TEST N°3.023

Épreuve de : **MATHÉMATIQUES**

Série : **T.S.E/S.T.I/T.S.Exp** **Durée** : **20** minutes

Exercice 01 :..(5,00pts)

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x)=\frac{-4x+6}{\sqrt{-x^2+3x+1}} \quad ; \quad g(x)=(4-x)^3 \quad ; \quad h(x)=\frac{1}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$k(x)=\cos^3(2x)\times\sin(2x) \quad ; \quad u(x)=\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$$

Exercice 02 :..(5,00pts)

Soit les fonctions f et F définies par :

$$f(x)=x\sqrt{3-2x} \quad \text{et} \quad F(x)=(\alpha x^2+\beta x+\gamma)\sqrt{3-2x}.$$

1°) Déterminer les réels α, β et γ tel que $\forall\, x \in \left]-\infty\,;\frac{3}{2}\right]$, F soit une primitive de f sur $\left]-\infty\,;\frac{3}{2}\right]$. (3,00pts)

2°) En déduire le calcul de $\mathtt{I}=\int_0^1 f(x)\,dx$. (2,00pts)

TEST N°3.023

Épreuve de : **MATHÉMATIQUES**

Série : **T.S.E/S.T.I/T.S.Exp** **Durée** : **20** minutes

Exercice 01 :..(5,00pts)

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x)=\frac{-4x+6}{\sqrt{-x^2+3x+1}} \quad ; \quad g(x)=(4-x)^3 \quad ; \quad h(x)=\frac{1}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$k(x)=\cos^3(2x)\times\sin(2x) \quad ; \quad u(x)=\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$$

Exercice 02 :..(5,00pts)

Soit les fonctions f et F définies par :

$$f(x)=x\sqrt{3-2x} \quad \text{et} \quad F(x)=(\alpha x^2+\beta x+\gamma)\sqrt{3-2x}.$$

1°) Déterminer les réels α, β et γ tel que $\forall\, x \in \left]-\infty\,;\frac{3}{2}\right]$, F soit une primitive de f sur $\left]-\infty\,;\frac{3}{2}\right]$. (3,00pts)

2°) En déduire le calcul de $\mathtt{I}=\int_0^1 f(x)\,dx$. (2,00pts)

TEST N°3.023

Épreuve de : **MATHÉMATIQUES**

Série : **T.S.E/S.T.I/T.S.Exp** **Durée** : **20** minutes

Exercice 01 :..(5,00pts)

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x)=\frac{-4x+6}{\sqrt{-x^2+3x+1}} \quad ; \quad g(x)=(4-x)^3 \quad ; \quad h(x)=\frac{1}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$k(x)=\cos^3(2x)\times\sin(2x) \quad ; \quad u(x)=\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$$

Exercice 02 :..(5,00pts)

Soit les fonctions f et F définies par :

$$f(x)=x\sqrt{3-2x} \quad \text{et} \quad F(x)=(\alpha x^2+\beta x+\gamma)\sqrt{3-2x}.$$

1°) Déterminer les réels α, β et γ tel que $\forall\, x \in \left]-\infty\,;\frac{3}{2}\right]$, F soit une primitive de f sur $\left]-\infty\,;\frac{3}{2}\right]$. (3,00pts)

2°) En déduire le calcul de $\mathtt{I}=\int_0^1 f(x)\,dx$. (2,00pts)

TEST N°3.023

Épreuve de : **MATHÉMATIQUES**

Série : **T.S.E/S.T.I/T.S.Exp** **Durée** : **20** minutes

Exercice 01 :..(5,00pts)

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x)=\frac{-4x+6}{\sqrt{-x^2+3x+1}} \quad ; \quad g(x)=(4-x)^3 \quad ; \quad h(x)=\frac{1}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$k(x)=\cos^3(2x)\times\sin(2x) \quad ; \quad u(x)=\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$$

Exercice 02 :..(5,00pts)

Soit les fonctions f et F définies par :

$$f(x)=x\sqrt{3-2x} \quad \text{et} \quad F(x)=(\alpha x^2+\beta x+\gamma)\sqrt{3-2x}.$$

1°) Déterminer les réels α, β et γ tel que $\forall\, x \in \left]-\infty\,;\frac{3}{2}\right]$, F soit une primitive de f sur $\left]-\infty\,;\frac{3}{2}\right]$. (3,00pts)

2°) En déduire le calcul de $\mathtt{I}=\int_0^1 f(x)\,dx$. (2,00pts)

Correction du TEST N°3.023

Épreuve de : MATHÉMATIQUES

Série : T.S.E/S.T.I/T.S.Exp **Durée : 20** minutes

Exercice 01 :..(5,00pts)

Déterminons une primitive de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \dfrac{-4x+6}{\sqrt{-x^2+3x+1}}$

