

Exercice 1 (6 pts)

1. Décompose en produit de facteurs premiers les nombres 160 et 224.
2. Calcule le *PGCD* et le *PPCM* de 160 et 224.
3. Rends irréductible la fraction $\frac{160}{224}$.

Exercice 2 (6 pts)

1. (U_n) est une suite géométrique de premier terme $U_0 = 16$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.
 - a. Calcule les cinq premiers termes de la suite (U_n) .
 - b. Détermine l'expression de U_n en fonction de n .
2. (V_n) est une suite arithmétique de premier terme $V_0 = 2$ et de raison $r = 3$.
 - a. Calcule les quatre premiers termes de la suite (V_n) .
 - b. Détermine l'expression de V_n en fonction de n .

Problème (8 pts)

On considère la fonction f définie par $f: x \mapsto f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$.

1. Détermine l'ensemble de définition def .
2. Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Calcule la fonction dérivée f' de la fonction f .
4. Dresse le tableau de variation de f sur son ensemble de définition.
5. Construis la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Exercice 1:

1. Composons en produit de facteurs premiers les nombres 160 et 224

$$\begin{array}{r|l} 1 & 6 & 0 & 2 \\ & 8 & 0 & 2 \\ & 4 & 0 & 2 \\ & 2 & 0 & 2 \\ & 1 & 0 & 2 \\ & 5 & & 160 = 2^5 \times 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ & 5 & 6 & 2 \\ & 2 & 8 & 2 \\ & 1 & 4 & 2 \\ & 7 & & 224 = 2^5 \times 7 \end{array}$$

2. Calculons le PGCD et PPCM de 160 et 224

$$PGCD(160, 224) = 2^5 = 32$$

$$PPCM(160, 224) = 2^5 \times 5 \times 7 = 1120$$

3. Rendons irréductible la fraction $\frac{160}{224}$

$$\frac{160}{224} = \frac{2^5 \times 5}{2^5 \times 7} = \frac{5}{7}$$

Exercice 2:

1. (U_n) est une suite géométrique de premier terme $U_0 = 16$ de raison $q = \frac{1}{2}$

- a. Calculons les cinq premiers termes de la suite (U_n)

$$U_{n+1} = q \times U_n$$

$$U_0 = 16 ; U_1 = \frac{1}{2} \times U_0 = 8 ; U_2 = \frac{1}{2} \times U_1 = 4 ; U_3 = \frac{1}{2} \times U_2 = 2 ; U_4 = \frac{1}{2} \times U_3 = 1$$

- b. Déterminons l'expression de U_n en fonction de n

$$U_n = U_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

2. (V_n) est une suite arithmétique de premier terme $V_0 = 2$ de raison $r = 3$

- a. Calculons les quatre premiers termes de la suite (V_n)

$$V_{n+1} = V_n + r$$

$$V_0 = 2 ; V_1 = V_0 + 3 = 2 + 3 = 5 ; V_2 = V_1 + 3 = 5 + 3 = 8 ; V_3 = V_2 + 3 = 8 + 3 = 11$$

b. Déterminons l'expression de V_n en fonction de n

$$V_n = V_0 + nr = 2 + 3n$$

$$V_n = 3n + 2$$

Problème

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

1. Déterminons l'ensemble de définition de f

$D_f = \mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$ car f est une fonction polynôme.

2. Calculons les limites aux bornes de son ensemble de définition

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - x^2 - x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3) = (-\infty)^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - x^2 - x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3) = (+\infty)^3 = +\infty$$

3. Calculons la dérivée f' de la fonction f

$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

4. Dressons le tableau de variation de f sur son ensemble de définition

Étudions le signe de $f'(x)$

$$\text{Posons: } 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(3)(-1) = 16$$

$$x_1 = \frac{2-4}{2 \times 3} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}; x_2 = \frac{2+4}{2 \times 3} = \frac{6}{6} = 1$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{32}{27}$	0	$+\infty$

5. Construisons la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

