



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: تسيير واقتصاد

دورة: 2020

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

- إليك جدول تغيرات دالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$.
(C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أجب بـ: صحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	$+\infty$		1

- (1) المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ مقارب لـ (C_f) عند $-\infty$.
- (2) النقطة $A(3; 2)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f) .
- (3) $f(2020) > f(2019)$.
- (4) المستقيم ذو المعادلة $y = 1$ يقطع (C_f) في نقطة واحدة.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يتقاضى موظف خلال 2019 راتبا شهريا ثابتا يقدر بـ 70 000 DA، في شهر جانفي استهلك منه 80% و ابتداءً من شهر فيفري قرّر تخفيض مبلغ الاستهلاك شهريا بنسبة 5% من المبلغ المستهلك في الشهر الذي قبله.

- (1) أ. ما هو المبلغ المستهلك في شهر جانفي؟
ب. حدّد المبلغ المستهلك في شهر فيفري.
- (2) نضع: u_1 المبلغ المستهلك في شهر جانفي و u_n المبلغ المستهلك في الشهر n ، حيث n عدد طبيعي غير معدوم.
عبّر عن u_{n+1} بدلالة u_n و استنتج أنّ (u_n) متتالية هندسية أساسها 0.95.
- (3) اكتب عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .
- (4) أ. احسب المبلغ المستهلك خلال سنة 2019.
ب. أوجد المبلغ المدخر خلال هذه السنة.



التمرين الثالث: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول $u_0 = 1$ حيث: $u_0 = 1$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{3}{2}$

(1) أ . برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n < \frac{9}{2}$

ب. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و استنتج أنّها متقاربة .

(2) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $v_n = u_n - \frac{9}{2}$

أ . بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يُطلب حساب حدّها الأول v_0 .

ب. عبّر عن v_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

احسب S_n بدلالة n .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

(1) احسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(3) احسب $g(1)$ ثمّ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 2 + x \ln x$

(C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. (يُعطى : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$)

(2) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما : $f'(x) = g(x)$

(3) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(4) احسب $f(2)$ ثمّ انشئ (C_f) .

(5) الدالة F معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{5}{4}x^2 + 2x - 8 + \frac{1}{2}x^2 \ln x$

بيّن أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x$.

(C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة التالية مع التبرير.

- (1) الدالة الأصلية لـ f على \mathbb{R} التي تنعدم من أجل $x=1$ هي الدالة F حيث:

(أ) $F(x) = x^3 - x^2$	(ب) $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2$	(ج) $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2 + \frac{8}{9}$
------------------------	-----------------------------------	---
- (2) القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0;1]$ هي:

(أ) $\frac{1}{9}$	(ب) $-\frac{8}{9}$	(ج) $\frac{8}{9}$
-------------------	--------------------	-------------------
- (3) الدالة f متزايدة تماما على المجال:

(أ) $[3; +\infty[$	(ب) $[-3; +\infty[$	(ج) $]-\infty; 3]$
--------------------	---------------------	--------------------
- (4) المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{-5}{3}$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتهما:

(أ) 1 و 5	(ب) 1 و -5	(ج) -1 و -5
-----------	------------	-------------

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المتتالية الهندسية (v_n) حدّها الأول v_0 وأساسها q موجبان تماما و:

$$\begin{cases} \ln v_5 + \ln v_3 = 8 \ln 2 \\ \ln v_5 - \ln v_3 = 2 \ln 2 \end{cases}$$

(1) بيّن أنّ: $v_3 = 8$ و $v_5 = 32$

(2) أ . بيّن أنّ: $q = 2$ و $v_0 = 1$

ب . اكتب v_n بدلالة n .

ج . هل العدد 1024 حدّ من حدود المتتالية (v_n) ؟

(3) المتتالية (w_n) معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} بـ: $w_n = 2n - 3 + 2^n$

أ . تحقّق أنّ: $w_n = u_n + v_n$ ، حيث (u_n) متتالية حسابية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول u_0 .

ب . من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = (n+1)(n-3) + 2^{n+1} - 1$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول u_0 حيث: $u_0 = 5$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{5}{7}u_n + \frac{6}{7}$

(1) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n > 3$

- (2) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) واستنتج أنّها متقاربة.
- (3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n ب: $v_n = u_n - 3$
 أ. بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.
 ب. اكتب عبارة v_n بدلالة n .
 ج. استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2 \times (\frac{5}{7})^n + 3$ واحسب نهاية (u_n) .
- (4) عيّن أصغر قيمة للعدد الطبيعي n التي يكون من أجلها: $u_n < \frac{7}{2}$.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

x	0	$+\infty$
$g(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(I) الجدول المقابل هو جدول تغيرات الدالة g المعرّفة

$$g(x) = 3x^3 - 2 + 4 \ln x \quad \text{على المجال }]0; +\infty[\text{ ب:}$$

(1) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,9 < \alpha < 1$

(2) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0; +\infty[$.

(II) الدالة العددية f معرّفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = 3x - 2 - \frac{2 \ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (تؤخذ وحدة الطول $2cm$)

(1) احسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. (يُعطى: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$)

(2) أ. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 3x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(3) أ. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(4) ارسم كلا من (Δ) و (C_f) . (تؤخذ $f(\alpha) \approx 0,9$)

(5) الدالة H معرّفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $H(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$

أ. بيّن أنّ H دالة أصلية للدالة: $x \mapsto -\frac{\ln x}{x^2}$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب. احسب بـ cm^2 مساحة الحيزّ المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتهما: $x = 1$ و $x = 2$.