Exercice 1: Soit un rectangle ABCD de centre O tel que: $OB = 5cm$ et $\widehat{BOC} = 40°$

Calculer son périmètre et son aire.

Exercice 2: Soit un losange ABCD de côté 5 cm tel que : $\widehat{BAD} = 70°$.

a) Calculer les longueurs AC et BD

b) Calculer son aire.

Exercice 3: Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les points $P(567 ; 567)$ et $M(-435 ; -435)$.

Montrer que la droite (MP) est la médiatrice du segment [IJ].

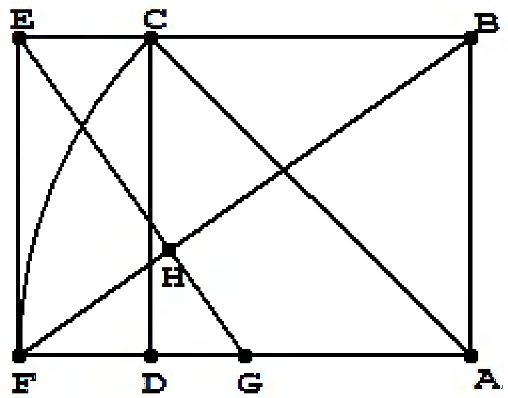
Exercice 4: Dans un repère orthonormé $(0, I, J)$, on donne les points suivants:

$E(2 ; 2.5)$; $F(3; 0)$; $G(0,5 ; -1)$; $H(-3 ; 0,5)$.

1° Calculer les longueurs des côtés et des diagonales du quadrilatère EFGH.

2° Quelle est la nature du quadrilatère EFGH?

Exercice 5: A partir du carré ABCD de côté a on construit le rectangle ABEF tel que $AF = AC$. Le point G est le milieu du segment [AF]. Les droites (BF) et (GE) sont sécantes au point H.



1° Montrer que $AF = a\sqrt{2}$.

2° Montrer l'égalité $\widehat{FEG} = \widehat{FBE}$

3° L'angle $\widehat{BHE}$ est-il droit ?

4° Montrer que $GH = a\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Exercice 6: On note α la mesure d'un angle aigu.

Montrer les égalités suivantes:

- $(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 = 1 + 2\cos\alpha\sin\alpha$
- $(\cos\alpha - \sin\alpha)^2 = 1 - 2\cos\alpha\sin\alpha$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $1 + \dfrac{1}{\tan^2\alpha} = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

Exercice 7: 1° Tracer un trapèze rectangle ABCD tel que:

- les droites (AB) et (CD) sont parallèles;
- les droites (AB) et (AD) sont perpendiculaires
- AB = 8 cm, AD = 5 cm et DC = 12 cm.

On note I et J les points d'intersection respectifs des droites (AD) et (BC), d'une part, et des droites (AC) et (BD), d'autre part.

2° Démontrer les égalités $\dfrac{IJ}{ID} = \dfrac{JA}{JC} = \dfrac{2}{3}$

3° Calculer les longueurs exactes des segents [IA] et [ID].

4 Calculer les mesures des angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{IBA}$.

Le triangle IBD est-il rectangle en B?

Exercice 8 : 1° Construire un triangle ABC tel que $AC = 4,5$ cm ; $AB = 7,5$ cm et $BC = 6$ cm.

Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

2° La perpendiculaire à la droite (AB) passant par B coupe la droite (AC) en D.

a) En exprimant de deux façons $\tan\widehat{BAC}$, montrer que $BD = 10$ cm.

b) En déduire que $AD = 12,5$ cm.

3°a) Placer le point N du segment [AB] tel que $AN = 2,7$ cm. Prouver que (BD) // (NC).

b) En déduire la longueur NC en centimètres.

4° a) La parallèle à la droite (AB) passant par C coupe la droite (BD) en M. Prouver que $MD = 6,4$ cm.

b) Quelle est la nature du quadrilatère NBMC ? En déduire la longueur MN en centimètres.

