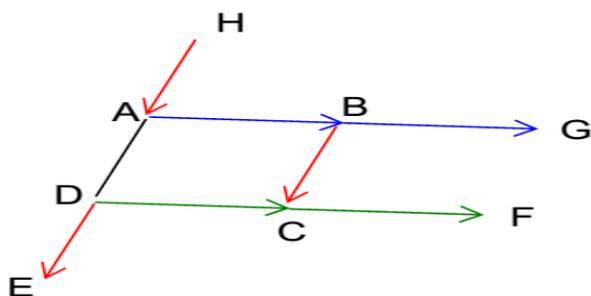




Exercice 01

A partir du parallélogramme ABCD, construire les points E, F, G et H tels que : $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB}$

Solution



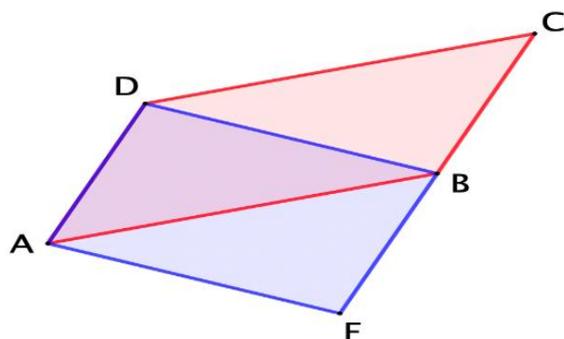
Exercice 02

ABCD et AFBD sont deux parallélogrammes.

- Réaliser une figure.
- Démontrer que B est le milieu du segment [CF].

Solution

1)

Correction de série 2 :
Calcul vectoriel

2) Dire que B est le milieu de [CF] revient à dire que $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BF}$.
Démontrons-le.

$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ car ABCD est un parallélogramme.

$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DA}$ car AFBD est un parallélogramme.

Donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BF}$

Et donc en particulier : $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BF}$.

D'où B est le milieu de [CF].

Exercice 03

1) Soit deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

Représenter les vecteurs suivants :

$2\vec{u}$, $-\vec{v}$ et $2\vec{u} - \vec{v}$.

2) Soit trois points A, B et C.

a) Représenter le vecteur $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$.

b) Représenter le vecteur $\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AC}$.

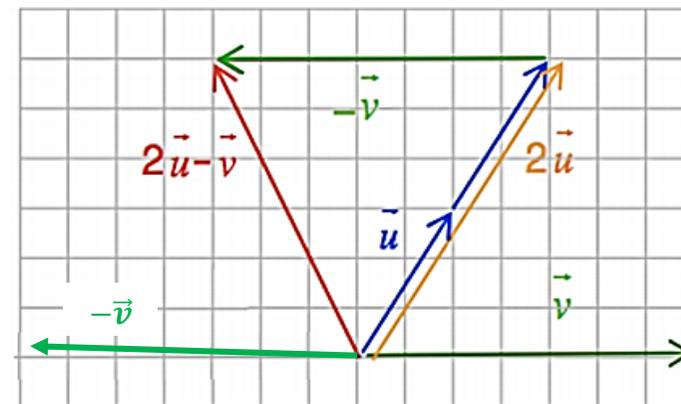
Solution

1) On commence par représenter le vecteur $2\vec{u}$:

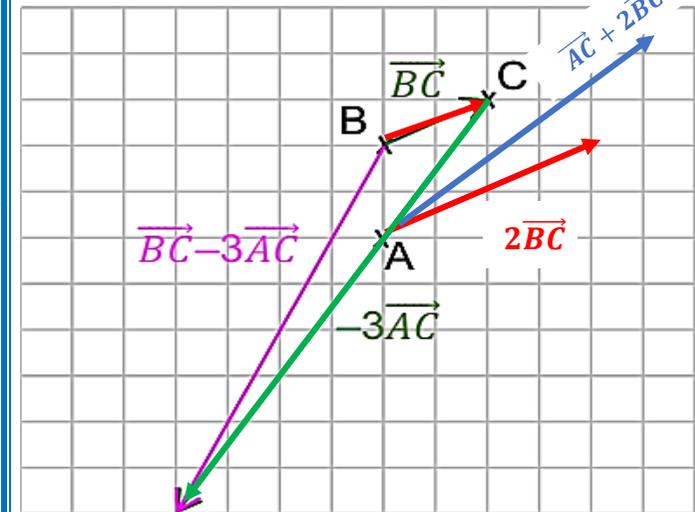
- $-\vec{v}$ a la même direction et longueur que \vec{v} mais il est de sens opposé

