Calcul vectoiel dans le plan

Série d'exercices avec correction

Exercice 1 :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs.

$\vec{a} = \frac{1}{10}(5\,\vec{u} - 30\,\vec{v}\,) + \frac{11}{3}\,\vec{v}$

et $\vec{b} = -\frac{1}{4}(\vec{u} - 4\vec{v}) - \frac{4}{3}\,\vec{v}$

Montrer que : $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinaires

Exercice 2 :

Soient A , B , C et D quatre points du plan ; On pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$

$\vec{v} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB}$

et $\vec{w} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA} - \left(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CA}\right)$

Réduire l'écriture des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$

Exercice 3 :

Soient A et B deux points du plan ;

Construire les points E et F sachant que :

$\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{BF} = 5\,\overrightarrow{AF}$

Exercice 4 :

Soit ABCD est un parallélogramme

1) Construire les points E et F tel que :

$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = 2\,\overrightarrow{AD}$

2) Montrer que :

$\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$

3) En déduire que :

Les points E ; F et C sont alignés

Exercice 5 :

Soit ABC est un triangle du plan

1) Construire les points M et N tel que :

$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

2) Montrer que :

$\overrightarrow{MC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

3) En déduire que :

les droites (MC) et (NB) sont parallèle

Exercice 6 :

ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$

1) a) Construire les points E et F

tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

b) Montrer que : les droites (BC) et (EF) sont parallèles

2) Soit J le milieu de segment $[EF]$

a) Montrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AI}$

b) En déduire que A ; I et J sont alignés

Exercice 7 :

Soient $ABCD$ un parallélogramme , et I ; J et K des points du plan tels que :

$\overrightarrow{CI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

1) Construire les points I ; J et K

2) Montrer que : $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\,\overrightarrow{CD} - \frac{3}{4}\,\overrightarrow{CB}$

et $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$

3) En déduire que :

les points I ; J et B sont alignés

4) Montrer que :

J est le milieu de segment $[CK]$

Exercice 8 :

Soient $ABCD$ un parallélogramme ,

E et F deux points du plan tels que :

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

et $\overrightarrow{AF} = \frac{5}{3}\,\overrightarrow{AB} + \frac{7}{3}\,\overrightarrow{BC}$

Montrer que : $\overrightarrow{EF} = \frac{4}{3}\,\overrightarrow{AC}$

et déduire que les droites (EF) et (AC) sont parallèle

Calcul vectoiel dans le plan

Série d'exercices avec correction

Exercice 1 :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs .

$$\vec{a} = \frac{1}{10}(5\,\vec{u} - 30\,\vec{v}\,) + \frac{11}{3}\,\vec{v}$$

et $\vec{b} = -\frac{1}{4}(\vec{u} - 4\vec{v}) - \frac{4}{3}\,\vec{v}$

Montrer que : $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinaires

Solution de l'exercice 1 :

- $$\vec{a} = \frac{1}{10}(5\,\vec{u} - 30\,\vec{v}\,) + \frac{11}{3}\,\vec{v}$$
$$= \frac{5}{10}\,\vec{u} - \frac{30}{10}\,\vec{v} + \frac{11}{3}\,\vec{v}$$
$$= \frac{1}{2}\,\vec{u} - 3\,\vec{v} + \frac{11}{3}\,\vec{v}$$
$$= \frac{1}{2}\,\vec{u} + \left(-\frac{9}{3}\,\vec{v} + \frac{11}{3}\,\vec{v}\right)$$

Donc $\vec{a} = \frac{1}{2}\,\vec{u} + \frac{2}{3}\,\vec{v}$

- $$\vec{b} = -\frac{1}{4}(\vec{u} - 4\vec{v}) - \frac{4}{3}\,\vec{v}$$
$$= -\frac{1}{4}\vec{u} + \vec{v} - \frac{4}{3}\,\vec{v}$$
$$= -\frac{1}{4}\vec{u} + \left(\frac{3}{3}\vec{v} - \frac{4}{3}\,\vec{v}\right)$$
$$= -\frac{1}{4}\vec{u} - \frac{1}{3}\,\vec{v}$$

Donc

$$-2\vec{b} = -2\left(-\frac{1}{4}\vec{u} - \frac{1}{3}\,\vec{v}\right) = \frac{1}{2}\,\vec{u} + \frac{2}{3}\,\vec{v}$$

D'où $\vec{a} = -2\,\vec{b}$

Ainsi $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinaires

Exercice 2 :

Soient A , B , C et D quatre points du plan ; On pose

$\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$

$\vec{v} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DB}$

et $\vec{w} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA} - (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CA})$

Réduire l'écriture des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$

Solution de l'exercice 2 :

- $$\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$$
$$= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA})$$
$$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA}$$
$$= \overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

Donc $\vec{u} = \vec{0}$

- $$\vec{v} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DB}$$
$$= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$$
$$= (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD})$$
$$= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$$

Donc $\vec{v} = \overrightarrow{BD}$

- $$\vec{w} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA} - (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CA})$$
$$= (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA}$$
$$= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} + (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD})$$
$$= \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0} + + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CD}$$

Donc $\vec{W} = \overrightarrow{CD}$

Exercice 3 :

Soient A et B deux points du plan ;

Construire les points E et F sachant que :

$\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{BF} = 5\,\overrightarrow{AF}$

Solution de l'exercice 3 :

Pour qu'on puisse construire le point E , on transforme l'expresion $\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{EB}$ sous la forme $\overrightarrow{AE} = \propto \overrightarrow{AB}$ ou $\overrightarrow{BE} = \beta\,\overrightarrow{BA}$ avec $\propto \in \mathbb{R}$ et $\beta \in \mathbb{R}$

Comment consturie le point E ?

