Exercice1 (05points)

On considère l' équation (E) : $Z^3 - Z^2 + 3Z + 5 = 0$

1) Montrons que l'équation (E) amdet une solution réelle

Soit $Z_0 = x$ la solution réelle donc on a :

$x^3 - x^2 + 3x + 5 = 0$; -1 vérifie cette équation donc $Z_0 = -1$. **(1pt)**

2) Déduisons les solutions de l'équation (E)

Alors (E) : $(Z+1)(Z^2 - 2Z + 5) = 0$ **(1pt)**

$Z_0 = -1$; $Z^2 - 2Z + 5 = 0$

$$\Delta = 4 - 20 = -16$$

$$Z_1 = \frac{2-4i}{2} = 1 - 2i$$

$$Z_2 = \frac{2+4i}{2} = 1 + 2i$$

$S = \{-1; 1-2i; 1+2i\}$ **(1,5pt)**

On note $Z_A = -1$, $Z_B = 1 - 2i$; $Z_C = 1 + 2i$

3) Déterminons la nature du triangle ABC

<u>1ère méthode :</u>

$|Z_A - Z_B| = |-1-1+2i| = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$|Z_A - Z_C| = |-1-1-2i| = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$|Z_C - Z_B| = |1+2i-1+2i| = \sqrt{4^2} = \sqrt{16} = 4$

$AB = AC \Leftrightarrow 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow 4^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow 16 = 8 + 8 = 16$

D'ou le triangle est isocèle et rectangle en A. **(1,5pt)**

<u>2ème méthode :</u>

$$\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C} = \frac{-2+2i}{-2-2i} = -i$$

ABC est un triangle isocèle et rectangle en A.

Exercice2 (05points)

En février 1995 ⟶ 20 000éléteurs

1) La popultion en février 1996

Soit $P_0 = 20\,000$

$$P_1 = P_0 + 5\%P_0 = P_0\left(1 + \frac{5}{100}\right) = P_0(1,05)$$

$P_1 = 20\,000(1,05) = 21000$ (1pt)

La popultion en février 1997

$$P_2 = P_1 + 5\%P_1 = P_1\left(1 + \frac{5}{100}\right) = P_1(1,05)$$

$P_2 = 21\,000(1,05) = 22050$ **(1pt)**

2) Trouvons la nature de la progression et précisons sa raison

On a :

Soit $P_0 = 20\ 000$

$P_1 = P_0 + 5\%P_0 = P_0(1 + \frac{5}{100}) = P_0(1{,}05)$

$P_1 = P_0 + 5\%P_0 = P_0(1 + \frac{5}{100}) = P_0(1{,}05)$

$P_2 = P_1 + 5\%P_1 = P_1(1 + \frac{5}{100}) = P_1(1{,}05)$

....

....

$P_{n+1} = P_n + 5\%P_n = P_n(1 + \frac{5}{100}) = P_n(1{,}05)$ **(1pt)**

Donc (P_n) est une suite géométrique de raison q = 1,05 et de premier terme P_0=20 000

3) Le nombre d'élécteurs en 2000

On a $P_n = P_0(1{,}05)^n$ **(0,5pt)**

$P_5 = (1{,}05)^5 \times 20\ 000 \cong 25\ 526$ élécteurs **(0,5pt)**

Le nombre d' électrices en février 2000 de cette commune

$\frac{40}{100} \times \frac{80}{100} \times 25526 \cong 8169$électrices (1pt)

Problème : (10points)

1) Etudions et représentons la fonction recette R

$R(x) = -0{,}4x^2 + 8x$; $D_{\mathcal{R}} = [0\ ;\ +\infty[$

$R'(x) = -0{,}8x + 8$ Posons $R'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ **(0,5pt)**

x	0	10	$+\infty$
$\mathcal{R}'(x)$		|	
$\mathcal{R}(x)$	0 ↗	40	↘ $-\infty$

(1,5pt)

2) L'ensemble des charges totales est la fonction $g(x) = 25 + x$

a) On resoud l'équation $R(x) = g(x)$ avec $g(x) = 25 + x$

$R(x) = g(x) \Leftrightarrow -0{,}4x^2 + 8x = 25 + x \Leftrightarrow -0{,}4x^2 + 8x - 25 - x = 0 \Leftrightarrow -0{,}4x^2 + 7x - 25 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9$; $x_1 = 12{,}5$ et $x_2 = 5$; $g(12{,}5) = 37{,}5$ et $g(5) = 30$

Les points d'intersection sont : **(12,5 ; 37,5) et (5 ; 30)** (1pt)

b) Déterminons graphiquement la zone correspondante à un gain

Le gain corrrespond à la zone où la parabole est au dessus de la droite d'équation $y = 25 + x$ (***partie hachur*ée**) . **(1pt)**

3) Déterminons la fonction bénéfice B et représentons graphiquement

$B(x) = R(x) - g(x) = -0{,}4x^2 + 7x - 25$;

$B'(x) = -0{,}8x + 7$ Posons $B'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 8{,}75$ **(0,5pt)**

x	0	$8{,}75$	$+\infty$
$B'(x)$			
$B(x)$	-25	$5{,}625$	$-\infty$

(1pt)

Le bénéfice atteint son maximum pour **$x = 8{,}75$ millions de tonnes** **(1pt)**

Echelle : sur l'axe des ordonnées on prendra 1cm pour 10