5° On réalise une maquette correspondant à la figure de cet exercice où l'aire du quadrilatère NBMC vaut alors $17,28 dm^2$.

a) Calculer l'échelle de l'agrandissement correspondant à cette réalisation.

b) En déduire la longueur m du segment de la maquette correspondant au segment [MN] de la figure.

Exercice 9 : Cercle, Pythagore, Thalès et trigonométrie d'après Brevet des Collèges

L'unité de longueur est le centimètre.

Première partie

1° Tracer un segment [AB] tel que $AB = 12$.

Placer le point H du segment [AB] tel que $AH = 1$.

Tracer ensuite un demi-cercle de diamètre [AB] et la perpendiculaire (d) en H à la droite (AB).

On note C le point d'intersection de (d) avec le demi-cercle.

2° Quelle est la nature du triangle ABC ?

3° a) Exprimer de deux façons le cosinus de l'angle $\widehat{BAC}$; En déduire que $AC = 2\sqrt{3}$.

b) Donner la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAC}$.

Seconde partie

1° a) Placer le point D de la droite (BC) tel que B, C et D soient dans cet ordre et que $CD = 6$.

b) Calculer la valeur exacte de la longueur AD sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux entiers positifs.

c) Calculer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{ADC}$.

2° a) Placer le point E du segment [AD] tel que $AE = 2$ et le point F du segment [AC] tel que $\widehat{AEF} = 30°$.

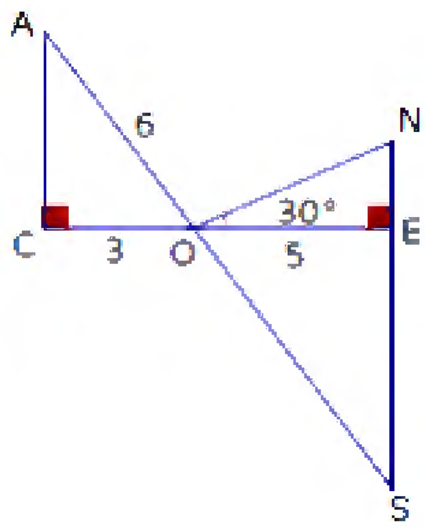
b) Démontrer que les droites (EF) et (DC) sont parallèles.

c) Calculer la longueur AF.

3° La droite (EF) coupe la droite (CH) au point K. Le point K appartient-il a la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$

Exercice 10 : La figure donnée dans cet exercice n'est pas en vraie grandeur, il n'est pas demandé de la reproduire.

L'unité de longueur est le centimètre et on donne :



- $EO = 5$, $OC = 3$ et $OA = 6$;
- E, O et C sont alignés et (AO) coupe (NE) en S ;
- les triangles ENO et OAC sont respectivement rectangles en E et en C.

a. Démontrer par le calcul que $AC = 3\sqrt{3}$.

b. Montrer que les droites (NS) et (AC) sont parallèles.

Calculer alors les valeurs exactes de OS et ES.

c. Calculer la valeur exacte de ON en utilisant $\widehat{NOE} = 30°$ et $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

d. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{COA}$ puis démontrer que le triangle SON est rectangle.

Exercice 11: Construire un triangle isocèle OAB de sommet principal O tel que OA = 5 cm et AB = 8cm.

On appelle M le milieu du segment [AB].

a. Démontrer que le triangle OAM est rectangle.

Calculer OM.

b. Soit I le symétrique de O par rapport à M. Démontrer que le quadrilatère OAIB est un losange.

c. Dans la symétrie de centre O, le point A a pour symétrique le point C et le point B a pour symétrique le point D.

Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

d. Soit H le milieu du segment [AD]. Démontrer que les droites (HO) et (AB) sont parallèles.

e. Calculer l'arrondi au dixième de l'angle $\widehat{OBA}$

f. Démontrer que le point A est sur le cercle circonscrit au triangle HOM.

Exercice 12 : Deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}$ ' sont sécants en A et B.

On appelle I le centre de $\mathcal{C}$ et J le centre de $\mathcal{C}'$.

Une droite passant par A coupe $\mathcal{C}$ en M et $\mathcal{C}'$ en R.

On appelle N le point diamétralement opposé à M sur $\mathcal{C}$ et S le point diamétralement opposé à R sur $\mathcal{C}'$.

