

**EXERCICE1: (5pts)**

**1. Calculons les trois capitaux et leurs taux respectifs de placement :**

Soit  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  les capitaux respectives

D'une part  $C_1 + C_2 + C_3 = 510\ 000$  (0,25pt)

d'autre part  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont dans cet ordre en progression arithmétique croissante donc

$$C_1 + C_3 = 2C_2$$

$$C_1 + C_2 + C_3 = 510\ 000 \Rightarrow 2C_2 + C_2 = 510\ 000 \Rightarrow 3C_2 = 510\ 000 \Rightarrow C_2 = 170\ 000\ F \quad (0,5pt)$$

On a :  $C_1 = \frac{7}{10}C_3$  (0,25pt)

$$\Rightarrow 10C_1 = 7C_3 \text{ et } C_1 + C_3 = 340\ 000 \Rightarrow C_3 = 340\ 000 - C_1$$

$$10C_1 = 7C_3 \Rightarrow 10C_1 = 7(340\ 000 - C_1) \Rightarrow 17C_1 = 2\ 380\ 000 \Rightarrow C_1 = 140\ 000\ F \quad (0,5pt)$$

$$C_3 = 340\ 000 - C_1 \Rightarrow C_3 = 340\ 000 - 140\ 000 \Rightarrow C_3 = 200\ 000\ F \quad (0,5pt)$$

$C_1 = 140\ 000\ F$  ;  $C_2 = 170\ 000\ F$  ;  $C_3 = 200\ 000\ F$

Autre méthode

$C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont dans cet ordre en progression arithmétique croissante de raison  $r$

$$C_1 + C_2 + C_3 = 510\ 000 \Rightarrow C_1 + C_1 + r + C_1 + 2r = 510\ 000$$

$$3C_1 + 3r = 510\ 000 \quad (1)$$

$$C_1 = \frac{7}{10}C_3 \Rightarrow 10C_1 = 7C_3 \Rightarrow 10C_1 - 7C_3 = 0 \Rightarrow 10C_1 - 7(C_1 + 2r) = 0$$

$$\Rightarrow 10C_1 - 7C_1 - 14r = 0 \Rightarrow 3C_1 - 14r = 0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} 3C_1 + 3r = 510\ 000 \\ 3C_1 - 14r = 0 \end{cases}$$

$$17r = 510\ 000 \Rightarrow r = 30\ 000$$

$$3C_1 + 3(30\ 000) = 510\ 000 \Rightarrow 3C_1 = 420\ 000 \Rightarrow C_1 = 140\ 000\ F$$

$$C_2 = C_1 + r = 140\ 000 + 30\ 000 \Rightarrow C_2 = 170\ 000\ F$$

$$C_3 = C_2 + r = 170\ 000 + 30\ 000 \Rightarrow C_3 = 200\ 000\ F$$

Soit  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$  les taux respectifs

D'une part  $t_1 + t_2 + t_3 = 36,4$  (0,25pt)

$t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$  sont dans cet ordre en progression géométrique.

Soit  $q$  la raison de cette progression

$$t_1 + t_2 + t_3 = 36,4 \Rightarrow t_1 + t_1q + t_1q^2 = 36,4 \Rightarrow t_1(1 + q + q^2) = 36,4 \Rightarrow t_1 = \frac{36,4}{1 + q + q^2}$$

D'autre part les revenus annuels sont proportionnels à 84 et 85

$$I_1 = \frac{C_1 t_1}{100}, I_2 = \frac{C_2 t_2}{100}, \frac{I_1}{84} = \frac{I_2}{85} \quad (0,25pt)$$

$$\frac{\frac{C_1 t_1}{100}}{84} = \frac{\frac{C_2 t_2}{100}}{85} \Rightarrow 85 C_1 t_1 = 84 C_2 t_2 q \Rightarrow 85 \times 140\ 000 = 84 \times 170\ 000 q$$

$$\Rightarrow 1428q = 1190 \Rightarrow q = \frac{5}{6}$$

$$t_1 = \frac{36,4}{1+q+q^2} \Rightarrow t_1 = \frac{36,4}{1+\frac{5}{6}+\frac{25}{36}} \Rightarrow t_1 = 14,4\% \quad (0,5pt)$$

$$t_2 = t_1 q = \frac{14,4 \times 5}{6} \Rightarrow t_2 = 12\% \quad (0,5pt)$$

$$t_3 = t_1 q^2 = 14,4 \left(\frac{5}{6}\right)^2 \Rightarrow t_3 = 10\% \quad (0,5pt)$$

$$\underline{t_1 = 14,4\%} \quad ; \quad \underline{t_2 = 12\%} \quad ; \quad \underline{t_3 = 10\%}$$

