Bac probatoire Cameroun 2022

Mathématiques série D

Durée : 3 heures

Coefficient : 4

Partie A : Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 (3,5 points)
Soit P le polynôme défini par : $P(x) = -2x^2 + 3x + 2$.

1. **a.** Déterminer la forme canonique de $P\,(x)$.
   b. En déduire que 2 et -1/2 sont les solutions dans $\mathbf{R}$ de l'équation $P(x) = 0$.

2. On considère l'équation $(E)\ :\ \cos(2x) + 3\sin(x) + 1 = 0$ et l'inéquation $(I)\ :\ \cos(2x) + 3\sin(x) + 1 < 0$

   a. Montrer que pour tout $x \in \mathbf{R}$, $\cos(2x) + 3\sin(x) + 1 = -2\sin^2(x) + 3\sin(x) + 2$.
   b. Résoudre alors dans $\mathbf{R}$, l'équation $(E\ )$.

3. Résoudre dans $[0\,;2\pi[$, l'inéquation $(I\ )$.

Exercice 2 (4 points)
On a consigné dans le tableau ci-après, la dépense quotidienne de chacun des 60 élèves d'une classe de 1re D dont la dépense moyenne est de 450 F CFA.

Dépense quotidienne	$[0\,;300[$	$[300\,;500[$	$[500\,;600[$	$[600\,;800[$	$[800\,;1000[$	Total
Effectifs	13	x	15	10	y	60

1. **a.** Montrer que le couple $(x\,;\,y\,)$ de $\mathbf{R}^2$ vérifie le système : $\begin{cases} x+y &= 22 \\ 4x+9y &= 98 \end{cases}$
   b. En déduire x et y .

2. On suppose que $x = 20$ et $y = 2$.
   a. Déterminer la variance de cette série statistique.
   b. Déterminer par interpolation linéaire, la médiane de cette série statistique.

3. On choisit au hasard et simultanément deux élèves de cette classe, parmi ceux dont la dépense quotidienne est inférieure à 300 F CFA, pour participer à une formation sur l'environnement. Déterminer le nombre de choix possibles que l'on peut faire.

Exercice 3 (4 points)
Soient ABC un triangle équilatéral de côté 3 cm, D et E les points du plan tels que :

$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $-\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} + 2\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{0}\cdot$

1. Montrer que :
   a. E est barycentre des points A et D affectés de coefficients que l'on précisera.
   b. Pour tout point M du plan, $-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{ME}$ et $-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AD}$.

2. Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $||-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}|| = 2||-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}||$.

3. A, B, C, D et E désignent des villes qu'une compagnie aérienne se propose de relier l'une à toutes les autres.
  a. Construire un graphe traduisant cette situation.
  b. Justifier que ce graphe est simple.
  c. Ce graphe est-il complet ?

4. Combien de vols "aller simple" doit prévoir cette compagnie ?

Exercice 4 (3,5 points)

Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{3x}{3+4x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$ d'unité sur les axes 2 cm.

1. **a.** Calculer la limite de f en $+\infty$.
  b. Calculer $f\,'(x)$ où $f\,'$ est la fonction dérivée de f.

2. **a.** Dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;+\infty[$.
  b. Construire (C_f).

3. Soient (U_n) et (V_n) les suites numériques définies respectivement par :
$$U_0 = 1 \text{ et pour tout } n \in \mathbf{N}\,, U_{n+1} = \frac{3U_n}{3+4U_n} \text{ et } V_n = 1 + \frac{3}{U_n}\cdot$$
  Montrer que pour tout entier naturel n, $\quad V_n + 4 = \dfrac{5U_n+3}{U_n}\cdot$

4. **a.** Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison 4 et de premier terme $V_0 = 4$.
  b. Exprimer V_n en fonction de n pour tout entier naturel n.
  c. En déduire U_n en fonction de n.

