$, soit augmenter la distance de $62,5 \text{ mm} - 55 \text{ mm} = 7,5 \text{ mm}$.

Comme il n'y a pas de bague allonge de 7,5 mm, on prend celle de longueur immédiatement supérieure : $d = 10 \text{ mm}$

Pour obtenir la position souhaitée de la lentille, il suffira alors de la rapprocher de l'écran de 2,5 mm, ce qui est possible.

3.5. Applications :

a. La loupe

Comment expliquer que la loupe agrandit les objets ?

Une loupe est un instrument optique constitué d'une lentille convergente de courte distance focale (quelques centimètres), permettant d'obtenir d'un objet réel une image virtuelle agrandie (Doc.24).

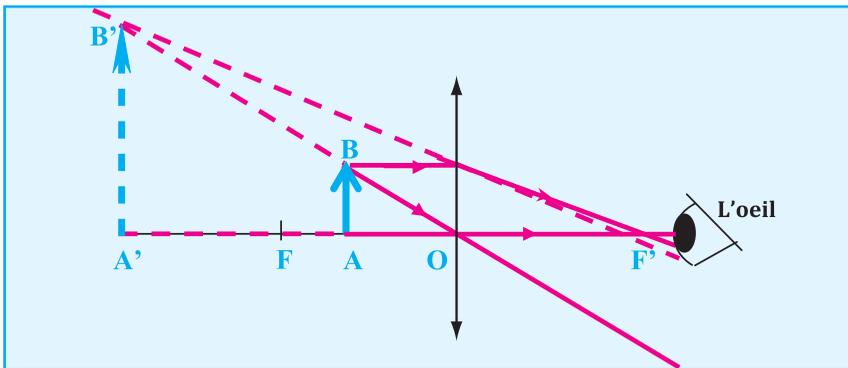
Une loupe fonctionne sur le principe de la lentille convergente : une image virtuelle agrandie d'un objet est créée en avant de la lentille. Pour cela, la distance d entre la lentille et l'objet doit être plus courte que la distance focale de la lentille ($d < f$).

Pour l'observation, l'œil est placé au voisinage du foyer image de la loupe.



Doc.24

Le Doc.24-a montre le principe de fonctionnement d'une loupe. Les rayons partant de l'objet sont déviés par la lentille pour rentrer dans l'œil. Cette déviation n'est pas vue par l'œil qui reconstruit l'objet en une image virtuelle plus grande.



Doc.24-a

- Plus la loupe est bombée, plus la distance focale est courte.
- Plus la distance focale est courte, plus l'objet à examiner doit être rapproché de la loupe.

Supposons un œil normal, placé au foyer image d'une loupe, et rapprochons celle-ci d'un objet.

- Au début, l'objet est au-delà du foyer objet ($d > f$: doc.16-a, 16-b et 16-c), l'image est réelle et derrière l'œil; donc l'œil ne voit rien.
- Quand l'objet arrive au foyer objet ($d = f$: doc.16-d), l'image est à l'infini; l'œil normal la voit nettement sans accommoder.

L'œil ne se fatigue pas.

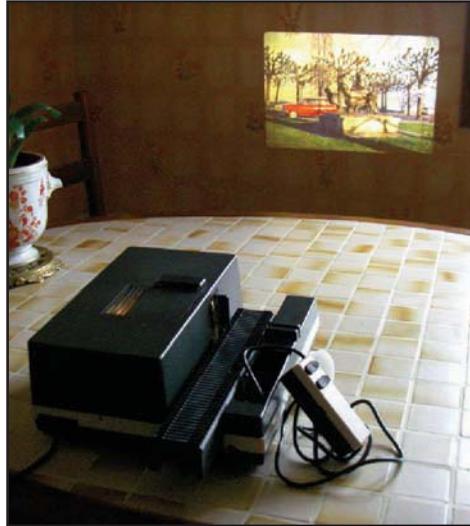
- Continuons à rapprocher la loupe ($d < f$: doc 24-a). L'œil pouvant accommoder (il se fatigue), l'image reste visible nettement jusqu'au moment où elle arrive au punctum proximum.

