Remarque : En mathématiques, et ce contrairement à la numérotation que l'on fait dans la vie quotidienne, on peut commencer la numérotation par zéro et dans ce cas le terme correspondant est le 1[er] terme.

Suite numérique : On appelle ainsi toute numérotation des éléments d'un ensemble de nombres réels. Autrement dit : toute application de $\mathbb{N}$ ou d'une partie de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{R}$.
D'un point de vue mathématique, l'avantage des suites numériques c'est qu'elles se prêtent au calcul c'est-à-dire qu'on peut y définir des additions, des multiplications, etc…

1. Définition générale

Une suite d'un ensemble $\mathbf{E}$ est toute numérotation des éléments de $\mathbf{E}$ par des entiers naturels.

3. Suite numérique

La suite est dite **numérique** si $\mathbf{E}$ est un ensemble de nombres réels.

2. Exemples

- Quand on numérote les élèves d'une classe, on obtient une suite d'élèves ;
- Quand on numérote les salles de classe dans une école, on obtient une suite de salles ;
- On a également la suite des wilayas de la Mauritanie : Hodh Charghi (1), Hodh Gharbi (2), Assaba(3), …, Trarza (6), …
  Si $\mathbf{w_p}$ désigne la wilaya n°p alors on dit que :
  $\mathbf{w_1}$= Hodh Charghi est le 1[er] terme de la suite,
  $\mathbf{w_2}$= Hodh Gharbi est le 2[ème] terme de la suite,
  Etc …

4. Deux types de suites

SUITES

	A. Suites arithmétiques (S.A)
Définition	(u_n) S.A de raison r : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + r$
Illustration	$u_0 \underset{+r}{\rightarrow} u_1 \underset{+r}{\rightarrow} u_2 \underset{+r}{\rightarrow} u_3 \underset{+r}{\rightarrow} \dots \underset{+r}{\rightarrow} u_n \underset{+r}{\rightarrow} \dots$
Terme général	• $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = u_0 + n.r$ • $\forall n \in \mathbb{N},\ \forall p \in \mathbb{N},$ $u_n = u_p + (n-p).r$
Forme	Si $u_n = an + b$ alors (u_n) S.A $\begin{cases} r = a \\ u_0 = b \end{cases}$
Somme des n 1[ers] termes : $S_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} u_k$	$S_n = \frac{n}{2}(u_0 + u_{n-1})$ $= \frac{\text{nbredetermes}}{2}(1^{er}\text{terme} + \text{dernier})$
Convergence	$\lim_{n\to+\infty} u_n = \begin{cases} +\infty & \text{si } r > 0 \\ -\infty & \text{si } r < 0 \end{cases}$
Monotonie	(u_n) est $\begin{cases} \nearrow & \text{si } r > 0 \\ \searrow & \text{si } r < 0 \end{cases}$

	B. Suites géométriques (S.G)
Définition	(u_n) S.G de raison q si : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = q.u_n$
Illustration	$u_0 \underset{\times q}{\rightarrow} u_1 \underset{\times q}{\rightarrow} u_2 \underset{\times q}{\rightarrow} u_3 \underset{\times q}{\rightarrow} \dots \underset{\times q}{\rightarrow} u_n \underset{\times q}{\rightarrow} \dots$
Terme général	• $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = q^n.u_0$ • $\forall n \in \mathbb{N},\ \forall p \in \mathbb{N},\ u_n = q^{n-p}.u_p$
Forme	Si $u_n = b.a^n$ alors (u_n) S.G $\begin{cases} q = a \\ u_0 = b \end{cases}$
Somme des n 1[ers] termes : $S_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} u_k$	• Si $q = 1$ alors $S_n = nu_0$ • Si $q \neq 1$ alors $S_n = u_0.\frac{1-q^n}{1-q}$ $S_n = 1^{er}\text{terme}.\frac{1 - \text{raison}^{\text{nbredetermes}}}{1 - \text{raison}}$
Convergence	$\lim_{n\to+\infty} u_n = \begin{cases} 0 & \text{si } -1 < q < 1 \\ \text{n'existe pas} & \text{si } q \leq -1 \\ \infty & \text{si } q > 1 \end{cases}$
Monotonie	(u_n) est $\begin{cases} \text{non monotone} & \text{si } q < 0 \\ \text{monotone} & \text{si } q > 0 \end{cases}$

5. CONVERGENCE

	A propos des suites $u_n = f(n)$	A propos des suites $u_{n+1} = f(u_n)$
Condition de définition	f est une fonction définie, continue et dérivable sur $[0, +\infty[$.	f est une fonction définie, continue et dérivable sur un intervalle I tel que : $\forall x \in I, f(x) \in I$.
Monotonie	$f \nearrow \Longrightarrow\ (u_n) \nearrow$ <u>et</u> $f \searrow \Longrightarrow\ (u_n) \searrow$	$f \searrow \Longrightarrow (u_n)$ non monotone <u>et</u> $f \nearrow \Longrightarrow \begin{cases} (u_n) \nearrow \text{ si } u_1 - u_0 > 0 \\ (u_n) \searrow \text{ si } u_1 - u_0 < 0 \end{cases}$
Convergence	Si $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \ell$ (finiounon)alors $\lim_{n\to+\infty} u_n = \ell$ <u>Exemple :</u> Si $u_n = \frac{2n+3}{n+2}$ alors $u_n = f(n)$ avec $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$. Comme on a : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$alors $\lim_{n\to+\infty} u_n = 2$	Si (u_n) converge vers un réel ℓ alors $\ell = f(\ell)$ (ℓ point fixe de f) <u>Exemple :</u> Si $u_{n+1} = \frac{u_n+2}{4-u_n}$ alors $u_{n+1} = f(u_n)$ avec $f(x) = \frac{x+2}{4-x}$. Si (u_n) converge vers un réel ℓ alors ℓ vérifie $\ell = f(\ell)$ c'est-à-dire $\ell = \frac{\ell+2}{4-\ell}$. On retrouve $\ell = 1$ou $\ell = 2$.Ceci ne constitue pas une preuve de convergence.