Exercice 1

1°) Domaine de définition et les limites

a) $f(x)=3x^3-2x^2+1$

$Df=\mathbb{R}=]-\infty\,;+\infty[$ **(0,25 *point*)**

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(3x^3-2x^2+1)=\lim_{x\to-\infty}3x^3=3(-\infty)^3=-\infty$ **(0, 25*point*)**

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(3x^3-2x^2+1)=\lim_{x\to+\infty}3x^3=3(+\infty)^3=+\infty$ **(0,25 *point*)**

b) $g(x)=\dfrac{3x^2-4x+1}{2-x}$

$Dg=\{x/x;\in\mathbb{R};2-x\neq 0\}$

$2-x\neq 0\Rightarrow x\neq 2$

$Dg=\mathbb{R}-\{2\}$ ou $Dg=\;]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ **(0,25 *point*)**

$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}\dfrac{3x^2-4x+1}{2-x}=\lim_{x\to-\infty}\dfrac{3x^2}{-x}=\lim_{x\to-\infty}-3x=-3(-\infty)=+\infty$ **(0,25 *point*)**

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-4x+1}{2-x}=\lim_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2}{-x}=\lim_{x\to+\infty}-3x=-3(+\infty)=-\infty$ **(0,25 *point*)**

$\lim_{x\to 2} g(x)=\lim_{x\to 2}\dfrac{3x^2-4x+1}{2-x}=\dfrac{3(2)^2-4(2)+1}{2-2}=\dfrac{12-8+1}{0}=\dfrac{5}{0}$

Etudion le signe de $2-x$

Posons $2-x=0\Rightarrow x=2$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
		$+$	0	$-$	

$\lim_{x\to 2^-} g(x)=\dfrac{5}{0^+}=+\infty$ **(0,25 *point*)** ; $\lim_{x\to 2+} g(x)=\dfrac{5}{0^-}=-\infty$ **(0,25 *point*)**

c) $h(x)=\dfrac{x+2}{2x-6}$

$Dh=\{x/x;\in\mathbb{R};2-x\neq 0\}$

$2x-6\neq 0\Rightarrow 2x\neq 6\Rightarrow x\neq 3$

$Dh=\mathbb{R}-\{3\}$ ou $Dh=\;]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$ **(0,25 *point*)**

$\lim_{x\to-\infty} h(x)=\lim_{x\to-\infty}\dfrac{x+2}{2x-6}=\lim_{x\to-\infty}\dfrac{x}{2x}=\dfrac{1}{2}$ **(0,25 *point*)**

$\lim_{x\to+\infty} h(x)=\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{2x-6}=\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x}{2x}=\dfrac{1}{2}$ **(0,25 *point*)**

$\lim_{x\to 3} h(x)=\lim_{x\to 2}\dfrac{x+2}{2x-6}=\dfrac{3+2}{2(3)-6}=\dfrac{3+2}{0}=\dfrac{5}{0}$

Etudion le signe de $2x-6$

Posons $2x-6=0\Rightarrow x=3$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
		$-$	0	$+$	

$\lim_{x\to 3^-} g(x)=\dfrac{5}{0^-}=-\infty$ **(0,25 *point*)** ; $\lim_{x\to 3^+} g(x)=\dfrac{5}{0^+}=+\infty$ **(0,25 *point*)**

d) $t(x)=\dfrac{1}{2}x-4x^2$

$Dt = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$ **(0,25 *point*)**

$\lim\limits_{x \to -\infty} t(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (\frac{1}{2}x - 4x^2) = \lim\limits_{-\infty} (-4x^2) = -4(-\infty)^2 = -\infty$ **(0,25 *point*)**

$\lim\limits_{x \to +\infty} t(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (\frac{1}{2}x - 4x^2) = \lim\limits_{+\infty} (-4x^2) = -4(+\infty)^2 = -\infty$ **(0,25 *point*)**

2°) Déterminons la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

$a(x) = 6x^3 - 2x^2 + 4x + 1$

$a'(x) = 18x^2 - 4x + 4$ **(0,5 *point*)**

$b(x) = \frac{2x+1}{1-3x}$

$b'(x) = \frac{2(1-3x)-(-3)(2x+1)}{(1-3x)^2} = \frac{2-6x+6x+3}{(1-3x)^2} = \frac{5}{(1-3x)^2}$ **(0,25 *point*)**

$c(x) = (2x+1)(x^3 - 6x + 1)$

$c'(x) = 2(x^3 - 6x + 1) + (3x^2 - 6)(2x + 1) = 2x^3 - 12x + 2 + 6x^3 + 3x^2 - 12x - 6$

$c'(x) = 8x^3 + 3x^2 - 24x - 4$ **(0,25 *point*)**

Exercice2

$C_1 = 7500F$ *et la raison* $r = 500F$

1°) le coût *de confection du deuxième vêtement et troisième vêtement* :

$C_2 = 7500 + 500 = 8000$ F (1,25 ***point***)

$C_3 = 8000 + 500 = 8500$ F (1,25 ***point***)

2°) C_n est le coût de confection du n$^{\text{ième}}$ vêtement.

Exprimons C_n en fonction de n

(C_n) etant une suite suite arithmetique de raison r = 500 et premier terme $C_1 = 7500$

Ainsi on a : $C_n = C_1 + (n-1)r \Rightarrow C_n = 7500 + (n-1)500$

$C_n = 7000 + 500n$ (1,5***point***)

3°) $C_n = 10000$

$7000 + 500n = 10000 \Rightarrow 500n = 10000 - 7000 \Rightarrow n = \frac{3000}{500} \Rightarrow n = 6$

Au 6$^{\text{ième}}$ vêtement (1 ***point***)

Problème

On considére la fonction f définie par : $f(x) = -x^3 + 3x - 2$.

1°) *Déterminons l'ensemble de définition Df de f.*

$Df = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$ (1 ***point***)

2°) *Calculons les* limites *aux bornes de Df.*

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (-x^3 + 3x - 2) = \lim\limits_{x \to -\infty} (-x^3) = -(-\infty)^3 = +\infty$ (0,5 ***point***)

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (-x^3 + 3x - 2) = \lim\limits_{x \to +\infty} (-x^3) = -(+\infty)^3 = -\infty$ (0,5 ***point***)

3°) *a) Calculons la fonction dérivée de la fonction f*

$f'(x) = -3x^2 + 3$ (1,5 ***point***)

b) Etudions les variation de f. **(2,5 *points*)**

Posons : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow -3x^2 = -3 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$ *ou* $x = -1$

$-\infty$	-1	1	$+\infty$
	0	0	

x			
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty \searrow -4$	$-4 \nearrow 0$	$0 \searrow -\infty$

$f(-1)=-(-1)^3+3(-1)-2=1-3-2=-4$

$f(1)=-(1)^3+3(1)-2=-1+3-2=0$

4°) *Déterminons une équation de la tangente* (T) *à la courbe* (C) *de* f *au point d'abscisse* 3

$(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ *et* $x_0=3$ (0,5 ***point***)

$f'(3)=-3(3)^2+3=-27+3=-24$

$f(x)=-(3)^3+3(3)-2=-27+9-2=-20$

$y=-24(x-3)-20 \Rightarrow y=-24x+72-20$

$(T): y=-24x+52$ (0,5 ***point***)

5°)

Completons le tableau suivant : (**2**,5 ***points***)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0	-4	-2	4	-4

6°) *Traçons la courbe* (C) *et* (T) *dans un repère orthonormé.*