Quelques informations sur l'œil

- Pour voir clair, l'image doit se former sur la rétine
- Le cristallin est une lentille convergente de distance focale variable.
- quand un objet est à l'infini, l'image se forme à la distance focale de cette lentille, sur la rétine.
- Quand un objet est situé plus près, si le cristallin "ne fait rien" l'image va aller se former derrière la rétine. On voit flou. Pour voir clair, l'image doit se former sur la rétine et l'œil y parvient en accommodant : l'action des muscles oculaires fait plier la lentille et modifie la distance focale. L'œil se fatigue.
- On appelle punctum proximum PP le point le plus proche pouvant donner une image nette sur la rétine, l'œil accommodant au maximum.
- On appelle punctum remotum PR le point le plus éloigné pouvant donner une image nette sur la rétine, l'œil étant au repos.

b. L'appareil de projection de diapositives :

Quel est le principe de fonctionnement d'un appareil de projection de diapositives ?



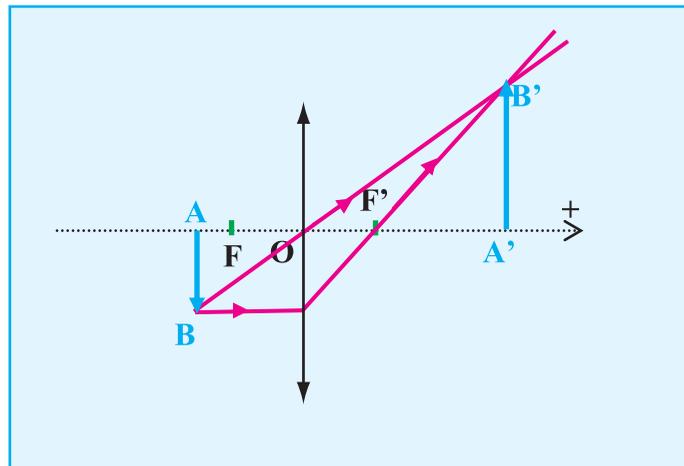
Doc.25-a

Un projecteur de diapositives est un instrument d'optique permettant de visionner des diapositives par projection de l'image sur une surface blanche de grande taille (que ce soit un mur ou un écran adapté). Voir (Doc.25-a). Il comprend quatre éléments principaux :

- une source de lumière blanche puissante.
- un réflecteur et un condenseur pour diriger la lumière uniformément vers la diapositive.
- un logement pour les diapositives.
- Un objectif à mise au point réglable (C'est une lentille convergente de distance focale f).

La diapositive doit être placée à l'envers et à une distance d tel que ($f < d < 2f$). L'image projetée est alors plus grande que l'objet.

schema du principe du fonctionnement de l'appareil de projection de diapositives.



Doc.25-b

c. Le rétroprojecteur :

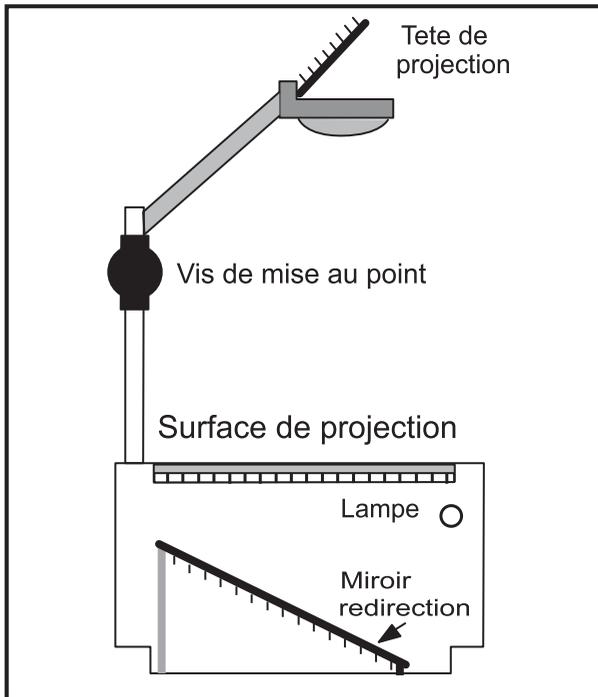
Quel est le principe de fonctionnement d'un rétroprojecteur ?