Partie B : Évaluation des compétences (5 points)

Un fermier voudrait lancer un élevage estimé à 3 000 000 F CFA. Dans la recherche des financements, un ami lui propose de placer les 1 000 000 F CFA représentant la totalité de ses économies dans une microfinance à un taux d'intérêt composé annuel de 15 % , pour financer entièrement son projet au bout de 8 ans. Il décide plutôt de placer ses économies dans une banque ALPHA à un taux d'intérêt annuel inscrit sur les documents de la banque. N'étant pas satisfait, il décide un an après de retirer la totalité de son argent qu'il place dans une banque BETA, à un taux annuel supérieur de 2 % au précédent. Ayant besoin de tout son argent pour commencer son projet, la banqueBETA lui reverse alors après un an, la somme de 1 123 500 F CFA. Ne disposant pas de bêtes au départ, un partenaire lui donne à crédit, trois fois de suite et aux mêmes prix, des bêtes dont 60 poussins, 25 pourceaux et 10 chevreaux à 195 000 F CFA au premier tour ; 50 poussins, 20 pourceaux et 30 chevreaux à 2 450 000 F CFA au deuxième tour et enfin 60 poussins, 20 pourceaux et 20 chevreaux à 210 000 F CFA au troisième tour. Au moment de vérifier ses comptes, il ne retrouve pas tous ses documents financiers.

Tâches :
1. A quel taux le fermier a-t-il placé ses économies dans la banque ALPHA ?
2. Déterminer le prix unitaire de chaque espèce de bête que lui a donné le partenaire.
3. La proposition de son ami pourra-t-elle permettre au fermier de financer entièrement son projet au bout de 8 ans ?

Correction

Partie A

Exercice 1

1-a) La forme canonique du polynôme de second degré P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = -2x^2 + 3x + 2$, s'écrit :

$$\begin{aligned} P(x) &= -2x^2+3x+2 &&= -2\left(x^2 - \frac{3}{2}x - 1\right) \\ &= -2\left(x^2 - 2\times x \times \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 1\right) &&= -2\left[\left(x-\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} - \frac{16}{16}\right] \\ &= -2\left[\left(x-\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{25}{16}\right] &&= \boxed{-2\left[\left(x-\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2\right]} \end{aligned}$$

b) Déduisons de ce qui précède les solutions réelles de l'équation $P(x) = 0$:

$$\begin{aligned} P(x)=0 &\iff -2\left[\left(x-\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2\right] = 0 &&\iff \left(x-\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 = 0 \\ &= \left(x-\frac{3}{4}-\frac{5}{4}\right)\left(x-\frac{3}{4}+\frac{5}{4}\right) = 0 &&\iff \left(x-\frac{8}{4}\right)\left(x+\frac{2}{4}\right) = 0 \\ &\iff (x-2)\left(x+\frac{1}{2}\right) = 0 &&\iff x = 2 \text{ ou } x = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions réelles de l'équation $P(x) = 0$ est donc :

$$\boxed{S = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}}$$

2-a) Puisque pour tout réel x : $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$

Alors : $\cos(2x) + 3\sin(x) + 1 \;=\; 1 - 2\sin^2(x) + 3\sin(x) + 1 \;=\; \boxed{-2\sin^2(x) + 3\sin(x) + 2}$

b) Résolvons l'équation (E) : $\cos(2x) + 3\sin(x) + 1 = 0$ d'inconnu $x \in \mathbb{R}$:

On a : (E) : $\cos(2x) + 3\sin(x) + 1 = 0 \iff -2\sin^2(x) + 3\sin(x) + 2 = 0$

Posons $t = \sin(x)$, donc $-1 \leqslant t \leqslant 1$, et on retrouve :

$$\begin{aligned} \begin{cases} -2t^2+3t+2 = 0 \\ -1 \leqslant t \leqslant 1 \end{cases} &\iff \begin{cases} P(t) = 0 \\ -1 \leqslant t \leqslant 1 \end{cases} &&\iff \begin{cases} t = 2 \text{ ou } t = -\dfrac{1}{2} \\ -1 \leqslant t \leqslant 1 \end{cases} \\ &\iff t = -\frac{1}{2} &&\iff \sin(x) = -\frac{1}{2} \\ &\iff \sin(x) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) &&\iff x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{, avec} \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions réelles de l'équation (E) :

$$\boxed{S_{(E)} = \left\{-\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad ; \quad \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad / \quad k \in \mathbb{Z}\right\}}$$

