GROUPE DE REPETITION LE GENIE SE DEVELOPPE Tel : 671346005
CLASSE : TERMINALE D
MATIERE : MATHEMATIQUE

★☞ SUJET TYPE N°1 ☜★

Exercice 1 :

A la suite de plusieurs campagnes de vaccination réalisées dans un village du Cameroun, les études ont révélé que la probabilité pour qu'un enfant de moins de 5 ans soit atteint de poliomyélite est de 0,05. On choisit au hasard un enfant de moins de 5 ans de ce village.

1. Quelle est la probabilité pour que cet enfant ne soit pas atteint de poliomyélite ?
2. On effectue un contrôle sur 8 enfants âgés de moins de 5 ans dans ce village ? Calculer la probabilité chacun des événements suivants :

   A : « aucun enfant n'est atteint de poliomyélite »

   B : « trois enfants sont atteints de poliomyélite »

   C : « au moins quatre enfants sont atteints de poliomyélite »

Exercice 2 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. Soit $z=x+iy$ et $z'=x'+iy'$ deux nombres complexes. On considère la transformation r définie par :

A tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que : $\begin{cases} 2x'=x-y\sqrt{3}+\sqrt{3} \\ 2y'=x\sqrt{3}+y+1 \end{cases}$.

1. (a) Donner l'écriture complexe de r.

   (b) En déduire la nature exacte et les éléments caractéristiques de r.

2. Soit h l'application du plan qui a tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que : $z'=-2z+3i$.

   Montrer que h est une homothétie de centre $\Omega\left(0\,;1\right)$.

3. On considère $s=r\circ h$.

   (a) Déterminer la nature et les éléments géométriques de s.

   (b) Donner l'expression exponentielle de s.

Problème : ***Le problème comporte deux parties indépendantes A et B.***

Partie A :

La fonction est définie dans $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^{1-x}$. (C) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Etudier le sens des variations de f puis dresser son tableau de variation.
2. Tracer la courbe (C) de f dans un repère orthonormé.
3. La suite (U_n) est définie pour tout entier naturel n par $U_n=f(n)$.

   Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

4. La suite (V_n) est définie pour tout entier naturel n par $V_n=\ln U_n$.

   Montrer que (V_n) est une suite arithmétique puis exprimer V_n en fonction de n.

5. On pose $S_n = U_1 + U_2 + ... + U_n$ et $S'_n = U_2 \times U_3 \times ... \times U_{n+1}$.

(a) Calculer S_n en fonction de n et montrer que $S'_n = e^{-\frac{n(n+1)}{2}}$.

(b) Déterminer les limites de S_n et de S'_n quand n tend vers $+\infty$.

Partie B :

On considère l'équation différentielle $(E): y'' + 4y' + 5y = 0$.

1. (a) Déterminer la solution générale de (E).

(b) Déterminer la solution de (E) dont la courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé passe par le point de coordonnées $(0\,;1)$ et la tangente en ce point a pour coefficient directeur égal à -2.

2. Soit f la fonction de la variable réelle définie de $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ par : $f(x) = e^{-2x}\cos x$.

On note C_f la courbe de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

(a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente à C_f au point d'abscisse 0.

(b) Donner le signe de f dans son ensemble de définition.

3. Soit F la fonction définie par $F(x) = \frac{1}{5}e^{-2x}(\sin x - 2\cos x)$. (Δ) le domaine du plan limité par la courbe C_f, l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = -\frac{\pi}{2}$.

(a) Montrer que F est une primitive de f sur $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

(b) En déduire la valeur exacte de l'aire du domaine (Δ).

Bonne Chance !!! ***« Que l'inspiration vous étouffe »***