ANNÉE SCOLAIRE : 2021-2022	DEVOIR SURVEILLÉ DU 1er SEMESTRE	CLASSE : TleA4	
LYCÉE DE DZRÉKPO	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES	DURÉE : 2 H	COEF : 1

Exercice 1 (03,5 points)

I/ Choisissez la bonne réponse. **(0,5pt×2)**

1. Soit f une fonction numérique définie par $f(x) = \dfrac{x^2+x+2}{x-1}$ et f' sa fonction dérivée. Alors :

   a) $f'(x) = \dfrac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}$ b) $f'(x) = \dfrac{x^2+2x-3}{(x-1)^2}$ c) $f'(x) = \dfrac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$ d) $f'(x) = \dfrac{(x+3)(x+1)}{(x-1)^2}$

2. Soit f une fonction numérique d'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$.
   Si $\forall\, x \in \mathscr{D}_f$, $-x \in \mathscr{D}_f$ et $f(-x)+f(x)=0$, alors :

   a) f est paire
   b) f n'est ni paire ni impaire
   c) f est constante
   d) f est impaire.

II/ 1. Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ le système $(S_0) : \begin{cases} 2X-Y=-1 \\ X+Y=13 \end{cases}$. **(0,5pt)**

2. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ des systèmes :

$$(S_1) : \begin{cases} 2x^2-y^2=-1 \\ x^2+y^2=13 \end{cases} \quad \text{et} \quad (S_2) : \begin{cases} \dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{y}=-1 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=13 \end{cases} \quad \textbf{(1pt×2)}$$

Exercice 2 (05,5 points)

Une entreprise produit des enveloppes de format A4. Elle a la capacité d'en produire entre **0** et **1000** par jour.
On note x le nombre d'enveloppes produites chaque jour. Les coûts de fabrication journaliers sont donnés en francs CFA par la fonction C définie sur $[0;1000]$ par : $C(x) = 0,1x^2+10x+1500$.
Chaque enveloppe est vendue à $87\,F$.
On note $R(x)$ la recette journalière et $B(x)$ le bénéfice journalier de l'entreprisse.

1. Calculer $R(x)$ en fonction de x. **(0,5pt)**
2. En déduire que pour tout $x \in [0;1000]$, on a : $B(x) = -0,1x^2+77x-1500$. **(0,5pt)**
3. a) Dresser le tableau de signes de la fonction B sur $[0;1000]$. **(1,5pt)**
   b) L'entreprise souhaite faire un bénéfice journalier strictement positif (c'est-à-dire $B(x)>0$).
   Combien d'enveloppes peut-elle alors produire par jour ? **(0,5pt)**
4. a) Dresser le tableau de variations de la fonction B sur $[0;1000]$. **(1,5pt)**
   b) L'entreprise souhaite obtenir un bénéfice journalier maximal.
   Quel est alors le nombre exact d'enveloppes à produire par jour ? Quel sera ce bénéfice maximal ? **(0,5pt×2)**

Problème (11 points)

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O;I,J)$.

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$ et $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique.

1. a) Déterminer l'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$ de f sous forme d'une réunion d'intervalles. **(1pt)**
   b) Calculer les limites de f aux bornes de $\mathscr{D}_f$. **(1pt)**
2. a) Étudier les variations de f. **(1pt)**
   b) Dresser le tableau de variation de f. **(0,5pt)**
3. a) Déterminer les réels a et b tels que : $\forall\, x \in \mathscr{D}_f$, $f(x) = x+a+\dfrac{b}{x-1}$. **(1pt)**
   b) Démontrer que la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $y=x+1$ est asymptote à $(\mathscr{C})$. Préciser l'autre asymptote. **(1,5pt)**
   c) Étudier la position relative de $(\mathscr{D})$ et de $(\mathscr{C})$. **(1pt)**
4. a) Déterminer les cordonnées du point K, intersection des deux asymptotes de $(\mathscr{C}_f)$. **(1pt)**
   b) Démontrer que le point K est un centre de symétrie de $(\mathscr{C})$. **(1pt)**
5. Construire $(\mathscr{C})$ et ses asymptotes. **(2pts)**