## 2. Calculons le taux moyen de placement

$$t_m = \frac{\sum C_i t_i n_i}{\sum C_i n_i} = \frac{140\,000 \times 14,4 + 170\,000 \times 12 + 200\,000 \times 10}{140\,000 + 170\,000 + 200\,000}$$

$$= \frac{6\,056\,000}{510\,000} \Rightarrow \underline{t_m = 11,87\%} \quad (1pt)$$

## EXERCICE2 : (5pts)

### 1. Soit $T$ le taux de diminution de la déforestation

#### Methode1:

$$4\,600 = 27\,000 \left(1 - \frac{T}{100}\right) \Rightarrow 1 - \frac{T}{100} = \frac{23}{135} \Rightarrow T = 82,96\% = 83\%$$

#### Methode2:

$$\frac{V_F - V_i}{V_i} = \frac{4\,600 - 27\,000}{27\,000} \times 100 = -82,96\% = -83\% \quad (\text{une baisse de } 83\%)$$

#### Methode3:

$$CM = \frac{4\,600}{27\,000} = \frac{23}{135} \quad \text{où } CM \text{ désigne le coefficient multiplicateur.}$$

$$\text{donc } t = (CM - 1) \times 100 = \left(\frac{23}{135} - 1\right) \times 100 = -82,96\% = -83\% \quad (\text{une baisse de } 83\%)$$

$T=83\%$  donc la déclaration de la Ministre brésilienne est vraie.  $(1pt)$

$$2. a. \text{ Montrons que } \left(1 - \frac{t}{100}\right)^7 = \frac{23}{135}$$

Entre 2004 et 2011 il ya 7 ans donc on a :

$$4\,600 = 27\,000 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^7 \Rightarrow \left(1 - \frac{t}{100}\right)^7 = \frac{23}{135}. \quad (1pt)$$

#### b. Déterminons $t$

$$\left(1 - \frac{t}{100}\right)^7 = \frac{23}{135} \Rightarrow 1 - \frac{t}{100} = \sqrt[7]{\frac{23}{135}} \Rightarrow t = \left(1 - \sqrt[7]{\frac{23}{135}}\right) \times 100 \Rightarrow \underline{t = 22,34\%} \quad (1pt)$$

#### Interpretation:

Le taux de diminution annuel de déforestation de l'Amazonie entre 2004 et 2011 est de 22,34%  $(0,5pt)$

#### c. Estimons la surface de déforestation en 2018

Soit  $U_0$  la surface de déforestation en 2004 et  $U_n$  la surface de déforestation en  $(2004 + n)$

$$U_1 = U_0 \left(1 - \frac{t}{100}\right)$$

$$U_2 = U_1 \left(1 - \frac{t}{100}\right)$$

.....

.....

$$U_{n+1} = U_n \left(1 - \frac{t}{100}\right)$$

donc  $(U_n)$  est une suite géométrique de raison  $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$  et de premier terme  $U_0 = 27\,000$

Entre 2004 et 2018 il ya 14 ans donc on a :

$$U_{14} = 27\,000 \left(1 - \frac{22,34}{100}\right)^{14} \Rightarrow \underline{U_{14} = 784 \text{ km}^2}.$$

La surface de déforestation en 2018 si cette évolution se poursuit à l'identique est estimé à  $784 \text{ km}^2$ . **(1,5pt)**

**PROBLEME : (10pts)**

$$CT(x) = 0,1x^2 + 16\,000$$

**1. Montrons que la fonction bénéfice  $BT$  est définie par :**

$$\underline{BT(x) = -0,1x^2 + 100x - 16\,000}$$

La fonction recette  $RT$  est définie par :  $RT(x) = 100x$  **(0,5pt)**

Bénéfice = Recette - coût total **(0,5pt)**

$$\begin{aligned} BT(x) &= RT(x) - CT(x) \\ &= 100x - (0,1x^2 + 16\,000) \end{aligned}$$

