# Correction de série 3 : Projection dans le plan



## Exercice 01

ABCD un parallélogramme de centre O

1) On considère $P_1$ la projection sur (DC) parallèlement à (AD)

a) Déterminer $P_1(A)$ ; $P_1(B)$; $P_1(C) et\ P_1(D)$

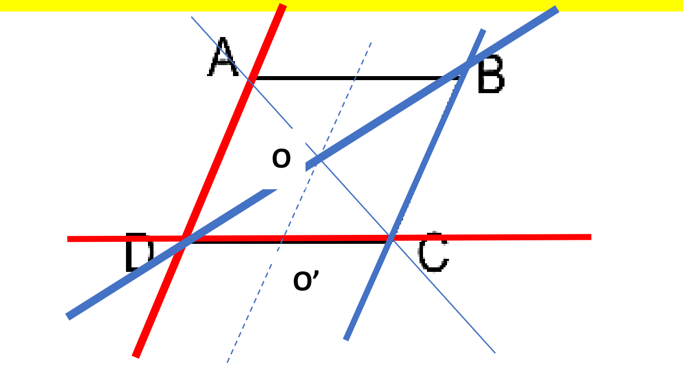
b) Construire $P_1(O)$

2) On considère $P_2$ la projection sur (BC) parallèlement à (BD)

Déterminer

$P_2(O)$ ; $P_2(B)$; $P_2(C) et\ P_2(D)$

**Solution**




1) a) $P_1(A) = D$ ; $P_1(B) = C$

$P_1(C) = C$ ; $P_1(D) = D$

b) $P(O) = O'$ , tel que O est le milieu du segment $[DC]$

2) $P_2(O) = B$ ; $P_2(B) = B$

$P_2(C) = C$ ; $P_1(D) = B$

## Exercice 02

ABC est un triangle

Le point D le projeté orthogonale de point B sur la droite (AC)

Le point E le projeté orthogonale de point C sur la droite (AB)

Le point F le projeté orthogonale de point D sur la droite (AB)

Le point H le projeté orthogonale de point E sur la droite (AC)

1) Faire une figure

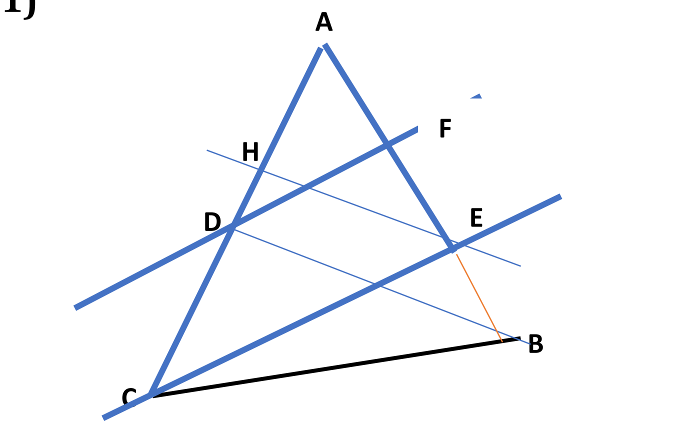
2) Montrer que : $AE \times AD = AC \times AF$

3) Montrer que : $AE \times AD = AH \times AB$

4) En déduire que : $(BC)//(FH)$

**Solution**

1)




2) Considérons le triangle AEC

On a Le point E le projeté orthogonale de point C sur la droite (AB)

Donc $(EC) \perp (AB)$; $(*)$

Et Le point F le projeté orthogonale de point D sur la droite (AB)

Donc $(DF) \perp (AB)$ ; $(**)$

De $(*) et\ (**)$ , $on\ a$ $(EC)//(DF)$

Donc d'après théorème directe de THALES on a

$$\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AD}$$

Donc : $AE \times AD = AC \times AF$

1) Considérons le triangle ABD

On a Le point D le projeté orthogonale de point B sur la droite (AC)