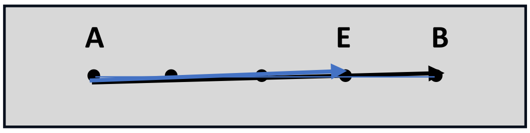
- $$\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{EB}$$
$$\overrightarrow{AE} = 3(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB})$$
$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{EA} + 3\,\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{AE} - 3\overrightarrow{EA} = 3\,\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{AE} + 3\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{AB}$$
$$4\,\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{AB}$$

Donc $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\,\overrightarrow{AB}$

Autrement :

- $$\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{EB}$$
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{EB}$$
$$\overrightarrow{BE} - 3\overrightarrow{EB} = -\,\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{BE} + 3\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA}$$
$$4\,\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA}$$

Donc $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{4}\,\overrightarrow{BA}$



Comment constuire le point E ?

- $2\,\overrightarrow{BF} = 5\,\overrightarrow{AF}$

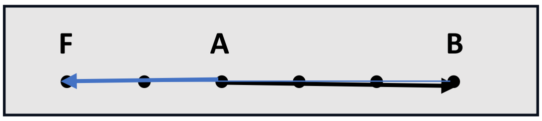
$2\,\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AF} = 5\,\overrightarrow{AF}$

$2\,\overrightarrow{AF} - 5\,\overrightarrow{AF} = -2\,\overrightarrow{BA}$

$-3\overrightarrow{AF} = 2\,\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Donc $\overrightarrow{AF} = -\frac{2}{3}\,\overrightarrow{AB}$



Exercice 4 :

Soit ABCD un parallélogramme

1) Construire les points E et F tel que :

$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{AD}$

2) Montrer que : $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

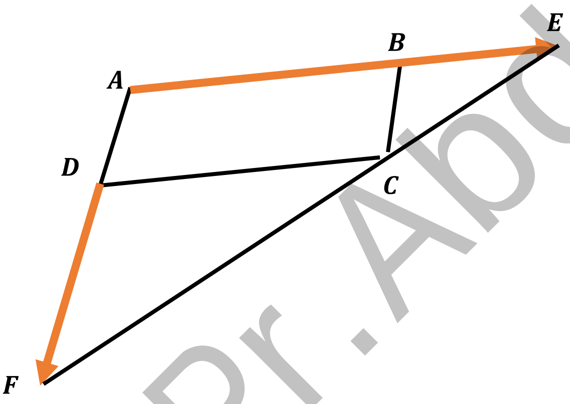
et $\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$

3) En déduire que :

Les points E ; F et C sont alignés

Solution de l'exercice 3 :

1) Construire les points E et F :



2) Motrer que : $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

et $\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$

- $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE}$

$= \overrightarrow{CA} + \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$= \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$= -\overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{CE} = (-1 + \frac{3}{2})\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

$= \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

Donc $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

- $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DE}$

$= 2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}$

$= 3\overrightarrow{DA} + \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

$= \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$

Donc $\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$

3) En déduire que :

Les points E ; F et C sont alignés

On a $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

Donc $3\overrightarrow{CE} = 3\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$

Et comme $\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$

Alors $\overrightarrow{FE} = 3\overrightarrow{CE}$

D'où les points E ; F et C sont alignés

Exercice 5 :

Soit ABC est un triangle du plan

1) Construire les points M et N tel que :

$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

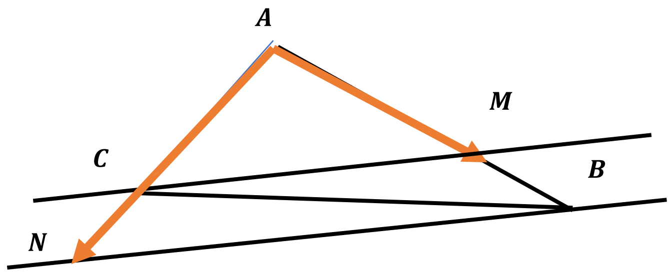
2) Montrer que : $\overrightarrow{MC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

et $\overrightarrow{BN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

3) En déduire que : (MC) //(NB)

Solution de l'exercice 4 :

1) Construire les points M et N :



2) Montrer que :

$\overrightarrow{MC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

- $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$

$= -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$= -\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

- $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN}$

$$= -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$= -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$$

