Niveau :
Tronc commun sciences

Les polynômes

Prof: Abdelwahed

Remarque

- $P(x) = ax + b$ est un polynôme du premier degré est appelé **binôme**
- $P(x) = ax^2 + bx + c$ est un polynôme du deuxième degré et s'appelle **trinôme**

Prof Abdel 1

1- Définition d'un polynôme :

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et soit $x \in \mathbb{R}$ on considère l'expression suivante :

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$

- $P(x)$ ou P s'appelle un polynôme.
- Les nombres $a_0, a_1, \ldots\ldots, a_n$ S'appellent les coefficients de $P(x)$.
- Si $a_n \neq 0$ alors n s'appelle le degré de $P(x)$ et on écrit $d°P = n$ Ou $\deg(P) = n$
- Si $a_n = a_{n-1} = \cdots = a_0 = 0$ alors $P(x) = 0$ et s'appelle un polynôme nul.

2- Egalité de deux polynômes :

Deux P et Q ***sont égaux*** si et seulement si, ils aient même degré et les coefficients des termes de **même degré** soient **deux à deux égaux**.

3 opération sur les polynômes

Soient P(x) et Q(x) deux polynômes et **k** un nombre réel.

- ✓ **Somme** : $(P+Q)(x) = P(x) + Q(x)$)

  $d°(P+Q) \leq d°P + d°Q$

- ✓ **Produit** $(P \times Q)(x) = P(x) \times Q(x)$)

  $d°(P \times Q) = d°P + d°Q$

- ✓ **Produit par un nombre réel** $(k \times P)(x) = k \times P(x)$

Prof Abdel 1

4-divisibilité par $x - \alpha$

Prof Abdel 1

Soit $P(x)$ un polynôme de degré n (non nul) et α un nombre réel.

Il existe un polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x) = (x-\alpha)Q(x) + P(\alpha)$

$Q(x)$: S'appelle **le quotient** de la division euclidienne de $P(x)$ par $(x-\alpha)$

$P(\alpha)$: S'appelle **le reste** de la division euclidienne de $P(x)$ par $(x-\alpha)$

Prof Abdel 1

5-Racine d'un polynôme

Prof Abdel 1

Soit $P(x)$ un polynôme et α un nombre réel.

On dit que α est une racine ou zéro de $P(x)$ si et seulement si $P(\alpha) = 0$

$P(x)$ est divisible par $x - \alpha$

$\Updownarrow$

Il existe un polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x-\alpha)Q(x)$

$P(x)$ est divisible par $x - \alpha$

$\Updownarrow$

α est une racine de $P(x)$

Prof Abdel 1

Prof Abdel 1