Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat Session : 1994
Série : D
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Exercice N°1

Une urne contient 12 billes numérotées de 1 à 12, indiscernables au toucher.

1. On tire au hasard et simultanément, 4 billes de l'une ; tous les tirages sont équiprobables. on appelle X la variation aléatoire indiquant le nombre de numéros pairs figurant parmi les 4 numéros d'un tirage.
   a) Donner la loi de probabilité de X . Calculer son espérance mathématique et variance.
   b) Quelle est la probabilité pour que la somme des 4 numéros soit paire ?
2. On répète 10 fois le tirage décrit précédemment, en remettant les billes dans l'urne après chaque tirage. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 6 fois une somme paire au cours de ces tirages successifs ?

Exercice N°2

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^3 - \lambda(1+i)z^2 + i\lambda^2 z = 0 \quad (1)$ où λ est un paramètre complexe non nul.

1. Résoudre l'équation (1)
2. Montrer que les images, dans le plan complexe, des racines de (1) sont les sommets d'un triangle rectangle isocèle, dont on précisera le sommet
3. Déterminer λ pour l'équation (1) admette $1+i$ comme racine. Résoudre (1) dans chacun des cas trouvés.

Problème

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} A(x) = (x-1)\ln|x-1| - x\ln x \\ A(0) = A(1) = 0 \end{cases}$$

A.)

On appelle $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ unité : 4 cm

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
   Etudier la continuité et de dérivabilité de f en 1
   Etudier la continuité et la dérivabilité de f à droite de 0.
2. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

Montré que $f(x) = x\ln\left(1-\dfrac{1}{x}\right) - \ln(x-1)$ pour $x>1$

En déduire la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et préciser la nature de la branche infinie correspondante. Calculer $f(2), f(3), f(4), f(1/4)$ et $f(3/4)$

3. Tracer la courbe $(\mathcal{C})$, préciser les tangentes aux points d'abscisse 0 et 1.

   Justifier que la partie de la courbe $(\mathcal{C})$ située au-dessus de l'axe des abscisses admet un axe de symétrie.

B.

1. Justifier l'existence de la primitive de f sur $\mathbb{R}_+$

   Soit F celle qui s'annule en $\dfrac{1}{2}$, a l'aide d'intégration par parties, donner l'expression de $F(x)$ l'ors que $x \in \left]0,1\right[$

2. Montrer que $\lim\limits_{x\to 1-} F(x) = \dfrac{1}{4}$. en déduire l'aire, en cm² du domaine plan compris entre la courbe $(\mathcal{C})$ et l'axe des abscisses.