Donc $(BD) \perp (AC)$; $(*)$

Et Le point H le projeté orthogonale de point E sur la droite (AC)

Donc $(EH) \perp (AC)$ ; $(**)$

De $(*) et\ (**)$ , $on\ a$ $(EH)//(BD)$

Donc d'après théorème directe de THALES on a

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD}$$

Donc : $AE \times AD = AH \times AB$

## Exercice 03

ABC est un triangle

Le point E tel que : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

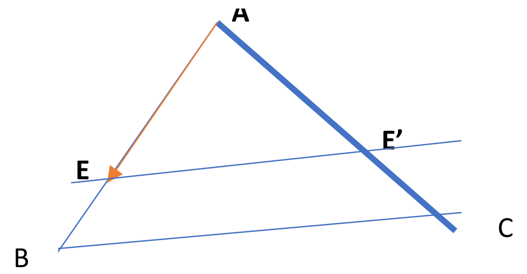
1) Construire le point E' le projeté de E sur la droite (AC) parallèlement à (BC)

2) a) Montrer que : $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

b) En déduire que les droites (EE') et (BC) sont parallèles

**Solution**

1)




2)a) Montrer que : $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Soit P la projection sur la droite (AC) parallèlement à (BC)

On a : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Et $P(A) = A$ ; $P(E) = E'$ et $P(B) = C$

Donc $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Car la projection conserve l'alignement de trois points

b) En déduire que les droites (EE') et (BC) sont parallèles

$$\overrightarrow{EE'} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AE'}$$
$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$
$$= \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$$
$$= \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

Donc $\overrightarrow{EE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

Donc $\overrightarrow{EE'}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

Donc les droites (EE') et (BC) sont parallèles

## Exercice 04

ABC est un triangle dans le plan

Et A' le milieu du segment $[BC]$

Soit le point D tel que : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}$

1) Construire E le projeté de D sur la droite (BC) parallèlement à (AB)

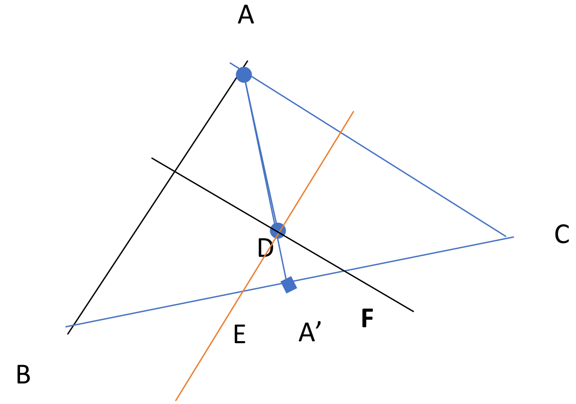
2) Construire F le projeté de D sur la droite (BC) parallèlement à (AC)

3) Montrer que : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA'}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA'}$

4) En déduire que A' est le milieu du segment $[EF]$

**Solution**

1)




3)Soit $P_1$ la projection sur la droite (BC) parallèlement à(AB)

On a : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}$

Et $P_1(A) = B$ ; $P_1(A') = A'$ et $P_1(D) = E$

Donc $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA'}$

Car la projection conserve le coefficient de colinéarité

- Soit $P_2$ la projection sur la droite e (BC) parallèlement à (AC)

On a : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}$

Et $P_2(C) = B$ ; $P(A') = A'$ et $P(D) = F$

Donc $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA'}$

4)On a A' le milieu du segment $[BC]$

Donc $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{A'C}$

Et on a $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA'}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA'}$

Donc $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA'}$ et $\overrightarrow{FC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{A'C}$

Donc $BE = FC$

Et on a : $BE + EA' = FC + A'F$

Donc $EA' = A'F$

Et on a les points $E$ ; $A'$ et $F$ sont alignés

donc A' est le milieu du segment $[EF]$

## Exercice 05

ABC est un triangle et D un point de la droite(BC) à l'extérieur du segment$[BC]$