3) En déduire que : (MC) //(NB)

On a $\overrightarrow{MC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$$= \frac{3}{4}\left(-\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}\right)$$

Donc $\overrightarrow{MC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BN}$

D'où

les droites (MC) et (NB) sont parallèles

Exercice 6 :

ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$

1) a) Construire les points E et F

tel que : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

b) Montrer que : les droites (BC) et (EF) sont parallèles

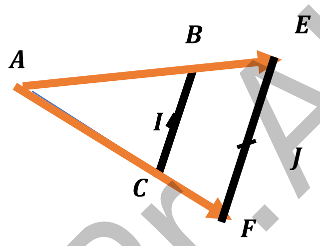
2) Soit J le milieu de segment $[EF]$

a) Montrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AI}$

b) En déduire que A ; I et J sont alignés

Solution de l'exercice 6 :

1) a) Construire les points E et F :



1) b) Montrer que : (BC) //(EF)

- $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{3}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}\right)$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

Donc $\overrightarrow{EF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

c.à.d $\overrightarrow{EF}$ *et* $\overrightarrow{BC}$ **sont colinéaires**

D'où

(BC) et (EF) sont parallèles

2) a) Montrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AI}$

- $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

$$= \frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$$

$$= \frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC}\right)$$

$$= \frac{3}{2}\left(2\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}\right)$$

- **I le milieu de segment $[BC]$**

Donc $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Donc $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2} \times 2\overrightarrow{AI}$

D'où

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AI}$$

2) a) Déduction :

- $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{JE} + \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{JF}$

J le milieu de segment $[EF]$

Donc $\overrightarrow{JE} + \overrightarrow{JF} = \vec{0}$

Donc $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AJ}$

- **et comme** $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AI}$

Alors $2\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AI}$

Donc $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AI}$

c.à.d $\overrightarrow{AI}$ *et* $\overrightarrow{AJ}$ **sont colinéaires**

D'où

les points A ; I et J sont alignés

Exercice 7 :

Soient $ABCD$ un parallélogramme , et I ; J et K des points du plan tels que :

$\overrightarrow{CI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$ **et** $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ **et** $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

1) Construire les points I ; J et K

2) Montrer que : $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$

et $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$

3) En déduire que :

les points B ; I et J sont alignés

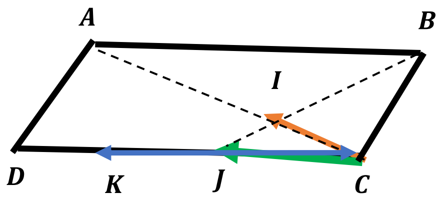
4) Montrer que :

I est le milieu de segment $[CK]$

Solution de l'exercice 7 :

Solution de l'exercice 7 :

1) Construire les points I ; J et K :



2) Montrer que : $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$

et $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$

- $$\begin{aligned}\overrightarrow{BI} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CI}\\ &= -\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}\\ &= -\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD})\\ &= -\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}\\ &= (-1 + \frac{1}{4})\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}\\ &= -\frac{3}{4}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}\end{aligned}$$

  Donc $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$

- $$\begin{aligned}\overrightarrow{BJ} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CJ}\\ &= -\overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}\\ &= \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}\end{aligned}$$

  Donc $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$

3) En déduire que : les points B ; I et J sont alignés

On a $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$

Donc $4\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{CB}$

c.à.d $\frac{4}{3}\overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$

Donc $\frac{4}{3}\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BJ}$

D'où

les points B ; I et J sont alignés

4) Montrer que : I est le milieu de segment $[CK]$

On a : $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{KC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

Donc $\overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{CJ} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

Donc $\overrightarrow{KJ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

et comme $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CJ}$

Alors $\overrightarrow{KJ} = -\frac{1}{3} \times 3\,\overrightarrow{CJ} = -\overrightarrow{CJ}$

Donc $\overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{JC}$

D'où

J est le milieu de $[CK]$

Exercice 8 :

Soient $ABCD$ un parallélogramme ,
E et F deux points du plan tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$

et $$\overrightarrow{AF} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{3}\overrightarrow{BC}$$

Montrer que : $\overrightarrow{EF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

et déduire que les droites (EF) et (AC) sont parallèle

Solution de l'exercice 7 :

- $$\begin{aligned}\overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}\\ &= -\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}\\ &= -\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) + \left(\frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{3}\overrightarrow{BC}\right)\\ &= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{3}\overrightarrow{BC}\\ &= \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + -\overrightarrow{AD} + \frac{7}{3}\overrightarrow{BC}\end{aligned}$$

- **$ABCD$ un parallélogramme**

  Donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Donc $$\begin{aligned}\overrightarrow{EF} &= \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + -\overrightarrow{BC} + \frac{7}{3}\overrightarrow{BC}\\ &= \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}\\ &= \frac{4}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})\\ &= \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}\end{aligned}$$

Ainsi

$$\overrightarrow{EF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$$

c.à.d $\overrightarrow{EF}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires

D'où

(AC) et (EF) sont parallèles