## Exercice 1:

On considère les fonctions $f(x)=x^3+2x^2+5$ et $g(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

1. Déterminons l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions

$Df=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$

$Dg=\{x/x\in\mathbb{R};\,x-1\neq 0\}$

$x-1\neq 0 \Longrightarrow x\neq 1$

$Dg=\mathbb{R}-\{1\}=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

2. Calculons la dérivée de chacune de ces fonctions

$f(x)=x^3+2x^2+5 \;\Rightarrow f'(x)=3x^2+4x$

$g(x)=\dfrac{x+1}{x-1} \;\Rightarrow g'(x)=\dfrac{1(x-1)-1(x+1)}{(x-1)^2}=\dfrac{x-1-x-1}{(x-1)^2}=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$ ; $g'(x)=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$

3. a. L'équation de la tangente à la courbe de $f$ au point d'abscisse 1

Soit $(T)$ cette tangente, on a $(T)$: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

au point A d'abscisse $x_0=1$ alors: $(T)$:$y=f'(1)(x-1)+f(1)$ avec $f(1)=8$ *et* $f'(1)=7$

On a: $(T)$: $y=7x+1$

b. L'équation de la tangente à la courbe de $g$ au point B d'abscisse 0

Soit $(T')$ cette tangente, on a $(T')$: $y=g'(0)(x-0)+g(0)$

$g'(0)=-2$ et $g(0)=-1$ alors $(T')$: $y=-2x-1$

## Exercice 2:

On désigne par la suite $(\mathrm{U}_n)$ avec $n\in\mathbb{N}^*$ le coùt pour creuser le $n^{\text{ième}}$ mètre *et* $U_1$=6000

1. Calculons $\mathrm{U}_2$; $\mathrm{U}_3$; $\mathrm{U}_4$ et $\mathrm{U}_5$

$$U_2=U_1+\frac{10}{100}(U_1)=U_1+0{,}1U_1=6000+0{,}1\times 6000=6600 \Longrightarrow U_2=6600$$

$$U_3=U_2+\frac{10}{100}(U_2)=U_2+0{,}1U_2=6600+0{,}1\times 6600=7260 \Longrightarrow U_3=7260$$

$$U_4=U_3+\frac{10}{100}(U_3)=U_3+0{,}1U_3=7260+0{,}1\times 7260=7986 \Longrightarrow U_4=7986.$$

$$U_5=U_4+\frac{10}{100}(U_4)=U_4+0{,}1U_4=7986+0{,}1\times 7986=8784{,}6 \Longrightarrow U_5\simeq 8785$$

2. Déterminons la nature de la suite $(\mathrm{U}_n)$

$U_2=U_1+0{,}1U_1=1{,}1U_1$

$U_3=U_2+0{,}1U_2=1{,}1U_2$

$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

$U_{n+1}=\mathrm{U}_n+0{,}1U_n=1{,}1U_n$

Donc $(U_n)$ est une suite géométrique de premier terme $\mathrm{U}_1=6000$ et de raison $q=1{,}1$

*Autre méthode:*

$\dfrac{U_2}{U_1}$=1,1 et $\dfrac{U_3}{U_2}$=1,1

Alors $(Un)$ est une suite géométrique de raison $q=1{,}1$ et de premier terme $U_1=6000$.

3. Montrons que $U_n=(1{,}1)^{n-1}\times U_1=(1{,}1)^{n-1}\times 6000$.

On sait que $(U_n)$ est une suite géométrique alors:

$Un = q^{n-p} \times Up$ où $Up$ est le premier terme. Ainsi $Un = (1{,}1)^{n-1} \times U_1$.

Déduisons en le coùt pour creuser 10 mètres

$$S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n = U_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$$

Le coùt pour creuser 10 mètres correspond donc à $S_{10}$

$$S_{10} = U_1 \times \frac{1-(1{,}1)^{10}}{1-1{,}1} = 6000 \times \frac{1-(1{,}1)^{10}}{-0{,}1} = 95624{,}547606$$

Pour creuser 10 mètres de puits il faut environ 95624,54 F.

**PROBLEME**:

$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

**1.** Déterminons le domaine de définition de f

$Df = \mathbb{R} = ]-\infty; +\infty[$

**2.** Les limites aux bornes du domaine de définition

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (x^3 - x^2 - x + 1) = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty \Longrightarrow \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} (x^3 - x^2 - x + 1) = \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty \Longrightarrow \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

Calculons la dérivée $f'de\ f$

$f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$

**3.** Le tableau de variation de la fonction

Posons $f'(x) = 0$

$f'(x) = 0 \Longrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0.$

On a: $3 - 2 - 1 = 0 \Longrightarrow x_1 = 1\ et\ x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{3}$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = -\frac{1}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{32}{27}$$

$f(1) = 1^3 - 1^2 - 1 + 1 = 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{3}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $\frac{32}{27}$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

**4.** La courbe de f