Posons : $\mathrm{U} = -x^2+3x+1 \Longrightarrow \mathrm{U}' = -2x+3$

$$f(x) = 2\times\frac{-2x+3}{\sqrt{-x^2+3x+1}} = 2\times\frac{\mathrm{U}'}{\sqrt{\mathrm{U}}}$$

$\Longrightarrow\ \mathrm{F}(x) = 2\times2\sqrt{\mathrm{U}} \ \Longrightarrow\ \boxed{\mathrm{F}(x) = 4\sqrt{-x^2+3x+1}}$. (1,00pt)

b) $\mathrm{g}(x) = (4-x)^3$

$\mathrm{g}(x) = (ax+b)^n \ \Longrightarrow\ \boxed{\mathrm{G}(x) = -\dfrac{1}{4}(4-x)^4}$. (1,00pt)

c) $h(x) = \dfrac{1}{x^2}\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$

Posons : $\mathrm{U} = \dfrac{1}{x} \Longrightarrow \mathrm{U}' = -\dfrac{1}{x^2}$

$$h(x) = -\left[-\frac{1}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right] = -[\mathrm{U}'\cos(\mathrm{U})]$$

$\Longrightarrow\ \mathrm{H}(x) = -\sin(\mathrm{U}) \ \Longrightarrow\ \boxed{\mathrm{H}(x) = -\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)}$. (1,00pt)

d) $k(x) = \cos^3(2x)\times\sin(2x)$

Posons : $\mathrm{U} = \cos(2x) \Longrightarrow \mathrm{U}' = -2\sin(2x)$

$$k(x) = -\frac{1}{2}[-2\sin(2x)\times\cos^3(2x)] = -\frac{1}{2}[\mathrm{U}'\times\mathrm{U}^n]$$

$\Longrightarrow\ \mathrm{K}(x) = -\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\mathrm{U}^{n+1}}{n+1} \ \Longrightarrow\ \boxed{\mathrm{K}(x) = -\dfrac{1}{8}\cos^4(2x)}$. (1,00pt)

e) $u(x) = \dfrac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$

$$u(x) = \frac{(x-1)^2+2x}{(x^2-1)^2} = \frac{(x-1)^2}{(x^2-1)^2} + \frac{2x}{(x^2-1)^2}$$

$$= \frac{(x-1)^2}{(x-1)^2(x+1)^2} + \frac{2x}{(x^2-1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{2x}{(x^2-1)^2}$$

$\Longrightarrow\ \mathrm{U}(x) = -\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x^2-1} = -\dfrac{x}{x^2-1} \ \Longrightarrow\ \boxed{\mathrm{U}(x) = -\dfrac{x}{x^2-1}}$. (1,00pt)

Exercice 02 :..(5,00pts)

Soit les fonctions f et F définies par :

$$f(x) = x\sqrt{3-2x} \quad \text{et} \quad \mathrm{F}(x) = (\alpha x^2+\beta x+\gamma)\sqrt{3-2x}.$$

1°) **Déterminons les réels α, β et γ tel que F soit une primitive de f :**

F *est une primitive de f si et seulement si* : $\mathrm{F}'(x) = f(x)$.

$$\mathrm{F}'(x) = f(x) \Longrightarrow (2\alpha x+\beta)\sqrt{3-2x} - \frac{(\alpha x^2+\beta x+\gamma)}{\sqrt{3-2x}} = x\sqrt{3-2x}$$

$$\frac{-5\alpha x^2 + (6\alpha-3\beta)x + 3\beta-\gamma}{\sqrt{3-2x}} = x\sqrt{3-2x}$$

$$-5\alpha x^2 + (6\alpha-3\beta)x + 3\beta - \gamma = x(3-2x)$$

$$-5\alpha x^2 + (6\alpha-3\beta)x + 3\beta - \gamma = -2x^2+3x$$

Par identification :

$$\text{On aura : } \begin{cases} -5\alpha = -2 \\ 6\alpha - 3\beta = 3 \\ 3\beta - \gamma = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \boxed{\alpha = \dfrac{2}{5}} & (0{,}50\text{pt}) \\ \boxed{\beta = -\dfrac{1}{5}} & (1{,}00\text{pt}) \\ \boxed{\gamma = -\dfrac{3}{5}} & (1{,}00\text{pt}) \end{cases}$$

donc $\boxed{\mathrm{F}(x) = \left(\dfrac{2}{5}x^2 - \dfrac{1}{5}x - \dfrac{3}{5}\right)\sqrt{3-2x}}$ (0,50pt)

2°) **Calcul de I :**

$$\mathbf{I} = \int_0^1 f(x)\,dx$$

$$\mathbf{I} = \left[\left(\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{5}x - \frac{3}{5}\right)\sqrt{3-2x}\right]_0^1 = -\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\sqrt{3}$$

$\boxed{\mathbf{I} = \dfrac{-2+3\sqrt{3}}{5}}$ (2,00pts)