BACCALAUREAT 2022
Session Normale
Epreuve de MATHEMATIQUES

Série : Sciences Naturelles
(Classes Expérimentales)
Coefficient : 6 Durée : 4h

Exercice 1 : (3 points)

Le tableau ci-contre, représente la répartition de 1000 élèves bacheliers selon le genre et la spécialité. On choisit un élève au hasard et on considère les événements suivants : G « l'élève choisi est un garçon » et S « l'élève choisi est scientifique »

	Scientifiques	Littéraires	Total
Garçons	340	240	580
Filles	260	160	420
Total	600	400	1000

Pour chacune des questions suivantes, une et une seule des réponses proposées est correcte.

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La probabilité $P(G)$ est	0,24	0,34	0,58	0,5pt
2	La probabilité $P(\overline{S})$ est	0,3	0,4	0,6	0,5pt
3	La probabilité $P_G(S)$ est	$\frac{17}{29}$	$\frac{21}{29}$	$\frac{23}{29}$	0,5pt
4	La probabilité $P(G \cup S)$ est	0,82	0,84	0,85	0,5pt

Les statistiques précédentes sont tirées d'un fichier enregistré sur un ordinateur.
Soit T la variable aléatoire égale à la durée d'attente pour télécharger ce fichier, exprimée en seconde.
On suppose que T suit une loi exponentielle de paramètre $0,1$.

5	La probabilité $P(T \leq 30)$ est	e^{-3}	$1-10e^{-0,3}$	$1-e^{-3}$	0,5pt
6	La probabilité $P_{T>10}(T \geq 30)$ est	e^{-2}	$1-10e^{-0,2}$	$1-e^{-2}$	0,5pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en *choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est* demandée

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 : (4 points)

On considère le polynôme P défini pour tout nombre complexe z par :
$P(z) = z^3 - (2+2i)z^2 - (2-8i)z + 8 + 4i$.

1° a) Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe $(4-2i)^2$ — 0,25pt

b) Calculer $P(2i)$ et déterminer les complexes a et b tels que $\forall z \in \mathbb{C},\ P(z) = (z-2i)(z^2+az+b)$ — 0,5pt

c) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$. — 0,5pt

2° Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

a) Placer les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -1+i$, $z_B = 2i$ et $z_C = 3-i$ — 0,75pt

b) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. — 0,25pt

c) Ecrire sous forme exponentielle les affixes des nombres z_A et z_B. — 0,5pt

d) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre $\frac{z_C - 2i}{z_A - 2i}$, et en déduire la nature de ABC — 0,5pt

3° a) Déterminer et construire l'ensemble E des points M, d'affixe z, tel que $|z-3+i| = |z+1-i|$ — 0,5pt

b) Déterminer l'ensemble F des points M, d'affixe z, tel que $\arg(z-3+i) - \arg(z+1-i) = \frac{\pi}{2}[\pi]$ — 0,25pt

<u>Exercice 3</u> : (3 points)

On administre à un patient un médicament par injection intraveineuse à l'aide d'une machine. La machine injecte 10 millilitres (ml) à l'instant 0 et à chaque minute elle injecte 1 ml. On estime que 20% du médicament présent dans le sang est éliminé par minute. Pour tout entier naturel n, on note u_n la quantité de médicament, en ml, présente dans le sang du patient au bout de n minutes.

1° Quelle serait la quantité de médicament présente dans le sang du patient au bout de 2 mn ? 1pt

2° Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 1$. 0,5pt

3° Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 5$.

a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et la caractériser. 0,5pt

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n. 0,5pt

c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. Quelle interprétation peut-on en donner ? 0,5pt

<u>Exercice 4</u> : (4 points)

I. 1° Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (E) $y'' + 2y' + y = 0$. 0,25pt

2° Déterminer la solution h de l'équation (E) qui vérifie $h(0) = -1$ et $h(-1) = 0$. 0,25pt

II. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -(x+1)e^{-x} - 1$. On note Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et vérifier que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$. Interpréter graphiquement. 0,75pt

b) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = -1$ est une asymptote horizontale à Γ et étudier leur position relative. 0, 5pt

2° a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = xe^{-x}$ puis en déduire son signe sur $\mathbb{R}$. 0,5pt

b) Dresser le tableau de variations de f. 0,5pt

3° a) Montrer que la courbe Γ coupe (Ox) en un unique point d'abscisse α avec $-1{,}3 < \alpha < -1{,}2$ 0,5pt

b) Montrer que la courbe Γ admet un point d'inflexion A et préciser ses coordonnées. 0,25pt

c) Construire (Δ), Γ dans le repère précédent. 0,5pt

<u>Exercice 5</u> : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^2(2\ln x - 1) + 1$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1°a) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = 1$ puis interpréter le résultat. 0,75pt

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement ce résultat. 1,25pt

2° a) Montrer que $f'(x) = 4x\ln x$. 1pt

b) Dresser le tableau de variation de f. 0,5pt

3° Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I = [1,+\infty[$.

a) Montrer que g est une bijection de I sur un intervalle J à déterminer. 0,5pt

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1}. 0,5pt

4° Construire (C) et (C') dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, ((C') étant la courbe de g^{-1}). 0,5pt

5° a) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'intégrale $K = \int_1^e x^2 \ln x\,dx$. 0,5pt

b) En déduire l'aire A du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$. 0,5pt

Fin.