Exercice1:

1. Calculons les limites suivantes

a. $\lim\limits_{x\to 0^+}(x+2+\ln x)=-\infty$ **(1 *point*)**

b. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{e^x}+x\right)=+\infty$ **(1 *point*)**

c. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+3}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}2=2$ **(1 *point*)**

2. Déterminons une primitive des fonctions suivantes:

a. $f(x)=x+1\Rightarrow F(x)=\dfrac{1}{2}x^2+x+c$ (0,75 ***point***)

b. $g(x)=(x+2)^2\Rightarrow G(x)=\dfrac{1}{3}(x+2)^3+c$ (0,75 ***point***)

c. $h(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}\Rightarrow H(x)=\dfrac{-1}{x-1}+c$ (0,5 ***point***)

Exercice2:

On considère le polynôme $P(x)=2x^3-9x^2-8x+15$.

1. a. Calculons $P(1)$

$P(1)=2(1)^3-9(1)^2-8(1)+15=2-9-8+15=-15+15=0$

$P(1)=0$ **(1 *point*)**

b. Vérifions que $P(x)=(2x^2+x-3)(x-5)$

$P(x)=(2x^2+x-3)(x-5)=2x^3-10x^2+x^2-5x-3x+15$

$=2x^3-9x^2-8x+15=P(x)$ **(1 *point*)**

c. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $\mathrm{P}(x)=0$

$P(x)=0 \Leftrightarrow P(x)=(2x^2+x-3)(x-5)=0$

$\Leftrightarrow 2x^2+x-3=0 \ \ ou\ x-5=0$

$x-5=0\Rightarrow x=5$

$2x^2+x-3=0$

$a+b+c=2+1-3=0\Rightarrow x_1=1;\ \ x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-3}{2}$

$S=\left\{-\dfrac{3}{2};1;5\right\}$ **(1 *point*)**

2. Résolvons dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

a. $2(\ln x)^3-9(\ln x)^2-8\ln x+15=0$

Ensemble de validite : $Dv=]0;+\infty[$

Posons $X=\ln x$ et on obtient l'équation : $2X^3-9X^2-8X+15=0$

D'après la question 1°) on a : $X_1=-\dfrac{3}{2};\ X_2=1;\ X_3=5$

Pour $X=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow \ln x=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow x=e^{-\frac{3}{2}}$.

Pour $X=1\Rightarrow\ln x=1\Rightarrow x=e$

Pour $X=5\Rightarrow\ln x=5\Rightarrow x=e^5$

$S = \left\{ e^{-\frac{3}{2}}; e; e^{5} \right\}$ **(1 *point*)**

b. $2e^{3x} - 9e^{2x} - 8e^{x} + 15 = 0$

Posons $X = e^{x}$ $(X > 0)$ l'équation devient $2X^{3} - 9X^{2} - 8X + 15 = 0$

$X_1 = -\frac{3}{2}$; $X_2 = 1$; $X_3 = 5$

Pour $X = -\frac{3}{2} \Rightarrow e^{x} = -\frac{3}{2}$ *impossible*

Pour $X = 1 \Rightarrow e^{x} = 1 \Rightarrow x = \ln 1 = 0$

Pour $X = 5 \Rightarrow e^{x} = 5 \Rightarrow x = \ln 5$

$S = \{0; \ln 5\}$ **(1 *point*)**

Problème:

La production d'une entreprise sur les cinq premières années est exprimée par la fonction suivante $f(t) = \frac{-t^2}{2} + 2t + 36$ où t s'exprime en années avec $t \in [0; 5]$.

1. Calculons $f'(t)$ et étudions son signe :

Dérivée :

$f'(t) = -t + 2$ **(2 *points*)**

Signe de $f'(t)$:

Posons $f'(t) = 0 \Rightarrow -t + 2 = 0 \Rightarrow -t = -2 \Rightarrow t = 2$

t	0		2		5
$f'(t)$		+	0	−	

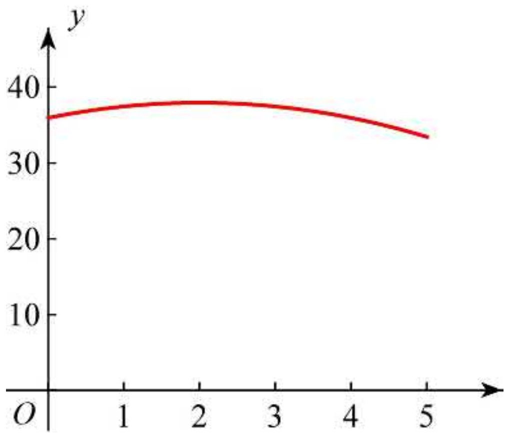
(1 *point*)

2. Tableau de variation

t	0		2		5
$f'(t)$		+	0	−	
$f(t)$	36	↗	38	↘	33,5

(3 *points*)

3. Traçons la courbe representative de f Dans le plan muni d'un repère orthonormé



(2*points*)

4. C'est à la 2ème année que la production est maximale (t = 2) **(1,5 *point*)**