EXAMEN du BACCALAURÉAT BLANC
1er Tour

SÉRIE : **T.S.Exp**	DURÉE : **03h**
ÉPREUVE DE : **MATHÉMATIQUES**	Cœff : **3**

31/05/2020

Exercice 1 :...(5,5 pts)

I/ 1°) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes les équations suivantes : (0,75 pt)

a) $Z^2-(1+\sqrt{2})Z+\sqrt{2}=0$; b) $Z+\frac{1}{Z}=1$; c) $Z+\frac{1}{Z}=\sqrt{2}$

2°) Soit P le polynôme de la variable complexe z tel que :

$$P(Z)=Z^4-(1+\sqrt{2})Z^3+(2+\sqrt{2})Z^2-(1+\sqrt{2})Z+1$$

a) Vérifier que pour tout z non nul on a : (0,5 pt)

$$\frac{P(Z)}{Z^2}=\left(Z+\frac{1}{Z}\right)^2-(1+\sqrt{2})\left(Z+\frac{1}{Z}\right)+\sqrt{2}$$

b) En utilisant ce qui précède, résoudre l'équation $P(Z)=0$. (0,75 pt)

II/ 1°) Compléter le tableau suivant : (1,5 pts)

Nombre Complexe	Forme Algébrique	Forme Trigonométrique	Forme Exponentielle
Z_A			$4e^{i\frac{\pi}{2}}$
Z_B		$4\left[\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right]$	
Z_C	$2\sqrt{3}-2i$		

2°) Placer les points A, B et C d'affixes respectives les nombres complexes Z_A , Z_B et Z_C dans un repère orthonormé $(O;\ \vec{u};\ \vec{v})$. (0,75 pt)

3°) Calculer les affixes Z et Z′ des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sous forme algébrique puis exponentielle. (1 pt)

4°) Montrer que : $Z'=\sqrt{3}\cdot e^{i\frac{\pi}{2}}Z$. (0,25 pt)

Exercice 2 :...(6,5 pts)

A) 1°) Soit les fonctions f et g définies sur ℝ par : $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ et $g(x)=\frac{x^3}{1+x^2}$

a) Calculer $I_1=\int_0^1 f(x)\,dx$. (0,5 pt)

b) Soit $I_2=\int_0^1 g(x)\,dx$. Calculer I_1+I_2 et en déduire la valeur de I_2. (1 pt)

2°) a) Déterminer les réels a, b, c tels que pour tout $u\neq\frac{1}{2}$: $\frac{u^2-1}{2u-1}=au+b+\frac{c}{2u-1}$. (0,75 pt)

b) Calculer : $\int_{-1}^{0}\left(\frac{x^2-1}{2x-1}\right)dx$. (0,5 pt)

3°) Déterminer une primitive des fonctions suivantes : (1,5 pts)

$$f(x)=\sin(4x)\cos(3x)\quad;\quad h(x)=1+\frac{1}{\tan^2 x}\quad;\quad k(x)=\frac{1}{x\ln x}\quad;\quad u(x)=\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$$

B) 1°) On considère l'application polynôme P de ℝ vers ℝ définie par :

$$P(x)=x^3-4x^2-29x-24$$

a) Écrire $P(x)$ sous la forme d'un produit de trois facteurs du premier degré. (0,5 pt)
(Sachant que 8 est une racine du polynôme P).

b) En déduire la résolution de l'inéquation : $P(x) \leq 0.$ (0,25 pt)

2°) En utilisant les résultats de la question **1°)**, résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) L'équation : $(\ln x)^3 - 4(\ln x)^2 - 29\ln x - 24 = 0.$ (0,25 pt)

b) L'inéquation : $e^{3x} - 4e^{2x} - 29e^{x} - 24 \geq 0.$ (0,25 pt)

c) L'équation : $2^{3x} - 4 \cdot 2^{2x} - 29 \cdot 2^{x} - 24 = 0.$ (0,5 pt)

d) L'inéquation : $\left(\log_5 x\right)^3 - 4\left(\log_5 x\right)^2 - 29\log_5 x - 24 < 0.$ (0,5 pt)

Problème :……………………………………………………………………………………..(8 pts)

On étudie la propagation d'une maladie lors d'une épidémie. Des relevés statiques ont permis de modéliser le nombre de malades durant l'épidémie par la fonction f définie sur l'intervalle $[1; 26]$ par : $f(t) = 24t\ln(t) - 3t^2 + 10$ où t représente le nombre de semaines écoulées depuis le premier cas constaté et $f(t)$ le nombre de milliers de malades comptabilisés après t semaines.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde de la fonction f.

1°) Calculer $f'(t)$. (0,5 pt)

2°) a) Etudier le signe de $f''(t)$ sur l'intervalle $[1; 26]$. (1 pt)

b) Dresser le tableau de variation de f' sur $[1; 26]$. (1 pt)

c) Montrer que l'équation $f'(t) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[1; 26]$ dont on donnera un encadrement par deux entiers consécutifs. (2 pts)

d) En déduire le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[1; 26]$ puis les variations de la fonction f sur $[1; 26]$. (1,5 pts)

3°) On admet que $f'(t)$ représente la vitesse de propagation de la maladie au bout t semaines.

a) Dans le contexte du problème, donner une interprétation du tableau de variations de la fonction dérivée f' obtenu à la question 2. (1 pt)

b) En se servant des questions précédentes, déterminer le nombre de semaines écoulées à partir duquel le nombre de malade par semaine a commencé à diminuer. (1 pt)

GOOD LUCK !!!