Démontrer que les points A, S, N sont alignés.

Exercice 13: Soient le cercle $\mathcal{C}$ de centre F et de diamètre AE = 6cm et le cercle $\mathcal{C}'$ de centre E et de rayon [AE]

1° a) Placer sur le cercle $\mathcal{C}$ un point N tel que l'angle $\widehat{EAN}$ mesure 30°.

b) Quelle est la nature du triangle ANE ?

2° a) Calculer la longueur NE.

b) Calculer la longueur AN. On donnera une valeur approchée à 0,1 près.

3° La droite (AN) recoupe le cercle $\mathcal{C}'$ en M.

a) Démontrer que les droites (FN) et (EM) sont parallèles.

b) En déduire que N est le milieu de [AM].

4° a) Construire la droite d tangente en N au cercle $\mathcal{C}$

b) Démontrer que les droites d ét (EM) sont perpendiculaires.

5° a) Construire la droite d' perpendiculaire à (EM) passant par M.

b) Que peut-on dire de la droite d par rapport au cercle $\mathcal{C}$?

c) Démontrer que les droites d et d' sont parallèles.

6° Les droites d et (ME) se coupent en un point H.

a) Démontrer que l'angle $\widehat{NMH}$ mesure 30°

b) En utilisant le triangle NMH, calculer la valeur exacte de MH.

Exercice14 : L'unité de longueur est le centimètre

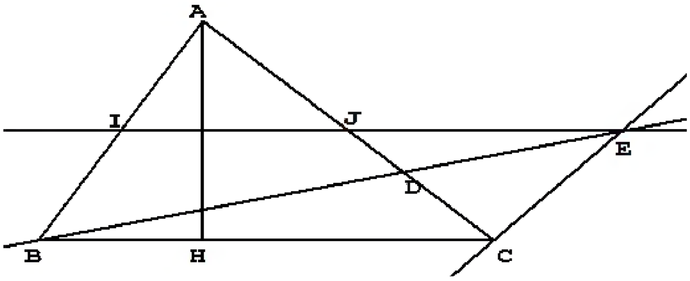
Donnés :

Le triangle ABC est tel que AB = 6, AC = 8 et BC = 10;

I est le milieu du segment [AB] et J le milieu du segment [AC];

H est le pied de la hauteur issue de A.

Il n'est pas demandé de reproduire la figure.



1° a) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
b) Exprimer de deux façons l'aire du triangle ABC, et en déduire AH.
2° Démontrer que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles, et que IJ = 5
3° Soit D le point du segment [CJ] tel que CD = 2,5 et E le point d'intersection des droites (IJ) et (BD).
a) Calculer DJ, puis EJ.
b) Les droites (CE) et (Al) sont-elles parallèles?
4° a) Calculer l'aire du triangle BCD .
b) En déduire l'aire du triangle EJD.

<u>Exercice15 :</u> $\mathcal{C}$ est un cercle de centre O ; A et B sont deux points non diamétralement opposés de ce cercle. Le cercle $\mathcal{C}$ ' de diamètre [AO] coupe (AB) en I et (OB) en J. Les droites (OI) et (AJ) se coupent en K.
a. Faire une figure.
b. Démontrer que les droites (BK) et (AO) sont perpendiculaires.
c. Démontrer que KA = KB.

<u>Exercice16 :</u> 1° a) Construire un triangle ABC tel que : AB = 45 mm, AC = 24 mm et BC = 51 mm. Construire le point D symétrique de B par rapport au milieu du segment [AC]; construire le point E, image de C par la translation qui transforme D en C.
b) Démontrer que le quadrilatère ABEC est un rectangle.
c) Démontrer que le triangle DAE est isocèle.
2° Les droites (DA) et (EB) se coupent en F
Calculer les longueurs des côtés du triangle DEF et les arrondis à l'unité de ses angles.