Pour représenter le vecteur

$2\vec{u} - \vec{v} = 2\vec{u} + (-\vec{v})$, on place les vecteurs $2\vec{u}$ et $-\vec{v}$ bout à bout et on relit les extrémités du chemin construit.



b) Pour représenter le vecteur $\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AC}$ ou $\overrightarrow{BC} + (-3\overrightarrow{AC})$, on place bout à bout les vecteurs \overrightarrow{BC} et $3\overrightarrow{AC}$



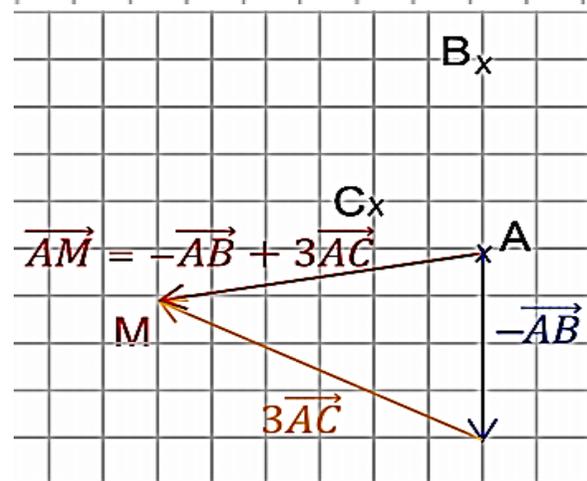
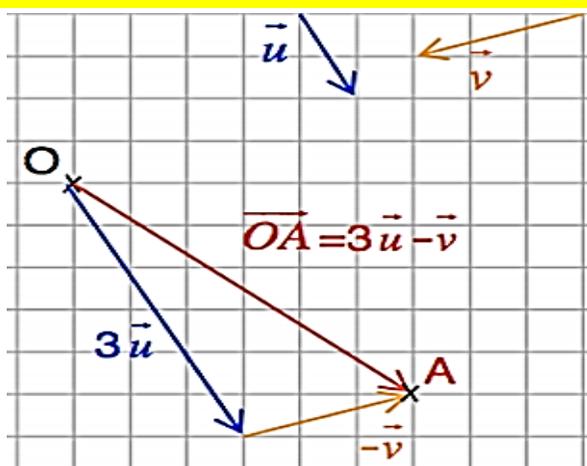


Exercice 04

1) Soit deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} et un point O
Construire A tel que $\vec{OA} = 3\vec{u} - \vec{v}$.

2) Soit trois points A, B, C du plan.
Construire le point M tel que
 $\vec{AM} = -\vec{AB} + 3\vec{AC}$.

Solution

Correction de série 2 :
Calcul vectoriel

Exercice 05

On donne deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} , tel que :
 $-4\vec{u} + 3\vec{v} = \vec{0}$.
Démontrer que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont
colinéaires.

Solution

$$-4\vec{u} + 3\vec{v} = \vec{0}$$

$$-4\vec{u} = -3\vec{v}, \text{ donc } \vec{u} = \frac{-3}{-4}\vec{v}$$

$$\text{D'où } \vec{u} = \frac{3}{4}\vec{v}$$

Exercice 06

ABCD est un parallélogramme du plan

1) Construire les points E et F tel que :

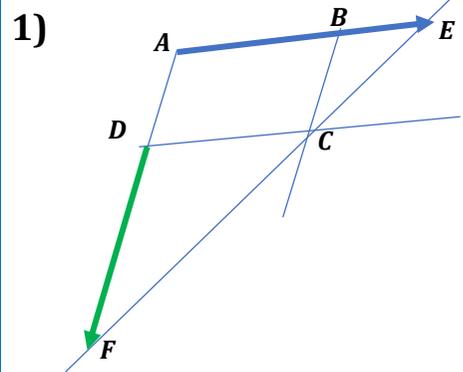
$$\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AB} \text{ et } \vec{DF} = -2\vec{DA}$$