Soit le point H tel que : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Et N le projeté de D sur la droite (AC) parallèlement à (HC)

et M le projeté de D sur la droite (AB) parallèlement à (HB)

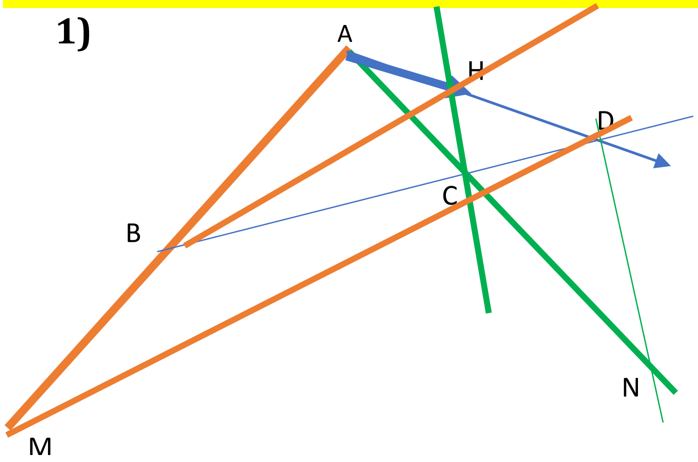
1) Faire un figure

2) Montrer que $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

3) En déduire que $(BC)//(MN)$

**Solution**

1)




2) Soit $P_1$ la projection sur la droite (AC) parallèlement à (HC)

On a : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Et $P_1(A) = A$ ; $P_1(H) = C$ et $P_1(D) = N$

Donc $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$

Car la projection conserve le coefficient de colinéarité

➢ Soit $P_2$ la projection sur la droite (AB) parallèlement à (HB)

On a : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Et $P_2(A) = A$ ; $P_1(H) = B$ et $P_1(D) = M$

Donc $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

Car la projection conserve le coefficient de colinéarité

3) En déduire que $(BC)//(MN)$

On a $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

Donc $\overrightarrow{CA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NA}$ et $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

Donc $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

Donc $\overrightarrow{CB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AM})$

Donc $\overrightarrow{CB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NM}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{NM}$ sont colinéaires

Donc $(BC)//(MN)$

## Exercice 06

ABC est un triangle

Soient I et I' deux points tel que :

$\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AI'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

1) Montrer que I' est le projeté de I sur la droite (AB) parallèlement à (BC)

2) Soit M le milieu du segment $[BC]$

La droite (AM) coupe la droite (II') en G

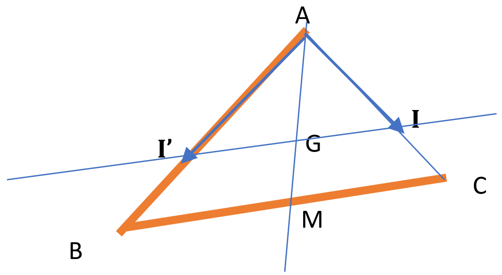
a) Montrer que: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

b) En déduire que A ; G et M sont alignés

# Correction de série 3 : Projection dans le plan



**Solution**




**1) Montrer que I' est le projeté de I sur la droite (AB) parallèlement à (BC)**

**Soit P la projection sur la droite (AB) parallèlement à (BC)**

**On a : P(A)=B' ; P(C)=C**

**De plus** $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ **et** $\overrightarrow{AI'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

**Donc d'après théorème réciproque de THALES on a P(I)=I'**

**2)a) Montrons que** $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

**Soit** $P_1$ **la projection sur la droite (AM) parallèlement à (BC)**

**On a :** $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

**Et** $P_1(A) = A$ ; $P_1(I) = G$ **et** $P_1(C) = M$

**Donc** $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

**Car la projection conserve le coefficient de colinéarité**

**b)En déduire que A ; G et M sont alignés**

**On a** $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

**Donc les vecteurs** $\overrightarrow{AG}$ *et* $\overrightarrow{AM}$ **sont colinéaires**

**Donc les points A ; G et M sont alignés**