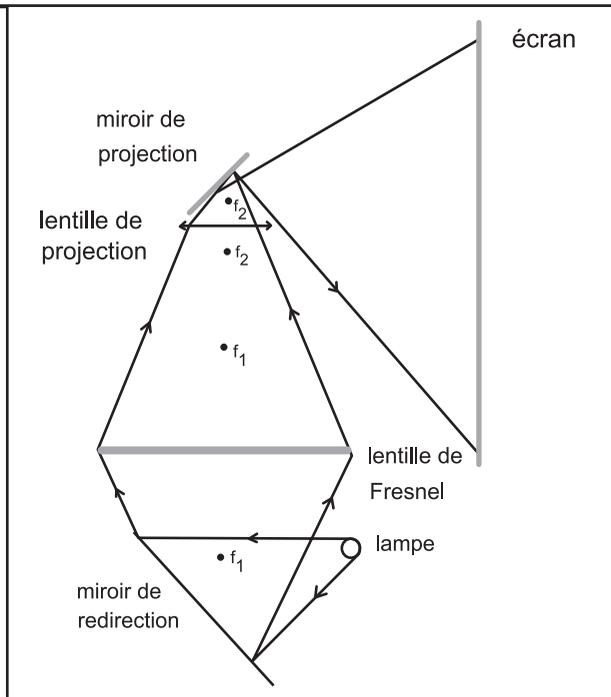
Doc.26

Le rétroprojecteur est d'un usage courant dans notre enseignement. Il permet de projeter des documents dans des conditions exceptionnelles de simplicité et d'efficacité, grâce à sa grande luminosité, à son champ très étendu et à sa grande maniabilité (Doc.26).

Le rétroprojecteur est habituellement composé de deux miroirs plans, de deux lentilles convergentes et d'une lampe. Les (Doc.26-a et 26-b) illustrent la disposition possible des composantes de l'appareil et le parcours des rayons lumineux dans celui-ci.



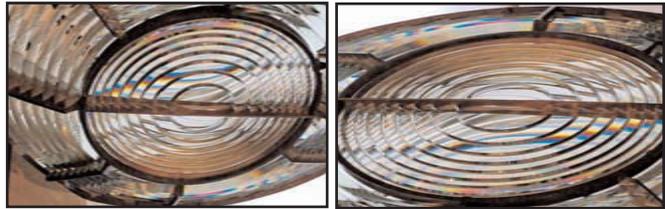
Doc.26-a



Doc.26-b

La première lentille est une lentille de Fresnel. Ce type de lentille est fabriqué à partir d'une plaque de verre ou de plastique transparent sur laquelle des cercles concentriques et régulièrement espacés ont été gravés.

- La lentille de Fresnel est une lentille convergente qui sert à faire converger la lumière dans la tête de projection (Doc.26-c).



Doc.26-c

Lentille de Fresnel

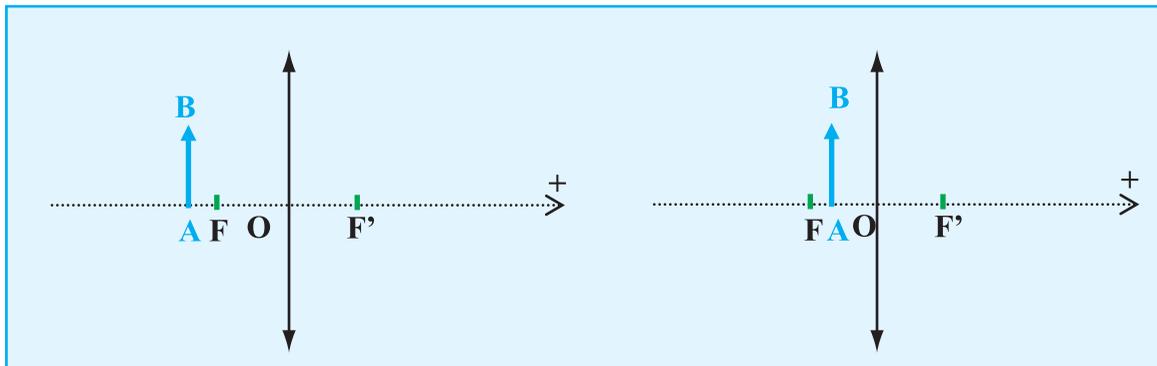
- La lentille de projection est un ménisque convergent qui a comme principale fonction de grossir l'image. Cette lentille a une très courte distance focale.

Les lentilles sont placées de manière telle que l'image produite par la première ne se retrouve pas entre la seconde lentille et son foyer, ce qui produirait une image virtuelle ne pouvant être projetée à l'écran. La mise au point se fait en déplaçant la tête de projection par rapport au dessus du rétroprojecteur.

Evaluation

Énoncé

1. Construire les images de l'objet AB dans les situations (a) et (b) schématisée ci-dessous. Les foyers objet et image sont notés F et F'.
2. Les situations (a) et (b) illustrent le fonctionnement de deux instruments d'optique. L'un d'eux est une loupe et l'autre est un appareil de projection de diapositives. Attribuer à chaque instrument la situation correspondante. ? Justifier votre choix.



