Page	Examen National Blanc N 1	ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵎⴽⵜⵉ ⴰⵣⵣⴰⵏⵏ ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
1/4	Prof : Haddad Abdelwahed		

Matière	Mathématiques	La durée : 3 Heures
Filière et Option	Sciences Expérimentales Avec Leurs Options	Le coefficient : 7

EXERCICE 01 : (3pts)

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 4 \ \ et \ (\forall n \in \mathbb{N}) \ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}$$

0.75pts 1) Montrer que par récurrence : $(\forall n \in \mathbb{N}) \ \ u_n \geq 3$.

0.75pts 2) Montrer que la suite (u_n) est décroissante et qu'elle est convergente .

3) Soit (v_n) la suite numérique définie par :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : \ v_n = u_n - 3$$

0. 5pts a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$.

0.25pts b) En déduire que :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \ u_n = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

0.25pts c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

0. 5pts 4) Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle : $u_n < 3.01$

EXERCICE 02 : (5pts)

0.75pts 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z + 4 = 0$.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$,On considère les points A , B et C d'affixes respectives : $a = 1 + i\sqrt{3}$, $b = 1 - i\sqrt{3}$ et $c = -2$.

Soit $\vec{W}$ le vecteur d'affixe $w = i\sqrt{3}$.

1pts a) Montrer que : $\frac{b-a}{c-a} = e^{i\frac{\pi}{3}}$.

0. 5pts b) En déduire la nature du triangle ABC .

3) Soit T la translation de vecteur $\vec{W}$. On considère les points D et E d'affixes respectives d et e tels que : $T(A) = D$ et $T(E) = C$ et soit $K(k)$ le milieu du segment $[AC]$.

0.25pts a) Vérifier que : $k = \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1pts b) Montrer que : d$= 1 + i2\sqrt{3}$ et $e = -2 - i\sqrt{3}$.

1pts c) Calculer $\frac{d-k}{e-k}$ et en déduire que les points D , E et K sont alignés.

0.5pts 4) Déterminer l'ensemble des points $M(Z)$ du plan tel que $|Z - 1 - i2\sqrt{3}| = |Z + 2 + i\sqrt{3}|$

EXERCICE 03 : (2pts)

0.5pts 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $x^2 + 4x - 5 = 0$.

0.75pts 2) Résoudre dans l'intervalle $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\frac{e^{x^2+4x}}{e^x} = e^{5-x}$

0.75pts 3) Résoudre dans l'intervalle $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $e^{2x} + 4e^x - 5 < 0$

Problème : (10pts)

Partie1 :

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = (2 - 2x)e^x - 2$$

0. 5pts 1) Montrer que : $g'(x) = -2xe^x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

0. 5pts 2) Calculer $g(0)$ et dresser le tableau de variation de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

0. 5pts 3) En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $g(x) \leq 0$.

Partie2 :

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (4 - 2x)e^x - 2x$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.(unité 1cm)

0. 5pts 1) a- Monter que : $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ et que : $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$.

0.25pts b- Interpréter graphiquement ce résultat .

0.25pts 2) a- Monter que : $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

0.75pts b- Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x) + 2x$ et en déduire que la droite (Δ) d'équation $y = -2x$ est une asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$.

0. 5pts c- Etudier la position relative de la courbe (C_f) et la droite (Δ) .

0. 5pts 3) a- Montrer que : $f'(x) = g(x)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

0. 5pts b- Vérifier que $f'(0) = 0$ et linterpréter géométriquement ce résultat .

0. 5pts c- Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

0. 5pts 4) Montrer que la courbe (C_f) coupe l'axe des ordonnées en $A(0\,;4)$.

0.75pts 5) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ et que $\frac{3}{2} < \alpha < 2$

$$\left(On\ admettra\ que\ :\ e^{\frac{3}{2}} > 3 \right)$$

1pts	6) Construire (Δ) et (C_f) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.
	7) Soit h la restriction de la fonction f sur l'intervalle $I =]-\infty\,;0]$
0. 5pts	a- Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1}définie sur $J = [4\,;\,+\infty[$
0. 5pts	b- Vérifier que $h(-1) = \frac{2e+6}{e}$ et montrer que : $(h^{-1})'\left(\frac{2e+6}{e}\right) = \frac{e}{4-2e}$.
0. 5pts	d- Tracer en vert $\left(C_{h^{-1}}\right)$,la courbe représentative de la fonction h^{-1} ,dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.
0. 5pts	8) a- Par une intégration par parties monter que : $\int_0^1 (4-2x)e^x dx = 4e-6$
0. 5pts	b- Calculer $\int_0^1 f(x)dx$.