<u>Exercice17 :</u> Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O, de rayon 4 cm et un diamètre [IJ] de ce cercle. On appelle B le symétrique de O par rapport à J et A un point de $\mathcal{C}$ tel que JA = JO.
1° Démontrer que la droite (AB) est tangente au cercle $\mathcal{C}$.
2° Calculer la valeur exacte de AB.
3° Calculer les mesures des angles du triangle OAB.
4° Construire l'image du triangle OAB par la translation qui transforme J en O. On appelle C limage de A.
a) Démontrer que C est un point du cercle $\mathcal{C}$.
b) La perpendiculaire à (IJ) passant par C coupe (IJ) en H; calculer la valeur exacte de CH.

<u>Exercice18 :</u> 1° a) Sur un cercle $\mathcal{C}$ de centre O, de rayon 3 cm, placer deux points B et C diamétralement opposés et un point A tel que BA = 4,8 cm.
Construire les points D et E, images respectives des points B et C par la translation qui transforme A en B.
b) Démontrer que le quadrilatère ABEC est un rectangle, en déduire que E est un point de $\mathcal{C}$.
c) Démontrer que le triangle AED est isocèle.
2°) Les droites (DE) et (AC) se coupent en F.
Démontrer que C est le milieu du segment [AF] et E celui de [DF].

<u>Exercice19 :</u> 1°) a) Tracer un triangle ABC et placer le point D symétrique de B par rapport à C.
b) Construire l'image du triangle ABC par la translation qui transforme B en D.
On appelle F l'image de A et E celle de C.
2° Les droites (BA) et (EF) se coupent en G.
Démontrer que : $\frac{AC}{GE} = \frac{DF}{BG}$
3° On appelle I le milieu du segment [AF].
a) Démontrer que le triangle ICD est l'image du triangle ABC par une translation.
b) La droite (IG) coupe le segment [BE] en N. Démontrer que N est le milieu du segment [BE] et que I est le point de concours des médianes du triangle BGE.

<u>Exercice 20 :</u> Sur une feuille non quadrillée, placer deux points A et B tel que AB = 6cm. Placer un point M en dehors de la droite (AB).
1° Avec la règle et la compas, construire :
- le point M_1 , image de M par la translation qui transforme A en B ;
- le point M_2, image M par la symétrie de centre O milieu du segment [AB] ;
- le point M_3, image M par la symétrie orthogonale d'axe (AB)
2° Noter les hypothèses qui correspondent à cette figure.
3° Démontrer que B est le milieu du segment$[M_1M_2]$
3° Démontrer que les droites (AB) et (M_1M_2) sont parallèles.

<u>Exercice 21 :</u> Construire un triangle EFG, rectangle en F et tel que : EF = FG = 4 cm.
Placer le point H, image de E par la translation qui transforme G en F
Placer le point J, image de G par la translation qui transforme E en F
On appelle L le point d'intersection des droites (HE) et (GJ).
Démontrer que le triangle HLJ est rectangle et isocèle.

Exercice 22 : Touche cos interdite

Sur un segment [MI] de 10,5 cm, placer le point E tel que ME = 2,5 cm. Construire un point A tel que: EA = 6 cm et MA = 6,5 cm.

1° Démontrer que le triangle AME est rectangle.

2° F est le point du segment [EI] tel que AF = 7,5cm.

Calculer EF

3° La perpendiculaire en F à (EI) coupe (AI) en G. Calculer GI et GF

4° La perpendiculaire à (AI) passant par F coupe (AI) en H, calculer $\cos(\widehat{EIA})$, et les distances HI et HF.

Exercice 23 : Un triangle ABC est isocèle en A; $\widehat{BAC} = 50°$,

BC = 5 cm. Calculer à 0,1 cm près les mesures :

- des côtés [AB] et [AC] ;

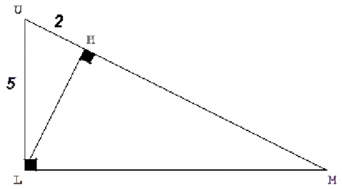
- des hauteurs du triangle;

- du rayon du cercle circonscrit;

- du rayon du cercle inscrit.

Exercice 24 :Dans un triangle ULM rectangle en L, on appelle H le pied de la hauteur issue de L.

UL = 5 cm, UH = 2cm.