3) Résolvons l'inéquation (I) : $\cos(2x) + 3\sin(x) + 1 < 0$ sur l'intervalle $[0; 2\pi[$:

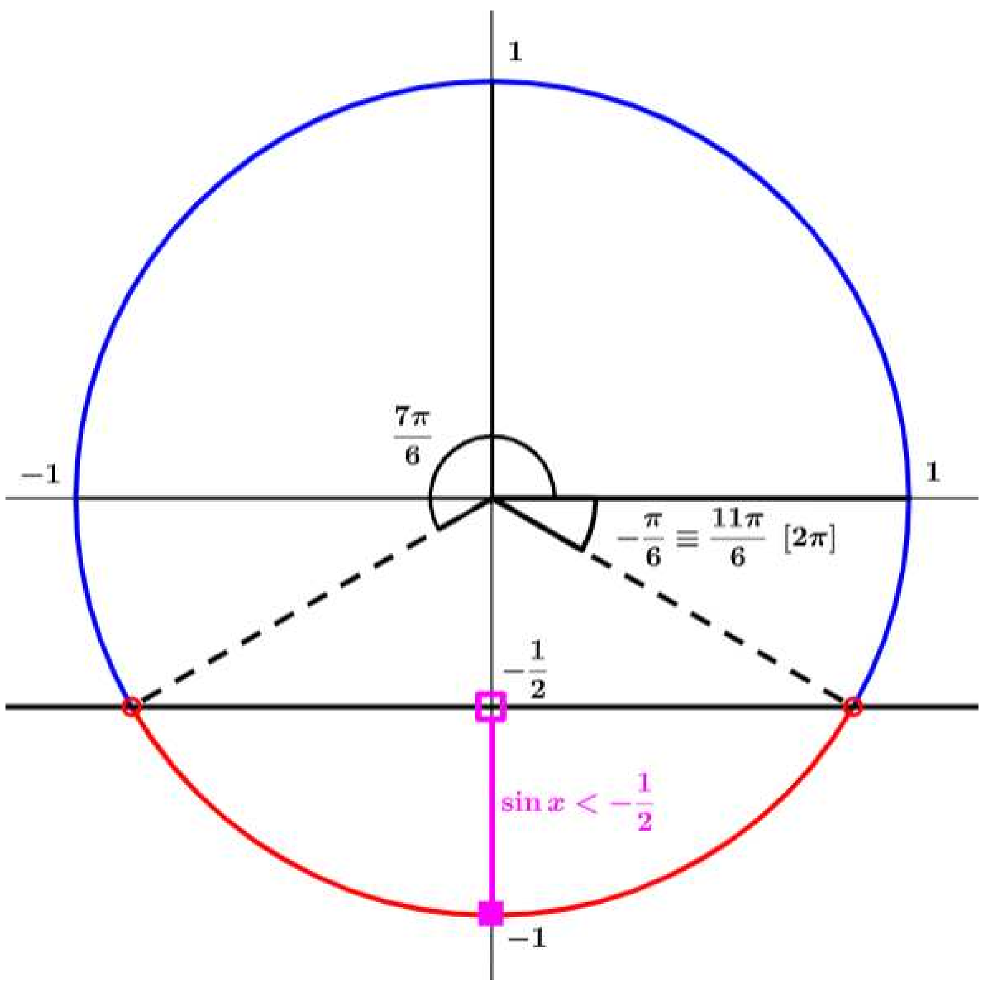
On a : (I) : $\cos(2x) + 3\sin(x) + 1 < 0 \iff -2\sin^2(x) + 3\sin(x) + 2 < 0 \iff P(\sin x) < 0$

Donc , d'après 1-b) , (I) : $-2(\sin x - 2)\left(\sin x + \frac{1}{2}\right) < 0$

Or , puisque pour tout réel x : $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$, alors $-3 \leqslant \sin x - 2 \leqslant -1 < 0$, et donc $0 < -2(\sin x - 2)$

Donc (I) : $\sin x + \frac{1}{2} < 0 \iff \sin x < -\frac{1}{2}$

Illustration : *cercle trigonométrique*



Il s'agit de la partie rouge du cercle trigonométrique , en effet , $x = \frac{7\pi}{6}$ et $x = \frac{11\pi}{6}$ sont exclus car l'inégalité est stricte .