Situation (a)

Situation (b)

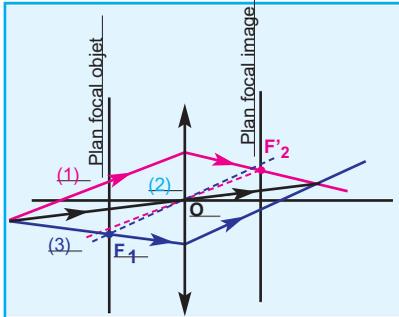
réponse

- 1) Voir (Doc.16-c) et (Doc.16-e)
- 2) La situation (a) correspond à un appareil de projection de diapositives ($f < d < 2 \cdot f$). On peut observer l'image agrandie sur un écran.
La situation (b) correspond a une loupe ($d < f$). On peut observer l'image agrandie à travers la lentille.

L'ESSENTIEL DU COURS

MARCHE D'UN RAYON LUMINEUX

● A TRAVERS UNE LENTILLE CONVERGENTE

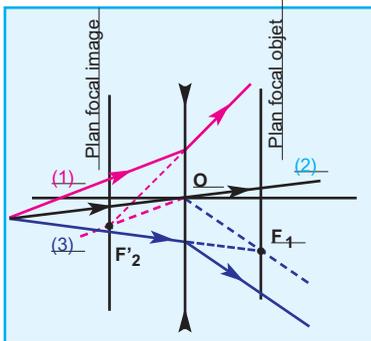


Le rayon incident (1) arrivant parallèlement à l'axe secondaire OF'_2 , émerge en passant par le foyer secondaire image F'_2 .

Le rayon incident (2) passant par le centre optique O , ne subit pas de déviation.

Le rayon incident (3) passant par le foyer secondaire objet F_1 , émerge parallèlement à l'axe secondaire OF_1 .

● A TRAVERS UNE LENTILLE DIVERGENTE



Le rayon incident (1) se propage parallèlement à l'axe secondaire OF'_2 . Le prolongement du rayon émergent passe par le foyer secondaire image F'_2 .

Le rayon incident (2) passant par le centre optique O , ne subit pas de déviation.

Le rayon incident (3) dont le prolongement passe par le foyer secondaire objet F_1 , émerge parallèlement à l'axe secondaire OF_1 .

CONSTRUCTION DE L'IMAGE DONNÉE PAR UNE LENTILLE

Pour construire l'image $A'B'$ d'un objet AB donnée par une lentille, on trace la marche de deux rayons parmi les trois figurant sur la figure ci-contre.

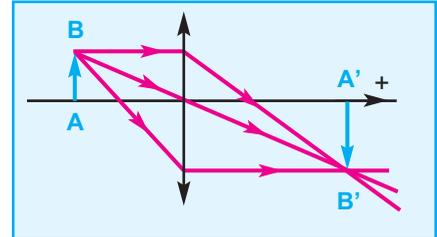


IMAGE D'UN OBJET DONNÉE PAR UNE LENTILLE

- Une lentille convergente donne d'un objet :
 - une image réelle et renversée si l'objet est réel et placé avant le plan focal image
 - une image virtuelle et droite si l'objet est réel et placé entre le centre optique et le plan focal image
 - une image réelle et droite si l'objet est virtuel.
- Une lentille divergente donne d'un objet une image virtuelle, si et seulement si, il est situé entre le centre optique et le plan focal objet.

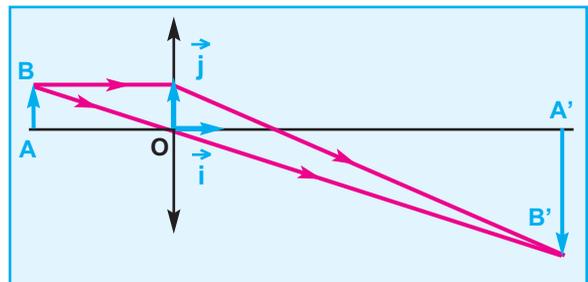
RELATION DE CONJUGAISON

Soit une lentille de centre optique O , AB un objet frontal (perpendiculaire en A à l'axe principal) et $A'B'$ son image par la lentille.

- La relation de conjugaison s'écrit :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

- Le grandissement s'écrit : $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$



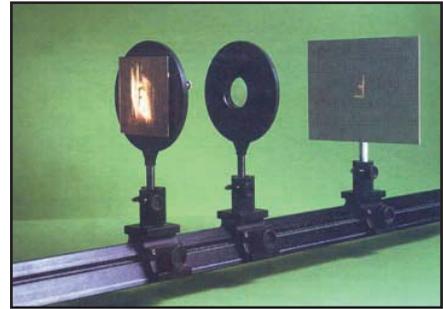
TRAVAUX PRATIQUES

OBJECTIF :

Vérifier la relation de conjugaison pour une lentille convergente.

