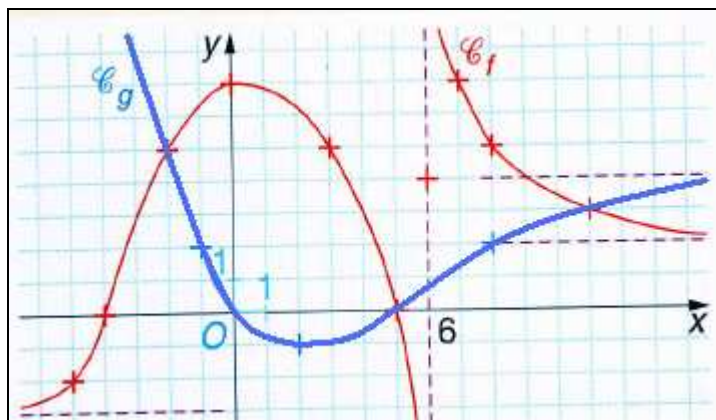


SÉRIES : MTE-TSEco-STG

Exercice 1 (4 pts)1-/ Développer le polynôme $P(X) = (X + 1)(X - 2)$ 2-/ On désigne par $\ln(x)$ le logarithme népérien de x . En utilisant le résultat précédent, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a-/ $(\ln(x))^2 - \ln(x) - 2 = 0$; b-/ $e^x - 1 = 2e^{-x}$; c-/ $2^{(x^2)} = 4 \times 2^x$

Exercice 2 (6 pts)Soit f et g deux fonctions représentées ci-dessous par les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.a-/ Donner les domaines de définition de f et g et les limites aux bornes. Dresser leurs tableaux des variations.b-/ Résoudre les équations : $f(x) = 0$; $g(x) = 0$; $f(x) = 5$; $g(x) = 2$.

c-/ De quelle équation 0 et 7 sont-elles les seules solutions ?

d-/ Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.e-/ Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = x$?

On donnera les valeurs approchées ou exactes.

f-/ Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation $y = \frac{-5x + 25}{7}$. Indiquer les coordonnées de deux points appartenant à cette droite $\mathcal{D}$.

Problème..... (10 pts)

Une entreprise fabrique une quantité x d'un produit, exprimée en milliers de tonnes, dont le coût marginal C défini sur $[0 ; 10]$ par : $C(x) = x + \frac{4}{x+1}$

Le but du problème est d'étudier le coût total C_T et le coût moyen C_m de la production, puis de minimiser le coût moyen. Les coûts sont exprimés en centaines de milliers de francs.

A.// Étude de C_T .

La fonction C_T est la primitive de C qui s'annule pour $x = 0$. Vérifier que :

$$C_T(x) = \frac{x^2}{2} + 4\ln(x+1).$$

B.// Étude d'une fonction auxiliaire f .

On considère la fonction f , définie sur $[0 ; 10]$ par : $f(x) = x^2 + \frac{8x}{x+1} - 8\ln(x+1)$.

1-/ Montrer que la fonction dérivée f' de f est donnée par :

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$$

2-/ Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0 ; 10]$.

En déduire que f s'annule pour une valeur a unique de $]0 ; 10[$.

Vérifier que 1,712 est la valeur approchée par défaut à 10^{-3} près de a .

3-/ En déduire le signe de f sur $[0 ; 10]$.

C.// Étude du coût moyen C_m .

La fonction C_m est définie sur $]0 ; 10]$ par : $C_m(x) = \frac{C_T(x)}{x} = \frac{x}{2} + 4\frac{\ln(x+1)}{x}$

1-/ Calculer la dérivée C'_m de C_m .

Vérifier que l'on peut écrire : $C'_m(x) = \frac{f(x)}{2x^2}$ où f est la fonction auxiliaire introduite dans la question 2.

2-/ Étudier le sens de variation de C_m sur $]0 ; 10]$.

3-/ Pour quelle production l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimum, et quel est ce coût ?

NB : La calculatrice est autorisée.