L'ensemble des solutions sur $[0;2\pi[$ est donc :

$$\boxed{S_{(I)} = \left]\frac{7\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right[}$$

Exercice 2

1-a) L'effectif total est la somme de tous les effectifs , alors :

$13 + x + 15 + 10 + y = 60 \iff x + y + 38 = 60 \iff x + y = 60 - 38 \iff x + y = 22 \ (a)$

D'autre part , la moyenne se calcule par :

$$\begin{aligned}
\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_i n_i c_i \quad &\iff \quad 450 = \frac{1}{60}\left(13 \times \frac{0+300}{2} + \frac{500+300}{2}x + 15 \times \frac{500+600}{2} + 10 \times \frac{600+800}{2} + \frac{800+1000}{2}y\right)\\
&\iff \quad 60 \times 450 = 13 \times 150 + 400x + 15 \times 550 + 5 \times 1400 + 900y\\
&\iff \quad 60 \times 4,5 = 13 \times 1,5 + 4x + 15 \times 5,5 + 5 \times 14 + 9y\\
&\iff \quad 270 = 19,5 + 4x + 82,5 + 70 + 9y\\
&\iff \quad 4x + 9y = 270 - 19,5 - 82,5 - 70\\
&\iff \quad 4x + 9y = 98 \ (b)
\end{aligned}$$

De (a) et (b) :

$$\boxed{\text{Le couple } (x;y) \text{ de } \mathbb{R}^2 \text{ vérifie le système : } \begin{cases} x+y &= 22\\ 4x+9y &= 98\end{cases}}$$

b) On résoud le système trouvé :

$$\begin{aligned}
\begin{cases} x+y &= 22\\ 4x+9y &= 98\end{cases} \quad &\iff \quad \begin{cases} 4x+4y &= 88\\ 4x+9y &= 98\end{cases}\\
&\iff \quad \begin{cases} x+y &= 22\\ 4x+9y-4x-4y &= 98-88\end{cases}\\
&\iff \quad \begin{cases} x &= 22-y\\ 5y &= 10\end{cases}\\
&\iff \quad \boxed{\begin{cases} x &= 20\\ y &= 2\end{cases}}
\end{aligned}$$

2-a) La variance de la série statistique :

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{60}\left[13\left(\frac{0+300}{2}\right)^2 + 20\left(\frac{500+300}{2}\right)^2 + 15\left(\frac{500+600}{2}\right)^2 + 10\left(\frac{600+800}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{800+1000}{2}\right)^2\right] - 450^2\\
&= \frac{1}{60}\left(13 \times 150^2 + 20 \times 400^2 + 15 \times 550^2 + 10 \times 700^2 + 2 \times 900^2\right) - 202500\\
&= \frac{14550000}{60} - 202500\\
&= 242500 - 202500\\
&= 40000
\end{aligned}$$

$$\boxed{V = 40000}$$

b) L'effectif total étant 60, alors le numéro de l'**élève médian** est $\dfrac{60}{2} = 30$

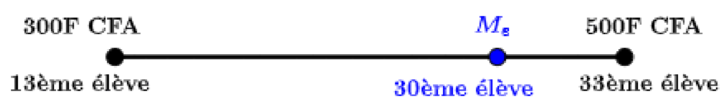
Identifions la classe médiane , pour cela , on calcule les effectifs cumulés croissants (ECC) :

Dépense quotidienne	[0 ; 300[	[300 ; 500[	[500 ; 600[	[600 ; 800[	[800 ; 1000[	Total
Effectifs	13	20	15	10	2	60
ECC	13	$20 + 13 = 33$	$15 + 33 = 48$	$10 + 48 = 58$	$2 + 58 = 60$	

Puisque $13 < 30 < 33$, alors la classe médiane est : [300 ; 500[

La médiane M_e est donc entre **300F CFA** et **500F CFA**

La méthode de l'intérpolation linéaire part de l'hypothèse que les élèves se répartissent équitablement dans la classe médiane , autrement dit , que l'écart qui sépare le **30ème** élève du **13ème** , est proportionnel avec l'écart qui sépare la médiane M_e de **300F CFA** .



