الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2020

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

1) قانون احتمال المتغيّر العشوائي X معرّف بالجدول المقابل :

x_i	-2	0	1	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X هو:

أ) $-\frac{1}{20}$ ب) $-\frac{1}{10}$ جـ) $-\frac{3}{20}$

2) المتتالية العددية (w_n) معرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = 4\times 5^n - 2n + 1$

نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \cdots + w_n$

S_n يساوي: أ) $5^{n+1}-(n+1)^2$ ب) $5^{n+1}-n^2$ جـ) 5^n-n^2

3) نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $-2e^{2x}+5e^x-2\geq 0$

مجموعة حلول هذه المتراجحة في مجموعة الأعداد الحقيقية هي:

أ) $[-\ln 2;\ln 2]$ ب) $[-1;-\ln 2]$ جـ) $[\ln 2;+\infty[$

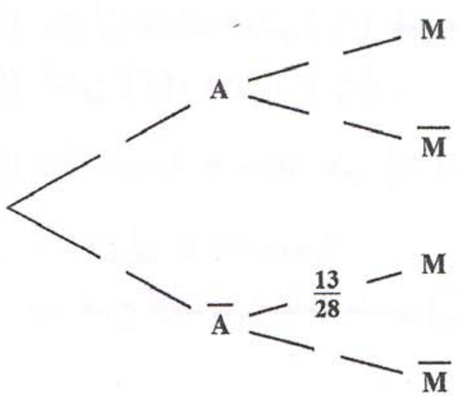
التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي وعاء U على 4 كريات حمراء و 6 سوداء، ويحتوي وعاء V على 5 كريات حمراء و 3 سوداء وكل الكريات متماثلة ولا نفرّق بينها عند اللّمس. نسحب عشوائيا كريتين في آنٍ واحد من أحد الوعاءين بالكيفية التالية:

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 6 ، إذا تحصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكريتين من U و في باقي الحالات نسحب الكريتين من V .

نسمّي A الحدث: " الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5 " .

نسمّي M الحدث: " الحصول على كريتين من نفس اللّون".



1) تحقق أنّ $P(\overline{A})$ احتمال السّحب من الوعاء V هو $\frac{2}{3}$.

2) علماً أنّ الكريتين المسحوبتين من U، بيّن أنّ احتمال أن تكونا من نفس اللّون هو $\frac{7}{15}$.

3) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها واستنتج $P(M)$.

4) احسب $P_{\overline{M}}(A)$ احتمال السّحب من الوعاء U علما أنّ الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللّون؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بـ : $u_0=\alpha$ (α عدد حقيقي)، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n-1$.

1) نفرض أنّ $\alpha=-4$.

برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=-4$.

2) نفرض أنّ $\alpha\neq-4$.

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n+4$.

أ . أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

ب. اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n و α ثمّ بيّن أنّ المتتالية (u_n) متقاربة.

جـ. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$.

احسب S_n بدلالة n و α ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الدالة العددية f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x^2}$.

$(\mathscr{C}_f)$ التمثيل البياني لـ f في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(تُؤخذ وحدة الطول $2cm$)

1) أ . احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ثمّ بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

ب. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ عند $+\infty$.

جـ. ادرس وضعية $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2) الدالة العددية g معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^3-1+2\ln x$.

أ . بيّن أنّ g متزايدة تماماً على $]0;+\infty[$.

ب. احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

3) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) بيّن أنّ التمثيل البياني $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ)، ويُطلب تعيين معادلة له.

5) أنشئ (T)، (Δ) و $(\mathscr{C}_f)$.

6) الدالة العددية h معرّفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=-|x|+1+\frac{\ln|x|}{x^2}$.

أ . بيّن أنّ h دالة زوجية.

ب. اشرح كيف يتم إنشاء المنحنى (C_h) الممثّل للدالة h انطلاقا من (C_f). (لا يُطلب انشاء (C_h)).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

1) نعتبر الدّالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بالشكل : $f(x)=-x+\ln x$.

على المجال $]0;+\infty[$ ، الدّالة f :

أ) متزايدة تماما　　　ب) متناقصة تماما　　　جـ) غير رتيبة

2) يتكون فريق عمل من 4 إناث و 3 ذكور، يراد تشكيل لجنة تضم 3 أعضاء.

احتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو:

أ) $\frac{6}{7}$　　　ب) $\frac{4}{7}$　　　جـ) $\frac{1}{7}$

3) لتكن (u_n) متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول u_0 ، حيث: $u_0=e^{-\frac{1}{2}}$. (e أساس اللوغاريتم النيبيري)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n=\ln(u_0\times u_1\times \cdots \times u_n)$

S_n يساوي:

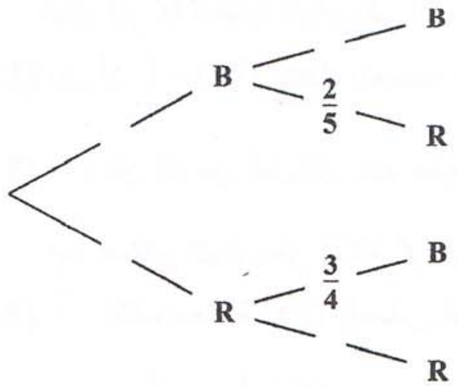
أ) $\frac{n^2-1}{2}$　　　ب) $\frac{n^2+1}{2}$　　　جـ) $\frac{n^2}{2}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميّز بينها عند اللمس، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية: إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس .

1) أ. انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.

B يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء و R إلى الحصول على كرية حمراء.



ب. احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ. عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X .

ب. بيّن أنّ: $P(X=1)=\frac{27}{50}$ ، ثمّ عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

جـ. احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=3u_n-2n+3$

1) احسب كلا من u_1 و u_2 ثم خمّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n-n+1$.

أ . بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 ، يُطلب حساب حدّها الأول.

ب. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .

جـ. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=\frac{1}{2}\left(3^{n+1}+n^2-n-3\right)$.

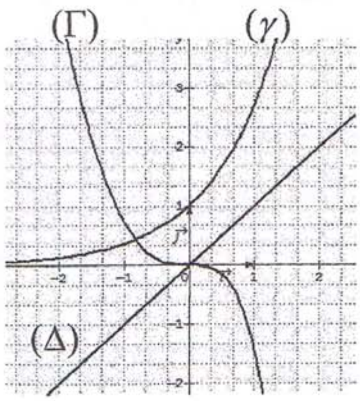
ب. احسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

في الشّكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثِّل للدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2x^2+2x-2xe^x$

(Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y=x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة: $x\mapsto e^x$.



بقراءة بيانية:

1) برّر أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x-x>0$

2) حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$ علما أنّ $g(0)=0$.

II) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-1+\frac{2e^x}{e^x-x}$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثمّ فسّر نتيجتي النهايتين هندسيا.

2) أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x)=\frac{2e^x(1-x)}{(e^x-x)^2}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ . اكتب معادلة لـ(T) المماس للمنحنى (C_f) في النّقطة A ذات الفاصلة 0.

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x يكون: $f(x)-(2x+1)=\frac{g(x)}{e^x-x}$.

جـ. استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$، ماذا تمثّل النقطة A بالنسبة إلى (C_f)؟

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;1]$ ، ثم تحقق أنّ: $-0.6<\alpha<-0.5$.

5) أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f).

انتهى الموضوع الثاني