

Série : TLL - Énoncé.

Exercice 1 **5 points**

A. Soient les fonctions f , g et h définies sur \mathbb{R} par : $g(x) = x^3 - 1$, $h(x) = x^2 - 3x + 2$ et

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}.$$

Détermine les ensembles de définition D_g , D_h et D_f des fonctions g , h , et f .

B. On considère la fonction f suivante définie sur $\mathbb{R} - \{-2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$.

Indique la bonne réponse aux questions suivantes en écrivant juste la lettre correspondante

1. a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$; c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

2. b. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$; b. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$; c. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$

Exercice 2 **5 points**

Une vendeuse place une somme de 25000F dans une caisse d'épargne, le 30 Janvier 2022. A la fin de chaque mois son argent lui rapporte une somme de 500F comme intérêt.

1. Calcule le montant que la vendeuse aura sur son compte, en fin Février 2022 puis en fin Mars 2022.
2. Détermine le montant de la somme d'argent qu'elle aura dans son compte au bout de 7 mois de placement ;
3. Détermine en fonction du nombre n de mois de placement, le montant que la vendeuse aura dans son compte, n mois après Janvier 2022.
4. Au bout de combien de mois de placement, le capital de la vendeuse aura - t- il doublé

Problème **10 points**

Le comité de gestion d'un centre de santé communautaire (CSCOM) de la place a estimé qu'au cours d'une campagne de vaccination de la population de son ressort, il faudra verser une somme d'argent exprimé en million de francs CFA, dont le montant est modélisé par la fonction définie comme suit et dont la variable x est exprimée en pourcentage (%) de la population :

$$f(x) = \frac{50x}{200 - x} ; x \in [0; 100].$$

- a. Reproduis et complète le tableau ci-dessous

x	0	10	20	30	40	50
$f(x)$						

- b. Calcule la somme qu'il faut pour vacciner toute la population de cette aire de santé.
c. Calcule la dérivée f' de f puis dresse le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0; 100]$.

- d. Trace la courbe (C_f) de la fonction f dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
- 1cm pour 10 sur l'axe des abscisses ;
 - 1cm pour 5 sur l'axe des ordonnées.

Série : TLL - Corrigé.

Exercice 1

A. $g(x) = x^3 - 1$; $h(x) = x^2 - 3x + 2$ et $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$

Déterminons les ensembles de définition D_g , D_h et D_f des fonctions g , h et f

$$g(x) = x^3 - 1 \text{ est une fonction polynôme} \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$h(x) = x^2 - 3x + 2 \text{ est une fonction polynôme} \Rightarrow D_h = \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} ; D_f = \{x/x \in \mathbb{R} \text{ et } h(x) \neq 0\}$$

$$h(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 ; a = 1 ; b = -3 ; c = 2 ; \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(2) = 1$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2(1)} = 1 ; \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2(1)} = 2 ;$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1 ; 2\}$$

B. $D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$; $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$

Indiquons la bonne réponse aux questions suivantes :

1. a)
2. b) et c)

Exercice 2

1. Calculons le montant que la vendeuse aura sur son compte, en fin Février puis en fin Mars

$$\text{En fin Février : } 25\ 000 + 500 = 25\ 500 \text{ F}$$

$$\text{En fin Mars : } 25\ 500 + 500 = 26\ 000 \text{ F}$$

2. Déterminons le montant de la somme d'argent qu'elle aura dans son compte au bout de 7 mois de placement

Au bout de 1 mois elle a 25 500, soit $25\ 000 + 500 \times 1$

Au bout de 2 mois elle a 26 000, soit $25\ 000 + 500 \times 2$

Au bout de 7 mois elle aura $25\ 000 + 500 \times 7 = 28\ 500$

3. Déterminons en fonction du nombre n de mois de placement, le montant que la vendeuse aura dans son compte, n mois après Janvier 2022

Au bout de n mois la vendeuse aura dans son compte $25\ 000 + 500 \times n = 25\ 000 + 500n$

4. Le nombre de mois de placement au bout duquel le capital de la vendeuse aura doublé

Capital initial = $25\ 000 \text{ F} \Rightarrow$ Le double du capital = 50 000

$$25\ 000 + 500n = 50\ 000 \Rightarrow 500n = 50\ 000 - 25\ 000 \Rightarrow 500n = 25\ 000 \Rightarrow n = \frac{25\ 000}{500} = 50$$

soit **50 mois**.

Problème

$f(x) = \frac{50x}{200-x}$ somme d'argent qu'il faut pour vacciner $x\%$ de la population

$x \in [0 ; 100]$ pourcentage de la population à vacciner

- a. Reproduisons et complétons le tableau ci-dessous

x	0	10	20	30	40	50
$f(x)$	0	2,6	5,5	8,8	12,5	16,6

- b. Calculons la somme qu'il fait pour vacciner toute la population de cette aire de santé
Toute la population $\Leftrightarrow x = 100\%$

$$f(100) = \frac{50 \times 100}{200 - 100} = 50 \text{ millions de francs CFA}$$

- c. Calculons $f'(x)$

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{50x}{200-x} \Rightarrow f'(x) &= \frac{50(200-x) - (-1)(50x)}{(200-x)^2} \\ &= \frac{10\,000 - 50x + 50x}{(200-x)^2} = \frac{10\,000}{(200-x)^2} \end{aligned}$$

$\forall x \in [0 ; 100], f'(x) > 0, f$ est croissante

Tableau de variation :

x	0	50
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0	$\frac{50}{3}$

- d. Traçons la courbe (C_f) de f dans un repère orthogonal