Donc, par intérpolation linéaire :

$$\frac{500 - 300}{33 - 13} = \frac{M_e - 300}{30 - 13} \iff M_e = \frac{200 \times 17}{20} + 300 \iff \boxed{M_e = 470\text{F CFA}}$$

3) On choisit au hasard et simultanément 2 élèves de cette classe, parmi ceux dont la dépense quotidienne est inférieure à 300F CFA qui sont 13 .

Donc le nombre de choix possibles que l'on peut faire est :

$$\boxed{\binom{13}{2} = 78}$$

Exercice 3

1-a) On a :

$$\begin{aligned}
-\overrightarrow{EA}+2\overrightarrow{EB}+2\overrightarrow{EC}=\vec{0} &\iff -\overrightarrow{EA}+2\left(\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}\right)=\vec{0}\\
&\iff -\overrightarrow{EA}+2\left(\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}\right)=\vec{0}\\
&\iff -\overrightarrow{EA}+2\left(2\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}\right)=\vec{0}\\
&\iff -\overrightarrow{EA}+2\left(2\overrightarrow{ED}+2\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}\right)=\vec{0}\\
&\iff -\overrightarrow{EA}+2\left(2\overrightarrow{ED}+2\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DB}\right)=\vec{0} \qquad \left(\text{En effet : }\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right)\\
&\iff -\overrightarrow{EA}+4\overrightarrow{ED}=\vec{0}
\end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{E=\text{bary}\{(A;-1),(D;4)\}}$$

b) On a , pour tout point M du plan :

$$\begin{aligned}
-\overrightarrow{EA}+2\overrightarrow{EB}+2\overrightarrow{EC}=\vec{0} &\iff -\overrightarrow{EM}-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{EM}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{EM}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}\\
&\iff -\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{EM}=\vec{0}\\
&\iff \boxed{-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{ME}}
\end{aligned}$$

De plus :

$$\begin{aligned}
-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD} &= \overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MD}\\
&= \overrightarrow{AD}
\end{aligned}$$

$$\boxed{-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{AD}}$$

2) Soit M un point de l'ensemble (Γ) , donc :

$$\begin{aligned}
M\in(\Gamma) &\iff \|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=2\|-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}\|\\
&\iff \|3\overrightarrow{ME}\|=2\|\overrightarrow{AD}\|\\
&\iff 3\|\overrightarrow{ME}\|=2\|\overrightarrow{AD}\|\\
&\iff 3ME=2AD\\
&\iff \boxed{ME=\frac{2}{3}AD}
\end{aligned}$$

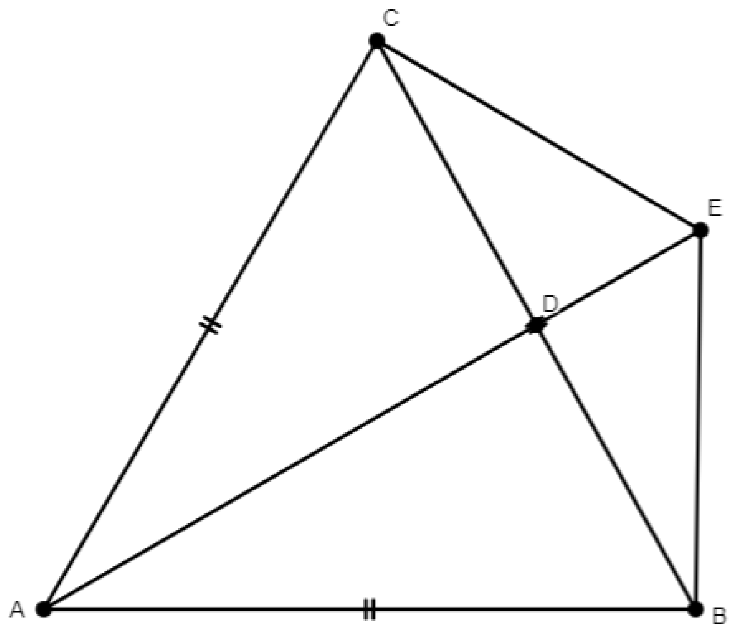
On en déduit que :

$$\boxed{(\Gamma)\text{ est le cercle de centre } E \text{ et de rayon } r=\frac{2}{3}AD}$$