$$\underline{BT(x) = -0,1x^2 + 100x - 16\,000} \quad \text{(1pt)}$$

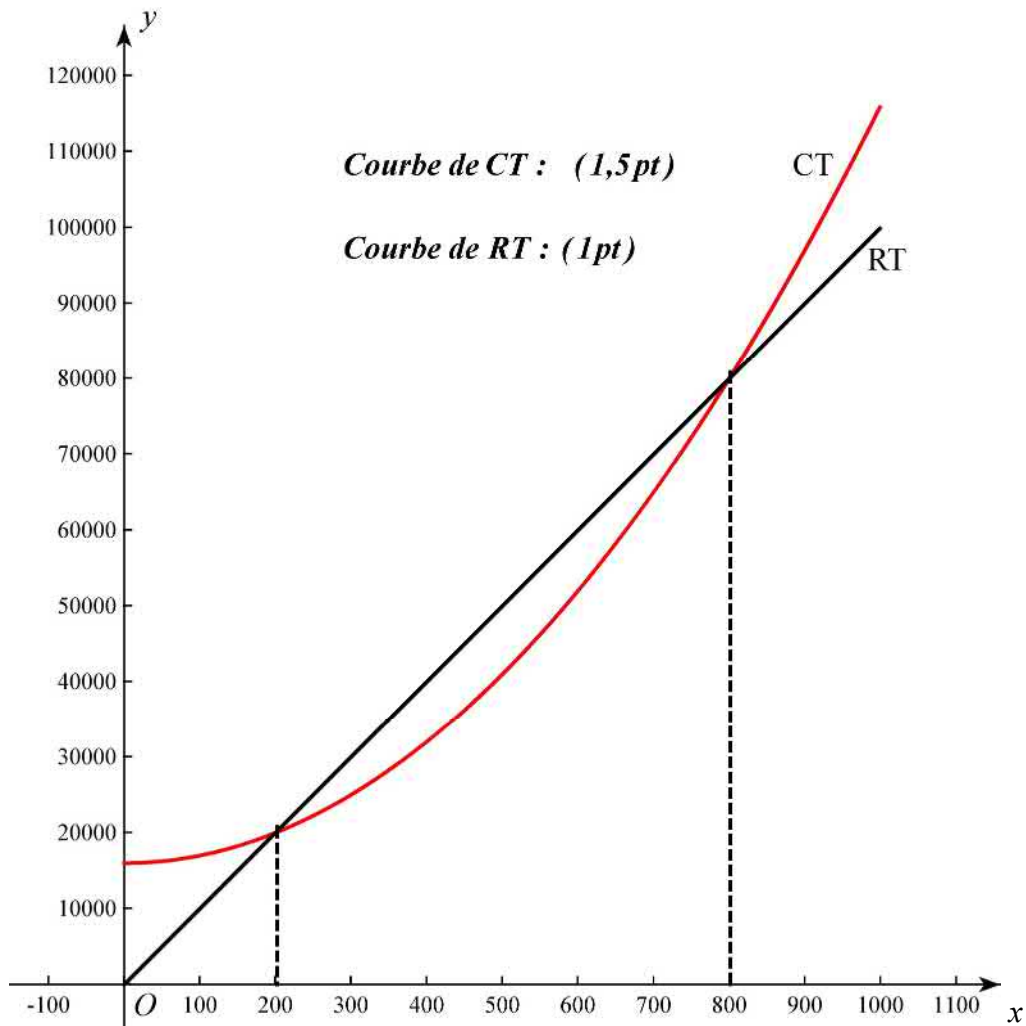
**2. Etudions le sens de variation de  $CT$**

$$CT(x) = 0,1x^2 + 16\,000 \Rightarrow CT'(x) = 0,2x \quad \text{(0,5pt)}$$

$$CT'(x) = 0,2x \geq 0 \text{ pour tout } x \text{ de } [0 ; 1\,000] \quad \text{(0,5pt)}$$

donc la fonction  $CT$  est croissante sur  $[0 ; 1\,000]$  **(0,5pt)**

**Représentation graphique de  $CT$**



**3. Représentation graphique de  $RT$  (voir figure)**

D'après le graphique la courbe de  $RT$  est au dessus de celle de  $CT$  dans l'intervalle  $[200 ; 800]$ . *(0,5pt)*

**4. Etudions le signe de  $BT(x)$**

$$BT(x) = 0 \Rightarrow -01x^2 + 100x - 16\,000 = 0$$

$$\Delta = 100^2 - 4(-0,1)(-16\,000) = 3\,600 \quad (0,5pt)$$

$$x = 800 \text{ ou } x = 200 \quad (0,5pt)$$

$x$	0	200	800	1000
$BT(x)$	-	0	+	0
				-

*(1pt)*

$$BT(x) \leq 0 \text{ sur } [0 ; 200] \cup [800 ; 1000] \quad (0,25pt)$$

$$BT(x) \geq 0 \text{ sur } [200 ; 800]. \quad (0,25pt)$$

Pour que l'entreprise réalise un bénéfice  $x$  doit appartenir à l'intervalle  $]200 ; 800[$ . *(1pt)*