MATERIEL :

- Un banc optique
- Une lentille convergente de distance focale f connue et de centre optique O .
- Une lentille diaphragmée
- Un écran
- Un objet en forme de F, éclairé par une lanterne.



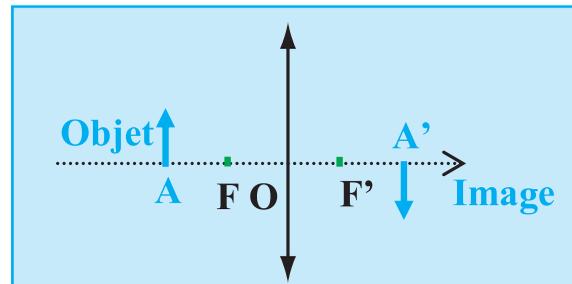
Doc.1

PROTOCOLE EXPERIMENTAL :

On intercale une lentille convergente entre l'objet lumineux et l'écran.

On varie la distance (lentille - objet) et on cherche à chaque fois la position de l'écran donnant une image nette de l'objet. (Doc.1).

On mesure alors la distance (OA) entre l'objet et la lentille et la distance (OA') entre la lentille et l'écran quand l'image y soit vue nette (Voir Doc.2).



Doc.2

- Remplir le tableau suivant en changeant à chaque fois la position de la lentille. (le sens positif est celui de la propagation de la lumière qui est indiqué sur la figure)
- Tracer un graphique en plaçant en abscisse $\frac{1}{OA}$ et en ordonnée $\frac{1}{OA'}$.

OA (cm)							
$\frac{1}{OA}$ (cm ⁻¹)							
OA' (cm)							
$\frac{1}{OA'}$ (cm ⁻¹)							

EXPLOITATION DES RÉSULTATS DE MESURES :

1- Dédire de la courbe la relation mathématique : $\frac{1}{OA'} = f \left(\frac{1}{OA} \right)$

2 - En identifiant la relation précédente avec la relation de conjugaison, vérifier que l'ordonnée à l'origine est égale à $\frac{1}{f}$.

Je vérifie mes connaissances

A Chaque question peuvent correspondre aucune, une ou plusieurs réponses correctes

<p>1- L'image donnée par une lentille convergente d'un objet situé avant le foyer objet F se trouve :</p> <p>a - entre la lentille et le foyer image F'. b - entre le foyer objet F et la lentille. c - au delà du foyer image F'.</p>	<p>3-</p> <p>Soit une lentille convergente de distance focale f. On place un objet à une distance $d < f$. Il s'agit :</p> <p>a- D'un appareil de projection de diapositives. b- D'une loupe.</p>
<p>2- Soit une lentille convergente de distance focale f. Un point objet B est situé dans le plan focal objet. L'image de B est :</p> <p>a- à l'infini dans la direction de l'axe optique principal. b- dans le plan perpendiculaire à l'axe optique principal et passant par F'. c- à l'infini, dans la direction faisant un angle $\theta = \frac{FB}{f}$ avec l'axe optique principal.</p>	<p>4-</p> <p>L'image d'un objet réel donnée par une lentille peut être observable sur un écran :</p> <p>a - si l'objet se trouve avant le plan focal objet et que la lentille est convergente. b - si l'objet se trouve entre le plan focal objet et la lentille qui est convergente. c - quelque soit la position de l'objet dans le cas d'une lentille divergente.</p>