3-a) Construction du graphe :

- On commence par contruire les points A, B et C tels que le triangle ABC est équilatéral de côté 3
- Puis, on construit le point D qui est le milieu du segment $[BC]$
- Enfin , on construit le point E tel que : $-\overrightarrow{EA}+4\overrightarrow{ED}=\vec{0} \iff -\overrightarrow{ED}-\overrightarrow{DA}+4\overrightarrow{ED}=\vec{0} \iff \boxed{\overrightarrow{DE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}}$
- Et on relie tous les points car chaque ville représentée par un de ces points est reliée à toutes les autres.

On obtient le graphe suivant :



b) Le graphe ne comporte ni de boucles , ni d'arêtes multiples , alors :

$$\boxed{\text{Le graphe est simple}}$$

c) Deux sommets distincts de ce graphe sont toujours reliés par une arête , donc :

$$\boxed{\text{Le graphe est complet}}$$

4) Puisqu'on a 5 villes (A,B,C,D et E) , et que chaque ville doit être reliée aux quatre autres, alors le nombre de vols simples que la compagnie aérienne doit prévoir est :

$$n = 5 \times 4 \iff \boxed{n = 20}$$

Exercice 4

$$\text{Soit } f \text{ la fonction définie sur } [0;+\infty[\text{ par : } f(x) = \frac{3x}{3+4x}$$

1-a) On a directement :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{3x}{3+4x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3x}{4x} \iff \boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{3}{4}}$$

b) f est dérivable sur $[0;+\infty[$ comme quotient des fonctions $x \mapsto 3x$ et $x \mapsto 3+4x$ dérivables sur cet intervalle et $3+4x \neq 0$ pour tout réel $x \in [0;+\infty[$.

Donc, pour tout réel $x \in [0;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{3x}{3+4x}\right)' \\ &= \frac{(3x)'(3+4x)-(3x)(3+4x)'}{(3+4x)^2} \\ &= \frac{3(3+4x)-3x\times 4}{(3+4x)^2} \end{aligned}$$

D'où :

$$\boxed{\forall x \in [0;+\infty[\ : f'(x) = \frac{9}{(3+4x)^2}}$$

2-a) Puisque pour tout $x \in [0;+\infty[\ \ :\ \ (3+4x)^2 > 0$

Donc , pour tout $x \in [0;+\infty[\ : f'(x) > 0$

Il s'ensuit que :

$$\boxed{f \text{ est strictement croissante sur } [0;+\infty[}$$

De plus : $f(0) = \dfrac{0}{3} = 0$

On dresse le tableau de variations de f :

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
f	0	$\nearrow$	$\frac{3}{4}$

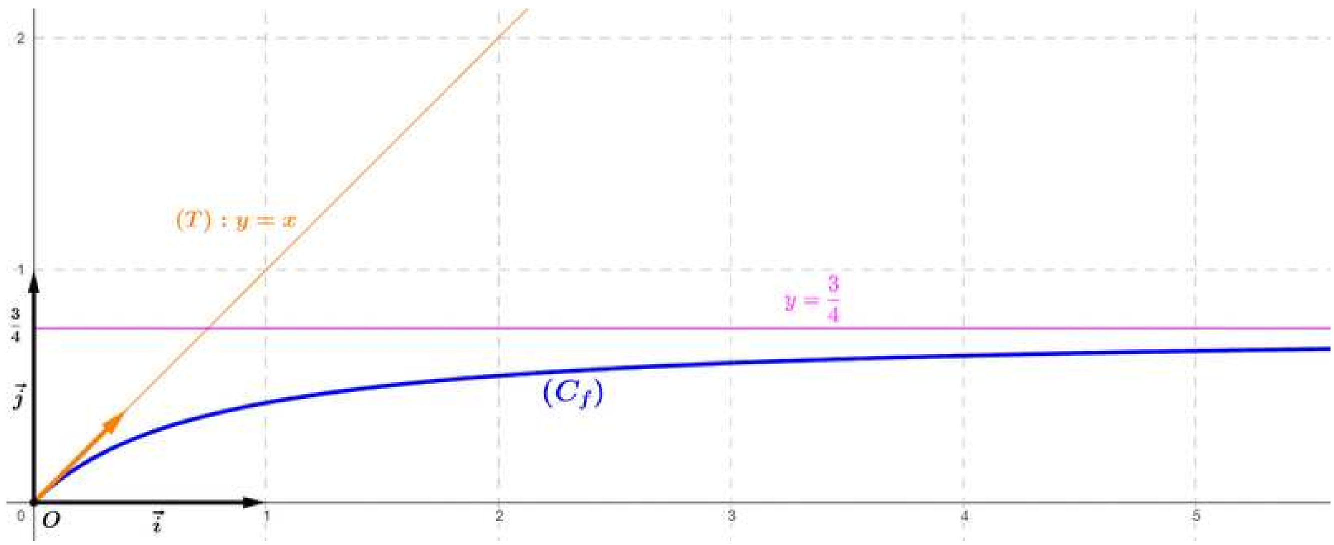
b) Pour bien construire le graphe , on donne l'équation de la tangente qu'on note (T) à la courbe (C_f) au point $O(0;0)$:

