MOUAD

امتحان شامل في مادة الرياضيات

- دورة فبراير 2024

الشعبة: العلوم التجريبية بمسلكيها - خيار فرنسية	المستوى: السنة الثانية باكالوريا

المعامل: 7	مدة الإنجاز: 3 ساعات	التاريخ: 11- 02- 2024

Pr.Abdelwahed

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

Prof Abdel 1

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de 3 exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	***Fonction logarithme népérien :*** ✓ ***Les propriétés algébriques.*** ✓ ***Les équations et les inéquations.*** ✓ ***Calcul des limites.***	***4 points***
Exercice 2	***La fonction primitive.***	***2 points***
Exercice 3	***Les suites numériques.***	***6 points***
Problème	***Etude d'une fonction numérique.*** ***Fonction réciproque.***	***8 points***

Pr.Abdelwahed

المستوى :السنة الثانية باكالوريا - الشعبة :العلوم التجريبية بمسلكيها - خيار فرنسية

Sujet

4 points	**Exercice 1 : les quatre questions sont indépendantes**
	1. On considère les deux expressions suivantes :
	✓ $A=\ln\left(2+\sqrt{3}\right)^5+\ln\left(2-\sqrt{3}\right)^5$
	✓ $B=\ln\left(\frac{1}{2}\right)+\ln\left(\frac{2}{3}\right)+\ln\left(\frac{3}{4}\right)+\ln\left(\frac{4}{5}\right)+.....+\ln\left(\frac{98}{99}\right)+\ln\left(\frac{99}{100}\right)$
1	Montrer que $A=0$ et $B=-2\ln(10)$
0.75	**2.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\ln(x-3)+\ln x=2\ln 2$
0.75	**3.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x+1)\geq\ln(2x-4)$
1.5	**4.** Calculer les limites suivantes :
	$\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-1+\ln x}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to2}\frac{\ln\left(1+x^2-2x\right)}{x-2}$; $\lim\limits_{x\to0^+}\left(x^2+x\right)\ln x$
2 points	**Exercice 2 :**
	On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{2x^3+x^2+3x+1}{x^2+1}$
0.75	**1.** Vérifier que : $(\forall x\in\mathbb{R});\ f(x)=2x+1+\frac{x}{x^2+1}$
1.25	**2.** Déterminer la fonction F ,primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie : $F(0)=4$
6 points	**Exercice 3 :**
	On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=2$ et $(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}=\frac{3u_n+1}{u_n+3}$
0.5	**1.** Montrer par récurrence que : $(\forall n\in\mathbb{N});u_n\geq1$
0.25	**2.** **a-** Vérifier que : $(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}-u_n=\frac{(1-u_n)(1+u_n)}{3+u_n}$
0.5	**b-** Montrer que (u_n) est une suite décroissante.
0.25	**c-** Déduire que (u_n) est une suite convergente.
	3. On pose : $(\forall n\in\mathbb{N});v_n=\frac{u_n-1}{u_n+1}$
0.75	**a-** Monter que (v_n) est une suite géométrique de raison $q=\frac{1}{2}$ et de premier terme $v_0=\frac{1}{3}$
0.75	**b-** Ecrire v_n en fonction de n puis en déduire que : $(\forall n\in\mathbb{N});u_n=\frac{3+\left(\frac{1}{2}\right)^n}{3-\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

0.5	**4. a-** Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N}); u_{n+1}-1\leq\frac{1}{2}(u_n-1)$
0.75	**b-** Déduire que : $(\forall n\in\mathbb{N}); 0\leq u_n-1\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$
0.25	**c-** Calculer la limite de la suite (u_n)
	5. On pose : $(\forall n\in\mathbb{N});\quad S_n=v_0+v_1+v_2+\dots\dots+v_{n-1}$
0.75	Montrer que : $S_n=\frac{2}{3}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$
	6. On considère la suite (w_n) définie par : $(\forall n\in\mathbb{N}); w_n=\sqrt{u_n}$
0.75	Calculer la limite de la suite (w_n)
<u>8 points</u>	**<u>Problème :</u>**
	On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=(2-\ln x)\ln x$
	Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$
0.5	**1.** Vérifier que : $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat.
0.25	**2. a-** Vérifier que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$
0.5	**b-** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$
0.5	**c-** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat.
0.5	**3. a-** Montrer que : $(\forall x\in]0;+\infty[);\ f'(x)=\frac{2(1-\ln x)}{x}$
0.5	**b-** Montrer que f est strictement croissante sur $]0;e]$ et que f est strictement décroissante sur $[e;+\infty[$
0.25	**c-** Dresser le tableau de variation de f
0.5	**4. a-** Montrer que : $(\forall x\in]0;+\infty[);\ f''(x)=\frac{2}{x^2}(\ln x-2)$
0.5	**b-** Montrer que le point $I(e^2;0)$ est un point d'inflexion de (C_f)
0.5	**5.** Résoudre dans l'intervalle $]0;+\infty[$ l'équation $f(x)=0$ puis déduire les points d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses.
1	**6.** Tracer (C_f) (On donne $e\simeq2.7$ et $e^2\simeq7.4$)

	7. Soit g la restriction de f sur $[e;+\infty[$
0.75	**a-** Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.
1	**b-** Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 puis vérifier que : $\left(g^{-1}\right)'(0)=-\dfrac{e^2}{2}$
0.75	**c-** Tracer $\left(C_{g^{-1}}\right)$ dans le même repère.

Fin du sujet

Prof Abdel 1

MOUAD