Sans calculatrice

a. Calculer $\cos(\widehat{LUH})$.

b. En déduire la valeur exacte de UM.

Exercice 25 : [BC] est un diamètre d'un cercle $\mathcal{C}$ de centre O de rayon 5 cm et A un point de ce cercle tel que BA = 6cm. La perpendiculaire à (BC) passant par A coupe (BC) en H.

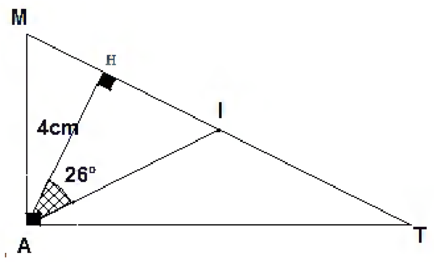
Sans calculatrice

1° Calculer cos ABC.

2° En déduire les distances HB et HC.

Exercice 26 : (En partant de la hauteur et de la médiane)

Dans le triangle MAT rectangle en A, I est le milieu de [MT], H est le pied de la hauteur issue de A ; on a: AH = 4 cm, $\widehat{HAI} = 26°$.



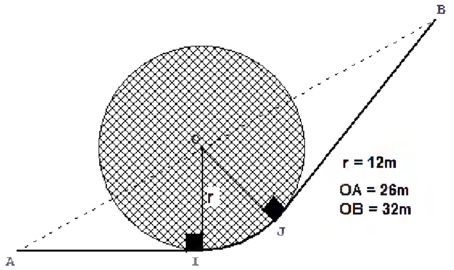
Calculer:

1) les angles des triangles MAT; HAT et MAH;

2) les distances AI, MT, AT et MA.

(On donnera l'expression exacte de ces distances en fonction de AH, puis les arrondis au centième calculés avec la calculatrice.)

Exercice 27 : Dans le jardin Pour se rendre de A à B, un promeneur contourne le bassin en suivant le trajet AIJB. Calculer à 0,1 m près la longueur de ce trajet.



Exercice 28 : Problème de synthèse (1)

a. Sur un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [BC] de rayon 3 cm, placer un point M tel que CM = 4,8 cm.

Calculer BM

b. Placer le point E tel que CE = 7,2 cm, ME=24 cm.

Démontrer que les points E, M et C sont alignés.

c. Placer le point A, symétrique de B par rapport à E. Les droites (AC) et (BM) se coupent en F

Démontrer que F est le milieu du segment [AC].

d. Démontrer que (AM) passe par le centre du cercle $\mathcal{C}$.

e. Calculer EF et MF ; calculer FC.

f. Calculer les arrondis à l'unité des angles du triangle ABC.

Exercice 29 : Problème de synthèse (2)

Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre O de rayon 3 cm.

Placer un point P tel que OP = 5 cm et un point N sur $\mathcal{C}$ tel que PN = 4 cm.

a. Démontrer que la droite (PN) est tangente au cercle $\mathcal{C}$.

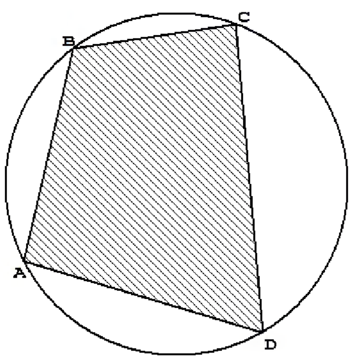
b. Le segment [PO] coupe le cercle $\mathcal{C}$ en A. On appelle B le point diamétralement opposé à A. Les parallèles à (ON) passant par A et B coupent (PN) respectivement en M et R.

Calculer PM, MN, PR, MA et BR. Vérifier que : AM + BR = 2ON.

c. Calculer l'arrondi à l'unité de l'angle $\widehat{RPB}$.

Exercice 30 : Quadrilatère inscrit dans un cercle

On dit qu'un quadrilatère est inscrit dans un cercle C lorsque ses quatre sommets sont sur C. Démontrer qu'un quadrilatère inscrit dans un cercle ne peut pas avoir un angle droit unique.



REMARQUE : Un quadrilatère n'est pas toujours inscriptible dans un cercle