

République Islamique de Mauritanie Ministère de l'Education Nationale et de la Réforme du Système Educatif Direction des Examens et des Concours	BACCALAUREAT 2022 Session Complémentaire Epreuve de MATHÉMATIQUES	Série : Sciences Naturelles (Classes Expérimentales) Coefficients : 6 Durée : 4h
---	---	---

Exercice 1 (3 points)

Durant la période des examens, une association de parents d'élèves met à la disposition de ses adhérents, deux lignes téléphoniques. On considère les évènements suivants :

L_1 : « la première ligne est occupée » ; L_2 : « la deuxième ligne est occupée » .

Des statistiques ont montré que $p(L_1) = 0,4$, $p(L_2) = 0,2$ et $p_{L_2}(L_1) = 0,8$.

Pour chacune des questions de cet exercice, une seule des trois réponses proposées est correcte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La probabilité $p(\overline{L_1})$ est	0,2	0,6	0,8	0.5 pt
2	La probabilité $p(L_1 \cap L_2)$ est	0,12	0,16	0,24	0.5 pt
3	La probabilité $p_{L_1}(L_2)$ est	0,4	0,6	0,8	0.5 pt

Lorsque les lignes sont occupées, on a la possibilité de laisser un message vocal. On suppose que la durée T de ces messages, exprimée en secondes, est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $]0;60]$

4	La probabilité $p(T \geq 25)$ est	$\frac{7}{12}$	$\frac{15}{12}$	$\frac{25}{12}$	0.5 pt
5	La probabilité $p(T < 10)$ est	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	0.5 pt
6	La probabilité $p_{T \geq 10}(T \leq 25)$ est	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{10}$	0.5 pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse.

Aucune justification n'est demandée.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

On considère le polynôme P défini pour tout nombre complexe z par :

$$P(z) = z^3 - (5 + 4i)z^2 + (1 + 16i)z + 3 - 12i.$$

1.a) Vérifier que $(4 - 2i)^2 = 12 - 16i$

0,5pt

b) Calculer $P(1)$ et déterminer les nombres complexes a et b tels que $\forall z \in \mathbb{C}$,

$$P(z) = (z - 1)(z^2 + az + b)$$

0,5pt

c) Résoudre, dans \mathbb{C} , l'équation $P(z) = 0$.

0,75pt

2° Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

a) Placer les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1$, $z_B = 3i$ et $z_C = 4 + i$

0,75pt

b) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.

0,5pt

3° Pour tout nombre complexe $z \neq 4 + i$, on pose $f(z) = \frac{z - 3i}{z - 4 - i}$.

a) Calculer $f(1)$, puis en déduire la nature du triangle ABC.

0,5pt

b) Déterminer et construire l'ensemble Γ_1 de points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$

0,5pt

c) Déterminer et construire l'ensemble Γ_2 de points M du plan d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur.

0,5pt

d) Montrer que le point A appartient aux ensembles Γ_1 et Γ_2 .

0,5pt

Exercice 3 (6 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x-1)e^x + x$. On note Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1° Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = xe^x + 1$.

a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 1$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$.

1 pt

b) Calculer $h'(x)$ puis dresser le tableau de variation de h .

1 pt

c) Montrer que $h(x)$ est positive pour tout réel x .

0,5pt

2.a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et vérifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement.

0,75pt

b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à Γ .

0,75pt

c) Etudier la position relative entre (Δ) et Γ

0,5pt

3.a) Montrer que $f'(x) = h(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

0,5pt

b) Dresser le tableau de variation de f .

0,5pt

c) Construire (Δ) et Γ dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

0,5pt

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x+1+\ln x}{x}$, et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1.a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ puis interpréter graphiquement le résultat.

1 pt

b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ et déduire que la courbe (C) admet une asymptote (D) à préciser.

1 pt

2.a) Montrer que $f'(x) = -\frac{\ln x}{x^2}$.

0,5 pt

b) Dresser le tableau de variation de f .

0,5pt

c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet, dans $]0; +\infty[$, une unique solution x_0 et que $0,27 < x_0 < 0,28$.

0,5pt

3° Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I =]0; 1]$.

a) Montrer que g est une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera.

0,25pt

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1} .

0,5pt

4.a) Construire (D) , (C) et (C') , où (C') est la courbe représentative de g^{-1} .

0,5pt

b) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m , le nombre de solutions de l'équation $E_m : (m-1)x = 1 + \ln x$.

0,25pt

5.a) Montrer que $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}$.

0,5pt

b) En déduire l'aire A du domaine plan délimité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$.

0,5pt

Fin.