On a : $(T) : y = f'(0)(x-0)+f(0) \iff \boxed{(T) : y = x}$. En effet : $f(0) = 0$ et $f'(0) = \dfrac{9}{3^2} = 1$

De plus , on interpète graphiquement le résultat de la question 1-a) : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \dfrac{3}{4}$

$$\boxed{\text{La droite d'équation } y = \frac{3}{4} \text{ est asymptote horizontale à } (C_f) \text{ au voisinage de } +\infty}$$

La courbe (C_f) :



3) On a pour tout entier naturel n :

$$V_n + 4 = 4 + 1 + \frac{3}{U_n} = 5 + \frac{3}{U_n} \iff \boxed{V_n + 4 = \frac{5U_n + 3}{U_n}}$$

4-a) On a : $V_0 = 1 + \frac{3}{U_0} = 1 + \frac{3}{1} \iff \boxed{V_0 = 4}$

Et pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= 1 + \frac{3}{U_{n+1}} = 1 + \frac{3}{\frac{3U_n}{3+4U_n}} = 1 + \frac{3 + 4U_n}{U_n} \\ &= \frac{U_n + 3 + 4U_n}{U_n} = \frac{5U_n + 3}{U_n} = V_n + 4 \end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{\forall n \in \mathbb{N} : V_{n+1} = V_n + 4}$$

On en déduit que :

$$\boxed{(V_n) \text{ est une suite arithmétique de premier terme } V_0 = 4 \text{ et de raison } q = 4}$$

b) On tire de ce qui précède que : $\forall n \in \mathbb{N} : V_n = V_0 + 4n = 4 + 4n \iff \boxed{\forall n \in \mathbb{N} : V_n = 4(n+1)}$

c) Pour tout entier naturel n :

$$\begin{aligned} V_n = 1 + \frac{3}{U_n} &\iff \frac{3}{U_n} = V_n - 1 \iff \frac{U_n}{3} = \frac{1}{V_n - 1} \\ &\iff U_n = \frac{3}{V_n - 1} \iff U_n = \frac{3}{4n + 4 - 1} \end{aligned}$$

Conclusion :

$$\boxed{\forall n \in \mathbb{N} : U_n = \frac{3}{4n + 3}}$$

Partie B

1) Notons $t(\%)$ le taux d'intérêt annuel à la banque **ALPHA** .

Un an après avoir déposé son capital initial de 1000000 F CFA à la banque **ALPHA**, le fermier retire le montant $M_1 = 1000000\left(1+\dfrac{t}{100}\right)$.

