Page	Examen National Blanc N2	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
1/4	Prof : Haddad Abdelwahed	

Matière	Mathématiques	La durée : 3 Heures
Filière et Option	Sciences Expérimentales Avec Leurs Options	Le coefficient : 7

Pr.Abdelwahed

EXERCICE 01 : (1.5pts)

1) Monter que la fonction $H : x \mapsto (x-1)e^x$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$.

0.25pts 2) En déduire que : $\int_{-1}^{0} xe^x dx = \frac{2}{e} - 1$.

0.5pts 0.75pts 3) Par une intégration par parties ,montrer que : $\int_{-1}^{0} (x^2+1)e^x dx = 3\left(1 - \frac{2}{e}\right)$

EXERCICE 02 : (5pts)

0.75pts 0.5pts 1) a- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z + 2 = 0$.

b- Montrer que : $(1+i)^{12} \in \mathbb{R}^-$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$,On considère les points A , B , C et E d'affixes respectives : $a = 1+i$, $b = 1-i$, $c = 2b$ et $e = 3$.

0. 5pts a- Montrer que les points A , B et C appartiennent au même cercle de centre E et de rayon $\sqrt{5}$.

0. 5pts b-Montrer que : $\frac{c-e}{a-e} = i$.

0. 5pts c-En déduire que le triangle EAC est rectangle isocèle en E .

2) Soient T la translation de vecteur $2\overrightarrow{EC}$ et R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

0.75pts a-Montrer que l'affixe du point D image de O par la translation T est : $d = -2 - 4i$.

0.75pts b-Montrer que l'affixe du point F image de D par la rotation R est : $f = 4 - 2i$

0.75pts c-Montrer que : $(AB) \perp (CF)$.

EXERCICE 03 : (2pts)

0. 5pts 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 - x - 2 = 0$.

0.75pts 2) Résoudre dans l'intervalle $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $e^x - 2e^{-x} - 1 = 0$

0.75pts 3) 2) Résoudre dans l'intervalle $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2e^{x-1} < 1$

Problème : (11.5pts)

Partie1 :

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = x - 2lnx$$

0.25pts 1) Montrer que : $g'(x) = \frac{x-2}{x}$,pour tout $x \in]0;+\infty[$

0.5pts 2) En déduire que : g est décroissante sur $]0;2]$ et croissante sur l'intervalle $[2;+\infty[$.

0.5pts 3) Montrer que : $g(2) = 2(1 - ln(2))$ et vérifier que : $g(2) > 0$

0.5pts 4) En déduire que pour tout $x \in]0;+\infty[$: $g(x) > 0$.

Partie2 :

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = x - ln^2(x)$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.(unité 1cm)

0.5pts 1) Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -\infty$ .Interpréter graphiquement le résultat.

0.25pts 2) a-Monter que : $\frac{ln^2(x)}{x} = 4\left(\frac{ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\right)^2$,pour tout $x \in]0;+\infty[$.

0.25pts b- En déduire que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{ln^2(x)}{x} = 0$

0.25pts c-Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0.75pts d-Montrer que la courbe (C_f) admet ,au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique de direction aymptotique la droite (Δ) d'équation $y = x$.

0. 5pts e-Etudier la position relative de la courbe (C_f) et la droite (Δ) .

0. 5pts 3) a-Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$,pour tout $x \in]0;+\infty[$.

0. 5pts b-Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $]0;+\infty[$ et dresser son tableau de variation sur $]0;+\infty[$.

0. 5pts 4) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ et que $0 < \alpha < 1$

0. 5pts 5) a-Montrer que : $f''(x) = \frac{2(ln(x)-1)}{x^2}$,pour tout $x \in]0;+\infty[$.

0. 5pts b-En déduire que (C_f) admet un unique point d'inflexion de coordonnées $(e\,;e-1)$.

1 pts 6) Construire (Δ) et (C_f) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

0. 5pts 7) Résoudre ,graphiquement ,dans $]0;+\infty[$ l'inéquation : $x - 1 \le ln^2(x)$.

0. 5pts 8) a-Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1}définie sur $J = \mathbb{R}$.

0. 5pts b- Vérifier que $f(e) = e - 1$,Justifier la dérivabilité de f^{-1} en $e-1$ et montrer que : $(f^{-1})'(e-1) = \frac{e}{e-2}$.

0. 5pts c- Tracer en vert $(C_{f^{-1}})$,la courbe représentative de la fonction f^{-1} ,dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Pr.Abdelwahed

Partie 03 :

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$,pour tout $n \in \mathbb{N}$

0. 5pts **1) Montrer e par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N})\ \ 1 \leq u_n \leq e$.**

0. 5pts **2) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.**

0.75pts **3) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite .**

Pr .Abdelwahed