

Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_{-1}^1 (x - 2x^3) dx$
2. $\int_0^1 (2x - 1)^3 dx$
3. $\int_0^1 x^2 (x^3 + 1)^3 dx$
4. $\int_1^2 \frac{x^4 - 3x^3 + 2}{x^2} dx$
5. $\int_0^1 x^2 \sqrt{x} dx$
6. $\int_{-1}^0 (x + 1) \sqrt{x^2 + 2x + 3} dx$
7. $\int_{-1}^1 \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2} dx$
8. $\int_{-1}^1 \frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 + x + 1}} dx$
9. $\int_1^3 \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} dx$
10. $\int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx$
11. $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1 + e^x} dx$
12. $\int_0^1 (2x + 1) e^{x^2 + x - 1} dx$
13. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$
14. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$
15. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot e^{\cos x} dx$
16. $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$
17. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^3 x + \tan x) dx$
18. $\int_e^{e^2} \frac{\ln t}{t} dt$
19. $\int_{\frac{1}{e}}^{\frac{1}{e}^2} \frac{dt}{t \ln^2 t}$
20. $\int_0^\pi (\cos(3x) + \sin(\frac{x}{2})) dx$
21. $\int_0^\pi \cos^2 x dx$

Exercice 2

1. Linéariser la fonction $f : f(x) = \cos^4 x$
2. Déduire le calculer d'intégrales : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$
3. Déterminer La valeur moyenne de f sur $[0, \frac{\pi}{2}]$

Exercice 3

On pose :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx \quad ; \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$$

1. calculer $I + J$ et $I - J$
2. Déduire I et J

Exercice 4

1. Déterminer les réels a et b tels que:

$$(\forall x \in \mathbb{R} - \{-1, 3\}) \quad \frac{1}{x^2 - 2x - 3} = \frac{a}{x - 3} + \frac{b}{x + 1}$$

- Calculer l'intégrale : $I = \int_0^2 \frac{1}{x^2 - 2x - 3} dx$
- Déterminer la valeur moyenne de f sur $[0, 2]$

Exercice 5

Calculer les intégrales suivantes:

- $I = \int_0^2 |x^2 - 3x + 2| dx$
- $J = \int_{-1}^1 |e^x - 1| dx$

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $I = [0; 9]$ par : $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{1 + \sqrt{x}}$

- vérifier que : $(\forall x \in I) \quad \frac{1}{4} \leq f(x) \leq e^3$
- En déduire que : $\frac{9}{4} \leq \int_0^9 f(x) dx \leq 9e^3$

Exercice 7

En utilisant une intégration par parties, calculer les intégrales suivantes:

- $\int_0^1 x e^{3x} dx$
- $\int_0^\pi x \sin x dx$
- $\int_1^e \ln x dx$

Exercice 8

En utilisant une intégration par parties, calculer les intégrales suivantes:

- $\int_0^1 (x - 1)e^{2x} dx$
- $\int_0^{\frac{\pi}{6}} x \cos(3x) dx$
- $\int_1^e (2x - 1) \ln x dx$
- $\int_0^{\ln 3} \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} dx$
- $\int_1^{e^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$
- $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$
- $\int_1^2 x \sqrt{3 - x} dx$
- $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$

Exercice 9

On pose :

$$u_n = \int_{\frac{1}{2}}^1 x^n \ln x dx$$

- En utilisant une intégration par parties, calculer u_n en fonction de n
- Déterminer la limite de la suite (u_n)

Exercice 10

$(o, \vec{i}, \vec{j})$ repère orthonormé avec $||\vec{i}|| = 1cm$
Soit f définie sur $[1; 3]$ par : $f(x) = 2x + 1$

- vérifier que f continue et positif sur $[1; 3]$
- tracer C_f sur $[1; 3]$
- calculer S la surface du domaine limité par :
 C_f , l'axe des abscisses et les droites : $x = 1$ et $x = 3$

4. calculer l'intégrale : $\int_1^3 f(x) dx$

Exercice 11

$(o, \vec{i}, \vec{j})$ repère orthonormé avec $||\vec{i}|| = 2cm$

Soit f et g deux fonctions tels que :

$$f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1} + e^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = e^{-x}$$

calculer en cm^2 S la surface du domaine limité par (C_f) ; (C_g) et les droites $x = 0$ et $x = \ln 2$

Primitives des fonctions usuelles

Fonction	Primitive s	Domaine
$x^n, n \in \mathbb{N}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C, C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C, C \in \mathbb{R}$	$] -\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x) + C, C \in \mathbb{R}$	$]0, +\infty[$
$x^n, n \in \mathbb{Z}^*$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C, C \in \mathbb{R}$	
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + C, C \in \mathbb{R}$	$]0, +\infty[$
e^x	$e^x + C, C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$\cos(x)$	$\sin(x) + C, C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$\sin(x)$	$-\cos(x) + C, C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$	$\tan(x) + C, C \in \mathbb{R}$	$] -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi[, k \in \mathbb{Z}$

Fonction	Primitives	Conditions sur f et I
$f'f^n, n \in \mathbb{N}$	$\frac{f^{n+1}}{n+1} + C, C \in \mathbb{R}$	
$\frac{f'}{f^n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$	$-\frac{1}{(n-1)f^{n-1}} + C, C \in \mathbb{R}$	f ne s'annule pas sur I
$f'f^n, n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$	$\frac{f^{n+1}}{n+1} + C, C \in \mathbb{R}$	
$\frac{f'}{f}$	$\ln(f) + C, C \in \mathbb{R}$	f est strictement positive sur I
$\frac{f'}{\sqrt{f}}$	$2\sqrt{f} + C, C \in \mathbb{R}$	
$f'e^f$	$e^f + C, C \in \mathbb{R}$	
$f' \cos(f)$	$\sin(f) + C, C \in \mathbb{R}$	
$f' \sin(f)$	$-\cos(f) + C, C \in \mathbb{R}$	