



## 1- Définition d'un polynôme :

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$  et soit  $x \in \mathbb{R}$  on considère l'expression suivante :

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

- $P(x)$  ou  $P$  s'appelle un polynôme.
- Les nombres  $a_0, a_1, \dots, a_n$  s'appellent les coefficients de  $P(x)$ .
- Si  $a_n \neq 0$  alors  $n$  s'appelle le degré de  $P(x)$  et on écrit  $d^\circ P = n$  Ou  $\deg(P) = n$
- Si  $a_n = a_{n-1} = \dots = a_0 = 0$  alors  $P(x) = 0$  et s'appelle un polynôme nul.

### Remarque

- $P(x) = ax + b$  est un polynôme du premier degré est appelé **binôme**
- $P(x) = ax^2 + bx + c$  est un polynôme du deuxième degré et s'appelle **trinôme**

## 2- Egalité de deux polynômes :

Deux  $P$  et  $Q$  sont **égaux** si et seulement si, ils aient même degré et les coefficients des termes de **même degré** soient **deux à deux égaux**.



## 3 opération sur les polynômes

Soient  $P(x)$  et  $Q(x)$  deux polynômes et  $k$  un nombre réel.

✓ **Somme** :  $(P + Q)(x) = P(x) + Q(x)$

$$d^\circ(P + Q) \leq d^\circ P + d^\circ Q$$

✓ **Produit**  $(P \times Q)(x) = P(x) \times Q(x)$

$$d^\circ(P \times Q) = d^\circ P + d^\circ Q$$

✓ **Produit par un nombre réel**  $(k \times P)(x) = k \times P(x)$



## 4-divisibilité par $x - \alpha$



Soit  $P(x)$  un polynôme de degré  $n$  (non nul) et  $\alpha$  un nombre réel.

Il existe un polynôme  $Q(x)$  tel que :  $P(x) = (x - \alpha)Q(x) + P(\alpha)$

$Q(x)$  : S'appelle le **quotient** de la division euclidienne de  $P(x)$  par  $(x - \alpha)$

$P(\alpha)$  : S'appelle le **reste** de la division euclidienne de  $P(x)$  par  $(x - \alpha)$



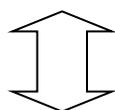
## 5-Racine d'un polynôme



Soit  $P(x)$  un polynôme et  $\alpha$  un nombre réel.

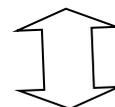
On dit que  $\alpha$  est une racine ou zéro de  $P(x)$  si et seulement si  $P(\alpha) = 0$

$P(x)$  est divisible par  $x - \alpha$



Il existe un polynôme  $Q(x)$  tel que  $P(x) = (x - \alpha)Q(x)$

$P(x)$  est divisible par  $x - \alpha$



$\alpha$  est une racine de  $P(x)$