2) Montrer que $\vec{CE} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AD}$

$$\text{et } \vec{FE} = \frac{3}{2}\vec{AB} - 3\vec{AD}$$

3) En déduire que E ; F et C sont alignés

Solution



$$\begin{aligned} 2) \vec{CE} &= \vec{CA} + \vec{AE} \\ &= \vec{CA} + \frac{3}{2}\vec{AB} \\ &= \vec{CB} + \vec{BA} + \frac{3}{2}\vec{AB} \\ &= \vec{DA} - \vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AB} \\ &= \vec{DA} - \vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AB} \\ &= (-1 + \frac{3}{2})\vec{AB} - \vec{AD} \\ &= \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AD} \end{aligned}$$

Montrons que $\vec{FE} = \frac{3}{2}\vec{AB} - 3\vec{AD}$:

$$\begin{aligned} \vec{FE} &= \vec{FD} + \vec{DE} \\ &= 2\vec{DA} + \vec{DA} + \vec{AE} \\ &= 3\vec{DA} + \frac{3}{2}\vec{AB} \\ &= \frac{3}{2}\vec{AB} - 3\vec{AD} \end{aligned}$$

3) En déduire que E ; F et C sont alignés

1ère méthode :

$$\begin{aligned} \text{On a } \vec{FE} &= \frac{3}{2}\vec{AB} - 3\vec{AD} \\ &= 3 \left(\frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AD} \right) \\ &= 3\vec{CE} \end{aligned}$$

Donc les points E ; F et C sont alignés

2ème méthode :

$$\text{On a } \overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$$

$$\text{Donc } 2\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD} \text{ et } 2\overrightarrow{FE} = 3\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AD}$$

$$\text{Donc } 6\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AD} \text{ et } 2\overrightarrow{FE} = 3\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AD}$$

$$\text{Donc } 6\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{FE}$$

$$\text{Donc } \overrightarrow{CE} = \frac{2}{6}\overrightarrow{FE}$$

Donc les points E ; F et C sont alignés

Exercice 07

ABC est un triangle du plan (P)

1) Construire les points E et F tel que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$$

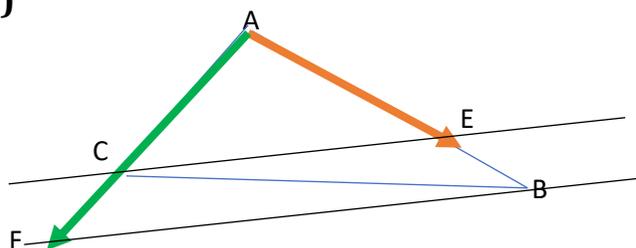
2) Montrer que $\overrightarrow{EC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$$\text{et } \overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$$

3) En déduire que les droites (EC) et (BF) sont parallèle

Solution

1)

Correction de série 2 :
Calcul vectoriel

$$\begin{aligned} 2) \quad \overrightarrow{EC} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} \\ &= -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \\ &= -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

Montrons que $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BF} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} \\ &= -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC} \\ &= -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

3) 1ère méthode :

$$\begin{aligned} \text{On a } \overrightarrow{EC} &= -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \\ &= \frac{3}{4}(-\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}) \\ &= \frac{3}{4}\overrightarrow{BF} \end{aligned}$$

Donc les droites (EC) et (BF) sont parallèle

2ème méthode :

$$\begin{aligned} \text{On a : } \overrightarrow{BF} &= -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC} \\ \text{Donc } \frac{3}{4}\overrightarrow{BF} &= -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4} \times \frac{4}{3}\overrightarrow{AC} \\ \text{Donc } \frac{3}{4}\overrightarrow{BF} &= -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \\ \text{Donc } \frac{3}{4}\overrightarrow{BF} &= \overrightarrow{EC} \end{aligned}$$

Donc les droites (EC) et (BF) sont parallèle

Exercice 08

Soient ABCD un parallélogramme, et M ; E et F des points du plan tels que :

$$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} \text{ et } \overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} \text{ et } \overrightarrow{CF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$$

