Contrôle N°1 de Mathématiques

Exercice : (12 points)

I. On donne les nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2} \ ; \ z_2 = 1 - i \ ; \ z_3 = -12e^{i\frac{\pi}{4}} \text{ et } z_4 = 3ie^{i\frac{\pi}{3}}$$

1. Donner le module et un argument de z_1 , z_2 et $\frac{z_1}{z_2}$
2. Donner la forme algébrique de $\frac{z_1}{z_2}$
3. En déduire que : $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ et $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
4. Ecrire z_3 et z_4 sous forme exponentielle et en déduire la forme algébrique de z_3 et $\frac{1}{z_4}$

II. Déterminer la forme algébrique du conjugué $\bar{z}$ de chacun des nombres complexes z suivants :

a) $= (1+i)^{2016}$; b) $z = i^{2018}$;c) $z = (2+i)^2(1-2i)$

d) $z = \left(\frac{4-6i}{2-3i}\right)\left(\frac{1+3i}{3+2i}\right)$; e) $z = \frac{2i+1}{i+2} + \frac{1-2i}{2-i}$

Problème : (08 points)

On donne les nombres complexes :

$$z_1 = 2e^{\frac{-\pi}{3}i} \ ; \ z_2 = \frac{5i-1}{3-2i} \ ; \ z_3 = \sqrt{3} + i \text{ et } z_4 = 1 + i$$

a. Ecrire z_1 et z_2 sous forme algébrique.

b. Ecrire z_3 et z_4 sous forme trigonométrique

c. En déduire que $(z_3)^{12} = 4096$

d. Montrer que $z = \dfrac{\left(\sqrt{3} + i\right)^9}{(1 + i)^{12}}$ peut s'écrire sous forme exponentielle

tel que $z = 2^3 e^{i\left(\frac{-3\pi}{2}\right)}$