Ce montant M_1 est placé dans la banque **BETA** , à un taux d'intérêt annuel de $(t+2)(\%)$, et un an après , le fermier obtient après retrait de la banque **BETA** le nouveau montant de 1123500 F CFA , donc :

$$\begin{aligned}
1123500 = M_1\left(1+\frac{t+2}{100}\right) \quad &\Longleftrightarrow \quad 1123500 = 1000000\left(1+\frac{t}{100}\right)\left(1+\frac{t+2}{100}\right)\\
&\Longleftrightarrow \quad 1123500 = 100\,(100+t)\,(100+t+2)\\
&\Longleftrightarrow \quad 11235 = (100+t)\,(102+t)\\
&\Longleftrightarrow \quad 11235 = 10200+100t+102t+t^2\\
&\Longleftrightarrow \quad t^2+202t-1035 = 0
\end{aligned}$$

On résoud l'équation de second degré obtenue en calculant son discriminant : $\Delta = 202^2+4\times 1035 = 44944 = 212^2$

L'équation admet deux solutions réels :

$t_1 = \dfrac{-202-212}{2} = -207$ et $t_2 = \dfrac{-202+212}{2} = 5$

Puisqu'il s'agit d'un taux d'intérêt , on ne retient que la solution positive , donc :

$$\boxed{\text{Le fermier a placé ses économies dans la banque ALPHA à un taux d'intérêt } t = 5\%}$$

2) Notons :

- x le prix unitaire d'un poussin .
- y le prix unitaire d'un pourceau .
- z le prix unitaire d'un chevreau .

On obtient donc le sysème à trois inconnus suivant : $\begin{cases} 60x+25y+10z = 195000\\ 50x+20y+30z = 2450000\\ 60x+20y+20z = 210000\end{cases}$

Résolvons ce système :

$$\begin{cases} 60x + 25y + 10z = 195000 \\ 50x + 20y + 30z = 2450000 \\ 60x + 20y + 20z = 210000 \end{cases} \iff \begin{cases} 12x + 5y + 2z = 39000 \\ 5x + 2y + 3z = 24500 \\ 3x + y + z = 10500 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 12x + 5y + 2(10500 - 3x - y) = 39000 \\ 5x + 2y + 3(10500 - 3x - y) = 24500 \\ z = 10500 - 3x - y \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 12x + 5y - 6x - 2y = 39000 - 21000 \\ 5x + 2y - 9x - 3y = 24500 - 31500 \\ z = 10500 - 3x - y \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 6x + 3y = 18000 \\ -4x - y = -7000 \\ z = 10500 - 3x - y \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2x + y = 6000 \\ 4x + y = 7000 \\ z = 10500 - 3x - y \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} y = 6000 - 2x \\ 4x - 2x + y - y = 7000 - 6000 \\ z = 10500 - 3x - y \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} y = 6000 - 2x \\ 2x = 1000 \\ z = 10500 - 3x - y \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} y = 6000 - 1000 \\ x = 500 \\ z = 10500 - 1500 - y \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} y = 5000 \\ x = 500 \\ z = 10500 - 1500 - 5000 \end{cases}$$

$$\iff \boxed{\begin{cases} x = 500 \\ y = 5000 \\ z = 4000 \end{cases}}$$

Conclusion :

Un poussin coûte 500 F CFA Un pourceau coîute 5000 F CFA Un chevreau coûte 4000 F CFA

3) Puisque la microfinance à un taux d'intérêt composé annuel de 15%.

Alors , on utilise la suite (u_n) avec $n \in \mathbb{N}$ tel que $0 \leqslant n \leqslant 7$, définie par :

$u_0 = 1000000$ le capital initial

Pour tout n de $\mathbb{N}$ tel que $0 \leqslant n \leqslant 7$: $u_{n+1} = 1,15u_n$, avec :

- u_n le capital du fermier à la n-ième année
- u_{n+1} le capital à l'année $n+1$

En effet , augmenter de 15% revient à multiplier par $1,15$.

On a pris $0 \leqslant n \leqslant 7$ car le projet sera financé entièrement au bout de 8 ans .

La suite (u_n) est une suite géométrique de raison $1,15$ et de premier terme $u_0 = 1000000$

On a donc , pour tout entier naturel n compris entre 0 et 7 , le capital à l'année n est :

$$u_n = u_0(1,15)^n = 1000000 \times (1,15)^n$$

Au bout de la huitième année , la somme générée est :

$$u_8 = 1000000 \times (1,15)^8 \approx 3059022 \text{ F CFA } \geqslant 3000000 \text{ F CFA}$$

D'où :

$$\boxed{\text{La proposition permettra au fermier de financer entièrement son projet au bout de 8 ans}}$$