Lycée qualifiant Prof : Abdelwahed	Devoir N°1 Mathématiques	Année scolaire : 2023/2024 Niveau : TCSF

Exercice① : (8 points)

On considère les nombres a =3600 et $a = 3240$

1) Décomposer a et b en produit de facteurs premiers.
2) Déduire $pgcd(a,b)$ et $ppcm(a,b)$
3) Le nombre a est-il un carré parfait ? justifier la réponse.
4) Simplifier le nombre $\frac{a}{b}$.
5) Déterminer le plus petit naturel$n$ non nul pour que le nombre nbsoit un cube d'un entier naturel.
6) Le nombre 437 est-il premier ? justifier la réponse.

Exercice②: (8 points)

Soit $n \in \mathbb{N}$.

1) Etudier la parité des nombres suivants : $4n^4 + 2019$; $n^2 + 9n + 3$; $5n^2 + n$.
2) Montrer que la somme de trois nombre entiers naturel consécutifs est un multiple de 3
3) Montrer que le nombre $a = 19 \times 7^{2n} - 7^{2n+1}$ est un multiple de 3.
4) Montrer que le nombre $n^4 - n^2 + 16$ est divisible par 4.

5 Vérifier que $\frac{n+17}{n+5} = 1 + \frac{12}{n+5}$;puis déduire les valeurs possibles de n tel que $\frac{n+17}{n+5} \in \mathbb{N}$.

6) On pose $E = (n+1)^2 - n^2$
   a) Vérifier que E est un nombre pair ; puis déduire que la différence des carrées de deux entiers naturels consécutifs.
   b) Ecrire les nombre 37 et 57 sous forme d'une différence des carrées de deux entiers naturels consécutifs.

Exercice 3 : les questions sont indépendantes

1) On pose $a = 3 \times 7^{n+1} + 5 \times 7^n$ et $b = 3^n \times 3^{n+1} \times 3^{n+2} \times 3^{n+3}$
   a) Montrer que 13 divise a
   b) Montrer que b est un multiple de 4
2) Montrer que $(n^3 + 3n^2 + n)(n^3 + 3n^2 + n + 2) + 1$ est un carré parfait.
3) Déterminer tous les couples $(a;b) \in \mathbb{N}^2$ tels que $ab + 2a + b = 2$