Je sais appliquer mes connaissances; je sais raisonner

<p>Ex-1- La distance focale d'une lentille convergente est égale à 5 cm. Le diamètre de la lentille est égal à 4 cm. Un objet AB de 1 cm est situé à 15 cm de la lentille ; AB est perpendiculaire à l'axe optique principal et A se trouve sur ce dernier.</p>	<p>1- Faire un schéma à l'échelle. Placer les foyers et le centre optique de la lentille. 2- Construire l'image A'B' de AB obtenue par cette lentille. Mesurer la distance OA' ainsi que la longueur A'B' sur le schéma. 3 - Retrouver ces résultats par le calcul.</p>
<p>Ex-2- L'image A'B' d'un objet AB, obtenue par une lentille convergente de distance focale égale à 120 mm, se forme sur un écran situé à 440 mm de la lentille.</p>	<p>1 - Faire un schéma à l'échelle 1/4. Placer les foyers et le centre optique de la lentille. 2 - Déterminer, à partir du schéma, la taille et la position de AB. 3 - Retrouver ces résultats par le calcul.</p>
<p>Ex-3- La distance focale d'une lentille convergente est égale à 8 cm et son diamètre à 4 cm. Un objet réel AB de 1 cm est situé à 18 cm de la lentille ; AB est perpendiculaire à l'axe optique.</p>	<p>principal et A se trouve sur ce dernier. 1 - Schématiser le dispositif à l'échelle 1/2. 2 - Tracer le faisceau lumineux partant de B et s'appuyant sur les bords de la lentille.</p>
<p>Ex-4- La distance focale d'une lentille convergente est égale à 125 mm et son diamètre est de 80 mm. Un faisceau de lumière parallèle éclaire totalement la lentille.</p>	<p>Il est incliné d'un angle de 10° par rapport à l'axe optique. 1- Réaliser le schéma à l'échelle. 2- Tracer la marche du faisceau de lumière incident et émergent.</p>
<p>Ex-5- Un objet réel AB de 2 cm est situé à 35 cm d'une lentille convergente de distance focale 20 cm. AB est perpendiculaire à l'axe optique</p>	<p>de la lentille et A se trouve sur ce dernier. Déterminer, par le calcul, la position et la taille de l'image A'B' de AB par la lentille.</p>

Ex-6- Un point objet **B** est situé très loin d'une lentille convergente de distance focale égale à **150 mm**. Le diamètre de cette lentille vaut **50 mm**. L'objet **B** se trouve dans une direction faisant un angle de **12°** avec l'axe optique de la lentille.

- 1- Faire un schéma à l'échelle et construire **B'** l'image de **B** par la lentille.
- 2- Tracer la marche du faisceau lumineux issu de **B** et s'appuyant sur les bords de la lentille.
- 3- Calculer la distance **F'B'**.

Ex-7- On dispose d'un objet lumineux **AB** situé à **5 m** d'un mur sur lequel on veut projeter son image de façon à avoir un grandissement $\gamma = -4$.

- 1- Déterminer graphiquement la position de la lentille ainsi que sa distance focale.

Faire la représentation graphique à l'échelle **1/20**.
 2- On double la vergence de la lentille en maintenant la position de la lentille.
 Où la nouvelle image de l'objet **AB** se forme-t-elle ?

Ex-8- Un objet éclairé **AB** est situé à **40 cm** d'une lentille convergente. On déplace un écran jusqu'à y observer l'image de **AB** par la lentille. On constate alors que l'image est de même dimension que l'objet.

- 1 - Déterminer par le calcul la position de l'image. Faire un schéma en plaçant **A** sur l'axe optique principal, et en traçant le rayon lumineux passant par **B** et le centre optique de la lentille.

- 2 - En utilisant la formule de conjugaison, calculer la distance focale **f** de la lentille.
- 3 - En traçant par exemple le rayon lumineux issu de **B** et parallèle à l'axe optique, vérifier graphiquement le résultat de la question précédente. Quel autre rayon peut-on utiliser ? En faire un tracé.
- 4 - Exprimer la distance entre l'objet et l'écran en fonction de **f**. Proposer alors une méthode rapide pour mesurer une distance focale.

Ex-9- Un point lumineux **A** est placé à **50 cm** sur l'axe optique d'une lentille convergente de distance focale **f = 20 cm**.

- 1 - Déterminer la position de **A'**, image de **A** par la lentille.

- 2 - Vérifier ce résultat à l'aide d'une construction géométrique.
- 3 - Si on avance **A** de **3 cm** sur l'axe optique en direction de la lentille, comment et de combien se déplace **A'** ?

Ex-10 Projecteur de diapositives.

L'objectif d'un projecteur de diapositives est constitué d'une lentille mince de distance focale $f = 60 \text{ mm}$.

1. Justifier que cette lentille ne puisse être que convergente. A quelle distance minimale de la diapositive doit se situer l'objectif ? Pourquoi faut-il la placer «à l'envers» ?
2. Calculer les dimensions de l'image projetée

sur un écran situé à 3 m de l'objectif. La diapositive a pour dimensions 24 sur 36 mm. A quelle distance du plan focal objet se trouve-t-elle ?
 3. On veut obtenir une image de 2 m sur 3 m. Faut-il rapprocher l'objectif de la lentille ou l'éloigner ? Justifier. Etablir l'expression de la distance algébrique entre la diapositive et la lentille mince en fonction du grandissement et de la distance focale **f**. Calculer sa valeur.

