الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2020

الشعبة: تقني رياضي

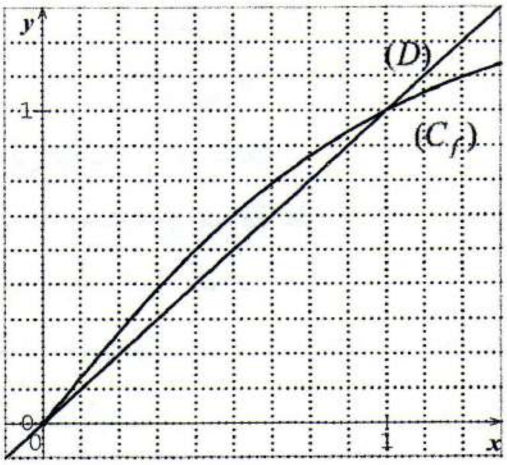
اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

الدالة العددية f معرفة ومتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x}{\sqrt{4x^2+5}}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (D) المستقيم ذو المعادلة $y=x$.



المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدها الأول u_0 حيث: $u_0=\dfrac{1}{2}$

و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ . أعد رسم الشكل المقابل ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزا خطوط الإنشاء.

ب. ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) أ . برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $\dfrac{1}{2}\le u_n<1$.

ب. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما، ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n^2}{1-u_n^2}$

برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{9}{5}$ يُطلب تعيين حدها الأول v_0.

4) أ . اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ب. احسب نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المعادلتين : $693x-216y=738 \cdots (E_1)$ و $77x-24y=82 \cdots (E_2)$ حيث x و y عددان صحيحان.

1) جِد $PGCD(693;216)$ و استنتج أنّ المعادلتين (E_1) و (E_2) متكافئتان.

2) تحقّق أنّ الثنائية $(2;3)$ حلّ للمعادلة (E_2) ثمّ أوجد حلولها في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.

3) جِد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E_2) التي تُحقّق: $|y-x|\le 54$.

4) ليكن N عددا طبيعيا يُكتب $\overline{\beta 68\alpha}$ في النظام ذي الأساس 9 و يكتب $\overline{1\alpha\beta 0\alpha}$ في النظام ذي الأساس 6.

حيث α و β عددان طبيعيان.

جِد العددين α و β ، ثمّ اكتب العدد N في النظام العشري.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ: 2 ، 2، 2 ، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 3 ، 3 ، 2.

الكريات لا نفرق بينها باللمس ، نسحب عشوائيا في آن واحد كريتين من هذا الكيس.

1) نعتبر الحدثين: A "الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم" و B "الحصول على كريتين مختلفتين في اللون"

أ . احسب احتمال كل من الحدثين A و B.

ب. بيّن أنّ احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرّقم ومختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$.

جـ. استنتج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرّقم أو مختلفتين في اللون .

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جُداء الرّقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين.

عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X.

3) في لعبة، يقوم لاعب بسحب كريتين: إذا كان جُداء رقميهما 4 يربح x^2 دينار، إذا كان جُداء رقميهما 6 يخسر y^2 دينار و إذا كان جُداء رقميهما 9 يخسر 130 دينار. (x و y عددان طبيعيان غير معدومين)

عيّن قيمة كلّ من x و y حتى تكون هذه اللعبة عادلة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=-1+x+2\ln x$.

1) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g.

2) احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

II) الدالة العددية f معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{-1+(x-2)\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ . احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب. عيّن اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) ليكن (Γ) المنحنى البياني الممثّل للدالة: $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$.

أ . احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المنحنى (Γ).

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β ، ثمّ تحقّق أنّ :

$0,5<\alpha<0,6$ و $2,9<\beta<3$.

5) ارسم (Γ) ثمّ (C_f).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على كريتين خضراوين تحملان الرّقمين 1 ، 2 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 و أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 2 ، 3 ، 3 ، 4. (الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس)

I) نسحب من هذا الكيس 3 كريات في آن واحد .

1) احسب احتمال كل من الحدثين A و B التاليين:

A :" الحصول على 3 كريات من نفس اللون ".

B :" الحصول على كرية بيضاء على الأقل ".

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحب أكبر الأرقام المحصل عليها.

أ . بيّن أنّ: $P(X=3)=\frac{3}{7}$ ثمّ عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X .

ب. احسب الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي X .

II) نسحب الآن 3 كريات على التوالي دون إرجاع.

ليكن C الحدث: " الحصول على 3 أرقام جُداؤها عدد زوجي" .

احسب احتمال C .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) أ . ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ب. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد: $8^{2020}-2\times3^{1441}-1$ على 5.

2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نعتبر العدد الطبيعي a_n حيث: $a_n=3^{n+1}+4$.

عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون: $a_n\equiv0[5]$.

3) نعتبر العدد الطبيعي b_n حيث: $b_n=7a_n+5$.

أ . عيّن القيم المُمكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a_n و b_n .

ب. بيّن أنّ: $a_n\equiv0[5]$ إذا وفقط إذا كان $b_n\equiv0[5]$.

جـ. استنتج الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون a_n و b_n أوليّين فيما بينهما.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول u_0 حيث: $u_0=\frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3-\frac{4}{u_n+2}$.

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1<u_n<2$

2) أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\frac{(2-u_n)(1+u_n)}{u_n+2}$

ب. حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\frac{u_n+\alpha}{u_n+1}$ ، حيث α عدد حقيقي.

أ . اوجد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ، ثمّ احسب حدّها الأول v_0.

ب. بيّن عندئذٍ أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\frac{2\times 4^n-1}{4^n+1}$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الدّالة العددية f معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-1+\frac{1}{4}(2e^{-x}-1)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول 2 cm).

1) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=(1-e^{-x})(2e^{-x}+1)$.

ب. ادرس اشارة $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغيّر الدّالة f .

جـ. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالة f .

2) أ . بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-\frac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) بيّن أنّ المنحنى البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يُطلب كتابة معادلة له.

4) بيّن أنّ المنحنى البياني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيينها.

5) ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى البياني (C_f).

6) ليكن m وسيطا حقيقيا. عيّن مجموعة قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة : $f(x)=x+m$ حلين مختلفين.

انتهى الموضوع الثاني