الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية – خيار فرنسية
امتحان تجريبي - الدورة العادية
يونيو 2020

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | مدة الانجاز | الرياضيات | المادة |
| 7 | المعامل | مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية | الشعبة أو المسلك |

## INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

## COMPOSANTES DU SUJET

**L'épreuve est composée de quatres exercices et un problème d'analyse indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :**

| | | |
|---|---|---|
| Exercice 1 | Équations et inéquations | 2 points |
| Exercice 2 | Calcul d'intégral | 2 points |
| Exercice 3 | Suites numériques | 3 points |
| Exercice 4 | Les nombres complexes | 5 points |
| Exercice 5 | Problème d'analyse | 8 points |

## Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 + 2x - 3 = 0$
2. En déduire les solutions de l'équation : $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $e^{2x} + 2e^x - 3 \geqslant 0$

## Exercice 2

1. a) Vérifier que pour tout $x$ de $[2,3]$ : $\dfrac{2}{x^2-1} = \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1}$

   b) Calculer : $\displaystyle\int_2^3 \frac{2}{x^2-1}dx$
2. En utilisant une intégration par parties calculer : $\displaystyle\int_0^1 xe^{2x}dx$

## Exercice 3

On considère la suite numérique $(u_n)$ définie par $u_0 = 19$ et $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 10$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$

1. Montrer que $u_n < 20$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$.
2. Montrer que la suite $(u_n)$ est croissante convergente.
3. On pose $v_n = u_n - 20$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$

   a) Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$

   b) Exprimer $(v_n)$ en fonction de $n$

   c) Exprimer $u_n$ en fonction de $n$ puis calculer la limite de la suite $u_n$
4. On considère la somme suivante : $s_n = v_0 + v_1 + \ldots + u_n$
   Exprimer $s_n$ en fonction de $n$

## Exercice 4

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$

$$Z^2 - 2Z + 4 = 0$$

1. On pose $a = 1 + i$ et $b = 1 - i\sqrt{3}$

   a) Vérifier que $\dfrac{a}{b} = \dfrac{1-\sqrt{3}}{4} + i\dfrac{1+\sqrt{3}}{4}$

   b) Montrer que $a = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $b = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

   c) Montrer que $Arg\left(\dfrac{a}{b}\right) \equiv \dfrac{7\pi}{12}\ [2\pi]$

**2** Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$.
On considère le point $B$ d'affixe $b = 1 - i\sqrt{3}$ et $T$la translation de vecteur $\overrightarrow{u}(2i\sqrt{3})$ , et on pose $T(B) = C$

- **a** Montrer que $Z_c = 1 + i\sqrt{3}$
- **b** Montrer que $\frac{b}{c} = \frac{1}{4}b^2$
- **c** Calculer $Arg\left(\frac{b}{c}\right)$ et $\left|\frac{b}{c}\right|$
- **d** En déduire que $OBC$ est un triangle isocèle.

**3** Montrer que $a^{24} - b^{12} = 0$

## Exercice 5

# Problème

## Partie A

Soit $g$ la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 - x + 1 - \ln x$$

**1** Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

**2**
- **a** Montrer que $g'(x) = \dfrac{(2x+1)(x-1)}{x} \quad \forall x > 0$
- **b** Montrer que $g$ est décroissante sur $]0,1]$ et croissante sur $[1,+\infty[$
- **c** En déduire que $\forall x \in ]0,+\infty[$ : $\quad g(x) > 0$

## Partie B

On pose : $f(x) = \dfrac{1-x}{x}\ln x + x\ ; \qquad x \in \ ]0,+\infty[$

**1** Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ puis interpréter le résultat.

**2** Vérifier que $f(x) = x\left[\dfrac{1-x}{x}\cdot\dfrac{\ln x}{x} + 1\right]$ puis calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

**3** Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x = -\infty$. Conclure !

**4**
- **a** Montrer $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2} \quad \forall x > 0$
- **b** Dresser le tableau de variation de $f$.

**5**
- **a** Montrer que $(\Delta)\ :\ y = x$ est l'équation cartésienne de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point $I(1,1)$.
- **b** Étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à $(\Delta)\ :\ y = x$

c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution $\alpha$ $\qquad \alpha \in \left]\frac{1}{2}, 1\right[$

d) Tracer $\mathscr{C}_f$ et $(\Delta)$ dans le même repère.

**6** On pose $\begin{cases} U_{n+1} &= f(U_n) \quad \forall n \in \mathbb{N} \\ U_0 &= 2 \end{cases}$

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \qquad 1 \leqslant U_n \leqslant e$

b) Montrer que $(U_n)$ est décroissante et déduire qu'elle est convergente

c) Calculer $\lim\limits_{+\infty} U_n$

# Bonne chance