Ex-11 On dispose de deux lentilles minces convergentes **L1** et **L2** de distance focale respective 20 cm et 10 cm. **L2** est situé 1,20 m derrière **L1**. Un point objet **A** est situé à 1 cm au-dessus de l'axe principal (commun aux deux lentilles) et 25 cm devant **L1**.

12. 1 Faire un schéma à l'échelle 1/10 selon la direction donnée par l'axe principal et à l'échelle 1 pour une direction perpendiculaire.

12. 2 Construire l'image **A1** de **A** donnée par la première lentille.
- 12.3 En considérant que **A1** est un objet pour **L2**, construire l'image finale **A2** de **A** donnée par l'ensemble des deux lentilles.

POUR EN SAVOIR PLUS

LA LUNETTE DE GALILÉE

Avant Galilée (1564 -1642), certains savants avaient déjà braqué un télescope vers le ciel, mais les observations du physicien italien et l'analyse qu'il en fait sont d'une très grande valeur astronomique, et un jalon crucial dans l'histoire de la pensée scientifique.

. Les découvertes de Galilée

Au début du **XVII^e** siècle, les lentilles minces sont connues depuis plusieurs siècles en Europe : les lunettes de vue s'achètent ainsi à des colporteurs. Le télescope (" qui permet de voir au loin ") aurait été inventé par des opticiens hollandais vers **1600**.

Lorsque Galilée découvre l'existence de l'instrument, il construit (ou améliore) une lunette (c'est-à-dire un télescope formé uniquement de lentilles). C'est un long tube (**photo.1**) portant à ses extrémités deux systèmes optiques constitués de lentilles : l'objectif et l'oculaire.

Cette lunette grossit les objets éloignés, qui semblent être plus proches et dont les détails deviennent perceptibles : "J'obtins le résultat désiré, en m'appuyant sur la doctrine de la réfraction. Je préparai d'abord un tube de plomb, aux extrémités duquel j'appliquai deux lentilles, l'une plan convexe et l'autre plan concave. [Alors] je vis les objets assez grands et assez rapprochés, trois fois plus rapprochés et neuf fois plus grands qu'à l'oeil nu."



Photo.1

Lunettes datant de l'époque de Galilée.

À partir du **7 janvier 1610**, il commence, chaque nuit, à observer les astres avec sa lunette. Il découvre ainsi que la surface de la Lune n'est pas lisse (**photo.2**) comme on le croyait à l'époque, et mesure même la hauteur des montagnes les plus élevées. Le savant est frappé par la ressemblance entre notre satellite et la Terre, qui ne peut plus dès lors être considérée comme un objet d'un genre unique : " La surface de la Lune n'est nullement uniforme ni exactement sphérique, comme grand nombre de penseurs l'ont cru - tant en ce qui concerne la Lune que les autres



Photo.2

Un dessin de la Lune dû à Galilée.

corps célestes -, mais elle est inégale, accidentée, remplie de nombreuses cavités et éminences, tout comme la surface de la Terre est elle-même surmontée de chaînes de montagnes et entrecoupée de vallées profondes".

Il affirme que la Lune est visible car elle "réfléchit" la lumière du Soleil. Il découvre alors l'existence de satellites de Jupiter et déduit de ses observations que ces satellites tournent autour de la planète.

Galilée publie en **1610** un ouvrage intitulé *Le Messager céleste*, dans lequel il relate les premières découvertes dues à sa lunette ("des spectacles grandioses, uniques et remarquables"). Il y détaille les preuves du bien-fondé de la théorie héliocentrique de Copernic (**1543**).

La plupart de ses contemporains adoptaient en effet de manière dogmatique le système de Ptolémée, qui considère la Terre comme le centre de l'Univers, autour de laquelle les astres sont en rotation. Copernic proposait une approche toute différente, en affirmant que le Soleil est le centre de l'Univers, et que les planètes tournent autour de lui. Pour Galilée, si les satellites de Jupiter tournent autour de cette planète, pourquoi en serait-il autrement des planètes autour du Soleil ?

Le "message" de Galilée est "offert à la considération de tous les hommes, et spécialement des philosophes

et des astronomes" : le savant est conscient de la portée de ses affirmations, qui conduiront de fait à sa condamnation par l'Inquisition en **1633**. Pour avoir utilisé un instrument lors de ses observations, de par sa démarche scientifique qui consistait à confronter la théorie aux observations et à l'expérience, Galilée peut être considéré comme le fondateur de la physique moderne.