1) Construire les points M ; E et F

2) Montrer que $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$ et

$$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$$

3) En déduire que les points M ; E et B sont alignés

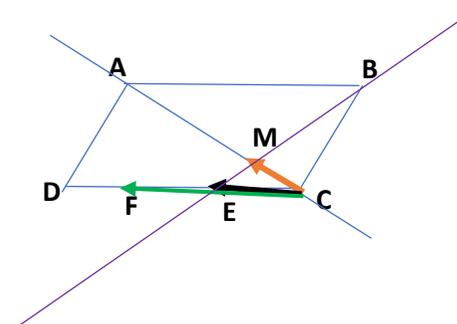
4) Montrer que E est le milieu de segment [CF]

Solution

Soient ABCD un parallélogramme, et M ; E et F des points du plan tels que :

$$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} \text{ et } \overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} \text{ et } \overrightarrow{CF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$$

1) Construire les points M ; E et F





2) Montrer que $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4} \overrightarrow{CD} - \frac{3}{4} \overrightarrow{CB}$

$$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM}$$

$$= -\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{CA}$$

$$= -\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4} (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD})$$

$$= -\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{CB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{CD}$$

$$= (-1 + \frac{1}{4}) \overrightarrow{CB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{CD}$$

$$= \frac{1}{4} \overrightarrow{CD} - \frac{3}{4} \overrightarrow{CB}$$

Montrons que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE}$$

$$= -\overrightarrow{CB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{CD}$$

$$= \frac{1}{3} \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$$

3) En déduire que les points M ; E et B sont alignés

On a $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4} \overrightarrow{CD} - \frac{3}{4} \overrightarrow{CB}$

Donc $4\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{CB}$

Donc $\frac{4}{3}\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$

Donc $\frac{4}{3}\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BE}$

Donc les points M ; E et B sont alignés

4) Montrer que E est le milieu de segment [CF]

On a : $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

Donc $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{FC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$

Donc $\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

Donc $\overrightarrow{FE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

Donc $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{FE}$

et on a $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

Donc $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3} \times 3\overrightarrow{FE}$

Donc $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{FE}$

Donc E est le milieu de segment [CF]



Exercice 09

ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$

1) a) Construire les points M et N tel

que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

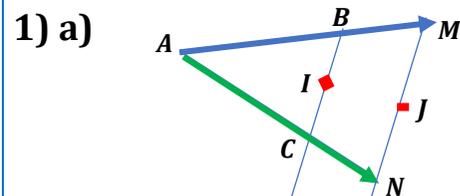
b) Montrer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles

2) Soit J le milieu de segment $[MN]$

a) Montrer que $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AI}$

b) En déduire que A ; I et J sont alignés

Solution



b) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{3}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

Donc $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

Donc \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires

Donc (BC) et (MN) sont parallèles

Cours 2 :
Calcul vectoriel

2)a) Montrer que $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AI}$

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

On a I le milieu de segment $[BC]$

Donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$

Donc $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \frac{3}{2} \times 2\overrightarrow{AI}$

$$= 3\overrightarrow{AI}$$

b) En déduire que A ; I et J sont alignés

On a $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AI}$

Donc $\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{JM} + \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{JN} = 3\overrightarrow{AI}$; (*)

Et on a J le milieu de segment $[MN]$

Donc $\overrightarrow{JM} + \overrightarrow{JN} = \vec{0}$

Donc (*) devient $2\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AI}$

Donc $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AI}$

Donc les vecteurs \overrightarrow{AJ} et \overrightarrow{AI} sont colinéaires

Donc les points A ; I et J sont alignés

Exercice 10

ABCD est un parallélogramme de centre O

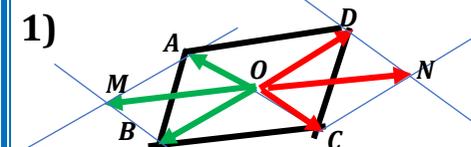
1) Construire les points M et N tel que :

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$

2) Montrer que O est le milieu de $[MN]$

3) Montrer que les droites (AD) et (MN) sont parallèles

Solution



2) $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$

Donc: $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$

Et on a O est le milieu des segment $[AC]$

Donc $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$

Et on a O est le milieu des segment $[BD]$

Donc $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

D'où $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \vec{0}$

Donc O est le milieu de segment $[MN]$

3) $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OM}$

$$= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$$

$$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$$

$$= 2\overrightarrow{AD}$$

Donc (AD) et (MN) sont parallèles