

**Exercice 1.....(6 pts)**

I. Soit le nombre complexe  $Z = \frac{(1-i)^3}{\sqrt{3+i}}$ .

Ecris  $Z$  sous la forme :

1. trigonométrique ;
2. exponentielle.

II. On donne :  $z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$  et  $z_2 = 1-i$ .

1. Donne la forme trigonométrique de  $z_1, z_2$  et  $\frac{z_1}{z_2}$ .
2. Trouve la forme algébrique de  $\frac{z_1}{z_2}$ .
3. Déduis :  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$ .

**Exercice 2.....(4 pts)**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations, d'inconnue  $x$ , suivantes :

1.  $3e^{2x} - 7e^x + 2 = 0$ .
2.  $e^{2x+5} \times e^{x+1} = e^{x-1}$ .
3.  $(\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 + 3 \ln(x) - 2 = 0$ .

**Problème.....(10 pts)**

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f : x \mapsto f(x) = \frac{2 + \ln x}{x}$ . On désigne par  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans le repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , d'unités graphiques  $2cm$  sur l'axe des abscisses et  $1cm$  sur l'axe des ordonnées.

1. Détermine le domaine de définition  $D_f$  de  $f$ .
2. Calcule les limites aux bornes de  $D_f$ . En déduis les asymptotes éventuelles de  $f$ .
3. Détermine l'équation de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  au point d'abscisse 1.
4. Trace  $(T)$  à  $(C)$ .
5. Soit la fonction  $F$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $F : x \mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2 + 2 \ln x$ .

- a. Calcule  $F'(x)$ .
- b. Calcule, en  $cm^2$ , l'aire de la partie du plan délimité par  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations :  $x = 1$  et  $x = e$ .