Notons que s'il savait construire des lunettes, Galilée ne connaissait pas leur fonctionnement :

les lois de Descartes sur la réflexion et la réfraction de la lumière ne seront publiées qu'après sa condamnation.

Extrait de : *Pour la Science, "Les génies de la science" n° 1 (Galilée), p. 46*
et I. Bernard Cohen, *Les origines de la physique moderne, Le Seuil, 1993.*

Sommaire

Avant-propos.....	3
Programme officiel.....	4

Thème : Interaction électromagnétique.

Sous-thème :

Interaction électrique..... 14

Chapitre 1 : Loi de Coulomb

1. Charges et interaction électrique.....	16
2. Énoncé de la loi de Coulomb	19
3. Expression vectorielle de la loi de Coulomb	21

Chapitre 2 : Champ électrique

1. Mise en évidence.....	23
2. Vecteur champ électrique	25
3. Champ électrique créé par une charge ponctuelle	27
4. Champ électrique créé par deux charges ponctuelles.....	28
5. Champ électrique uniforme	33
Exercices.....	37

Sous-thème :

Interaction magnétique

Chapitre 3 : Les différents types d'interactions magnétique

1. Interaction aimant-aimant.....	42
2. Interaction aimant-courant	44
3. Interaction courant-courant.....	45
La lévitation magnétique	

Chapitre 4 : Champ magnétique

1. Notion de champ magnétique.....	47
2. Champ magnétique terrestre.....	50
3. Champ magnétique créé par un courant continu.....	53
L'essentiel du cours.....	62
Pour en savoir plus.....	63
Exercices.....	67

Chapitre 5

Force de Laplace..... 70

1. Mise en évidence.....	71
2. Loi de Laplace.....	71
3. Rôle moteur de la force de Laplace.....	75
L'essentiel du cours.....	77
Exercices.....	79

Thème : MOUVEMENTS

Sous-thème :

solide en translation

Chapitre 6 : Étude cinématique d'un solide en translation.

1. Généralités.....	89
2. Grandeurs cinématiques.....	92
3. Mouvement rectiligne uniforme.....	99
4. Mouvement rectiligne uniformément varié.....	100
5. Mouvement rectiligne sinusoïdal.....	105
L'essentiel du cours.....	113
Exercices.....	115

Chapitre 7 : Étude dynamique d'un solide en mouvement de translation.

1. Référentiel galiléen.....	122
2. Deuxième loi de Newton.....	122
3. Théorème du centre d'inertie	122
4. Applications.....	124
L'essentiel du cours.....	125
Exercices.....	132

Chapitre 8 Solide en mouvement de rotation

1. Mouvement d'un point matériel sur une trajectoire circulaire..... 137
2. Rotation d'un solide autour d'un axe fixe..... 143
L'essentiel du cours..... 149
Exercices..... 152

Chapitre 9 Energie cinétique

1. Rappels..... 157
2. Expression de l'énergie cinétique d'un point matériel..... 158
3. Energie cinétique d'un système de points matériels..... 158
4. Théorème de l'énergie cinétique..... 161
5. Applications du théorème de l'énergie cinétique.....
L'essentiel du cours..... 174
Exercices..... 175

Sous-thème :

Mouvement dans les champs

Chapitre 10 Mouvement dans un champ électrique uniforme

1. Rappels - le vecteur accélération.... 184
1. Travail d'une force électrique..... 185
2. Accélération d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme..... 191
3. Déviation d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.. 196
L'essentiel du cours..... 204
Exercices..... 207

Chapitre 11 Mouvement dans un champ magnétique uniforme

1. Rappel..... 212
2. Effet d'un champ magnétique sur une particule chargée en mouvement..... 213
3. Action d'un champ magnétique sur une particule chargée en mouvement..... 215
Applications..... 217
L'essentiel du cours..... 224
Exercices..... 225

Thème : LES AMPLIFICATEURS OPERATIONNELS

Chapitre 12

- I. Description et brochage d'un amplificateur opérationnel..... 234
- II. Fonction de base d'un amplificateur opérationnel..... 237
- III. Etude de quelques montages 242
L'essentiel du cours..... 261
Exercices..... 262

Thème : OPTIQUE

Chapitre 13 Lentilles minces

1. Classification des lentilles 269
2. Caractéristiques d'une lentille..... 274
3. Image d'un objet lumineux donnée par une lentille convergente 279
L'essentiel du cours..... 296
Exercices..... 299
Pour en savoir plus..... 301